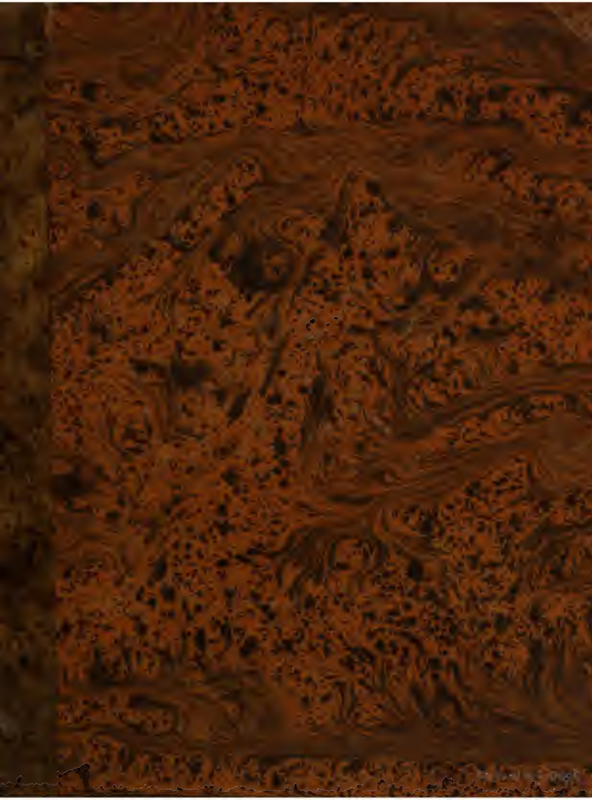



FONDO PROVINCIA

TRAITÉ

DE LA

MESURE DES EAUX COURANTES.





PARIS. — Imprimerie de Mallet-Bachelier, rue du Jardinet, 12.

TRAITÉ

DE LA

MESURE DES EAUX COURANTES

OU

EXPÉRIENCES, OBSERVATIONS ET MÉTHODES

CONCERNANT

LES LOIS DES VITESSES, LE JAUGEAGE ET L'ÉVALUATION DE LA FORCE MÉCANIQUE DES COURS D'EAU DE TOUTE GRANDEUR;
LE DÉBIT DES PERTUIS DES USINES, DES FORTIFICATIONS ET DES CANAUX D'IRRIGATION;
ET L'ACTION DYNAMIQUE DES COURANTS SUR LES CORPS EN REPOS;

PAR P. BOILEAU,

CAPITAINE D'ARTILLERIE, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, CHEVALIER DE L'ORDRE IMPÉRIAL DE LA LÉGION D'HONNEUR,
PROFESSEUR DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE A L'ÉCOLE IMPÉRIALE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE,
MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ D'ENCOURAGEMENT POUR L'INDUSTRIE NATIONALE, ET DES ACADÉMIES DE METZ ET DE NANCY.





PARIS,

MALLET-BACHELIER, GENDRE ET SUCCESSEUR DE BACHELIER,
Imprimeur-Libraire
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DE L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES,
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1854





TABLE DES MATIÈRES.

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
EXPOSITION	»	I

LIVRE PREMIER.

DÉFINITIONS, MÉTHODES, APPAREILS D'EXPÉRIMENTATION.

But de l'ouvrage et définitions	1	17
Évaluation des puissances mécaniques des cours d'eau dans les conditions de la pratique	2	ib.
Registre des variations d'un cours d'eau : définition des eaux moyennes	3	19
Importance pratique de la détermination des vitesses des courants pour le jaugeage des rivières, les constructions permanentes et l'établissement des ponts militaires	4	ib.
Énumération des méthodes de jaugeage	5	ib.
Calcul du débit des canaux par l'équation du régime uniforme	6	ib.
Jaugeage par la vitesse superficielle	7	21
Jaugeage par les orifices existants — Circonstances principales qui influent sur la dépense des orifices. — Notions relatives aux phénomènes de la contraction des veines fluides : caractère physique et limites pratiques de la contraction complète	8	ib.
Jaugeage par l'observation des vitesses	9	24
Jaugeage par la méthode des barrages	10	25
Description de l'observatoire hydraulique établi à Metz par M. Boileau. — Emplacement et réservoir principal. — Réservoir particulier. — Canal d'expériences. — Bassin de jauge	11	26
Construction du canal d'expériences et du bassin de jauge	12	27
Opérations du jaugeage direct des volumes écoulés	13	29
Règlement de l'alimentation : pertuis modérateurs	14	30
Détermination de la tare du bassin de jauge par trois procédés différents	15	31
Dispositions particulières adoptées pour les expériences de l'année 1852	16	34

LIVRE DEUXIÈME.

JAUGEAGE PAR LES DÉVERSOIRS.

PREMIÈRE SECTION.

ÉCOULEMENT PAR LES BARRAGES-TYPES.

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Choix d'un barrage-type	1	40
Circonstances générales des expériences effectuées par M. Boileau sur ce genre de barrages	2	ib.
Ensemble du système hydraulique produit par un barrage établi en travers d'un cours d'eau	3	41
Caractères distinctifs des diverses espèces de nappes liquides, et phénomènes qui s'y produisent en amont du barrage, en aval et sur son sommet	4	42
Propriétés fondamentales des tubes immergés dans les nappes des déversoirs en amont du barrage	5	50
Étude du profil et des dépressions de la surface des nappes liquides en amont du barrage	6	53
Section initiale de la veine liquide	7	57
Comparaison du nouveau mode de mesure des charges avec l'ancien	8	59
Observations relatives aux oscillations de la colonne liquide, dans les tubes, et à la périodicité de certains écoulements	9	63
Comparaison des charges des déversoirs avec les épaisseurs des nappes mesurées dans le plan vertical qui passe par le sommet du barrage	10	65
Limites des nappes libres	11	67
Tables des valeurs de la chute superficielle des nappes et du rapport de leur charge à leur épaisseur	»	68
Lois de variation des chutes superficielles	12	74
Examen des formules qui ont été proposées par divers auteurs pour le calcul des dépenses d'eau faites par les déversoirs	13	75
Formule de M. Boileau	14	78
Détermination pratique des éléments du calcul	15	81
Comparaison des résultats de l'expérience avec ceux de la nouvelle théorie. — Examen des influences perturbatrices	16	85
Composition des tableaux des résultats d'expérience	17	87
Première série; nappes libres, observations et conséquences	18	89
Deuxième série; nappes libres, observations et conséquences	19	91
Troisième série; nappes libres, observations et conséquences	20	93

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Quatrième série, nappes libres, observations et conséquences	21	95
Cinquième série; nappes libres, observations et conséquences	22	97
Sixième série; nappes libres, observations et conséquences	23	99
Septième série; nappes libres, observations et conséquences	24	101
Nappes du second genre, ou noyées en dessous; quatrième série	25	102
Même cas, cinquième série	26	104
Même cas, sixième série	27	105
Même cas, septième série	28	106
Conséquences générales	29	107
Examen des expériences dues antérieurement à divers auteurs	30	109
Examen de l'influence de la largeur des barrages déversoirs	31	113
Observation relative aux déversoirs sans barrage	32	116
De l'influence de la hauteur du barrage	33	117
Des corrections expérimentales de la formule nouvelle	34	118
Coefficients de l'ancienne formule. — Tables numériques. — Observations et conséquences	35	121
Observation relative aux vitesses d'écoulement par les déversoirs, et preuve numérique de l'exactitude relative du nouveau mode d'évaluation de ces vitesses	36	124
Emploi de la nouvelle formule pour établir les rapports du débit des barrages et digues de diverses formes	37	125
Résultats d'expériences et de calculs relatifs aux barrages noyés par un gonflement des eaux d'aval	38	126
Vérification de la nouvelle formule	39	128
Résultats relatifs aux barrages établis dans des canaux à section trapézoïdale	40	130
Applications pratiques et observation relative aux jaugeages effectués antérieurement dans des canaux étroits à section trapézoïdale	41	136

DEUXIÈME SECTION.

ÉCOULEMENT PAR LES DÉVERSOIRS OU DIGUES DE FORMES ET DISPOSITIONS DIVERSES.

Expériences relatives aux barrages obliques	1	139
Règle pratique pour calculer le débit des barrages obliques	2	143
Remarque relative aux déversoirs parallèles au courant qui les alimente	3	*ib.*

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Expériences sur les barrages en chevrons. — Règle pratique pour en calculer le débit	4	146
Expériences sur les barrages inclinés vers l'amont	5	ib.
Règle pratique pour calculer le débit de ces barrages	6	148
Barrages verticaux avec plate-forme horizontale	7	ib.
Phénomènes hydrauliques	8	ib.
Résultats d'expérience; conséquences diverses; coefficients de l'ancienne formule	9	149
Règle pratique	10	152
Barrages verticaux arrondis au sommet	11	ib.
Phénomènes hydrauliques	12	ib.
Observation générale relative à la mesure des charges dans le cas des déversoirs à seuils arrondis	13	153
Résultats d'expérience et de calcul	14	154
Coefficients de l'ancienne formule	15	157
Modules de transition et règle pratique	16	158
Barrages inclinés vers l'amont, avec seuil arrondi suivant un demi-cylindre circulaire	17	160
Résultats d'expérience	18	ib.
Coefficients de l'ancienne formule	19	162
Module de transition	20	ib.
Dispositif analogue à celui des grandes digues en maçonnerie	21	163
Résultats d'expérience et de calcul	22	164
Coefficients de l'ancienne formule pour le même cas	23	165
Module de transition	24	ib.
Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques	25	166
Influence des crémaillères employées pour la manœuvre des vannes	26	167
Résultats d'expérience et de calcul relatifs au cas des déversoirs avec seuil en quart de cercle suivi d'un coursier circulaire	27	168
Modules de transition	28	170
Même cas, le seuil du déversoir ayant une épaisseur double	29	ib.
Phénomènes hydrauliques	30	171
Résultats d'expérience et modules de transition	31	ib.
Seuils avec arrondissement prolongé du côté d'amont	32	173
Résultats d'expérience	33	174
Modules de transition	34	ib.

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Déversoirs à plates-formes paraboliques	35	175
Observations physiques et indications pratiques	36	176
Résultats d'expérience et de calcul	37	177
Modules de transition	38	179
Coefficients de l'ancienne formule pour les quatre dispositifs concernant l'alimentation des roues hydrauliques	39	180
APPENDICE.		
Rendement des roues hydrauliques dites de côté, et à compartiments	40	182
LIVRE TROISIÈME. JAUGEAGE PAR LES ORIFICES AVEC CHARGE SUR LE SOMMET.		
PREMIÈRE SECTION. MESURE DES PETITS VOLUMES LIQUIDES.		
Ancien pouce d'eau. — Divers modules. — Jaugeage antique	1	184
Conditions générales auxquelles doivent satisfaire les orifices jaugeurs. — Formule d'écoulement	2	185
Orifices circulaires. — Écoulement en minces parois avec contraction complète. — Conditions à remplir. — Résultats de la discussion des anciennes expériences. — Observation relative à la classification des liquides suivant leur degré de *viscosité*	3	186
Écoulement à gueule-bée. — Phénomènes et propriétés physiques	4	188
Ajutages cylindriques ou parois épaisses	5	190
Ajutages coniques convergents	6	191
Ajutages coniques divergents	7	193
Observation relative à l'influence réciproque d'orifices voisins	8	194
Orifices rectangulaires. — Résultats des expériences de MM. Poncelet et Lesbros. — Conditions particulières à remplir dans l'application	9	*ib.*
Observation relative à la variabilité des coefficients pour le cas des veines contractées latéralement	10	199

DEUXIÈME SECTION.

ORIFICES ALIMENTÉS PAR UN CANAL, ET SANS CONTRACTION SUR LES COTÉS VERTICAUX.

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Circonstances essentielles de ce genre d'écoulement. — Programme des expériences effectuées en 1846 et 1847 par M. Boileau	11	199
Données naturelles de la question. — Orifices sans contraction sur le seuil, la veine coulant librement dans un canal de même largeur	12	201
Cas où la veine est gênée par un gonflement des eaux d'aval	13	203
Cas où la veine tombe librement dans l'atmosphère, après avoir pris dans un coursier le parallélisme qui caractérise la section contractée	14	*ib.*
Observations relatives aux *trajectoires* des grandes veines liquides	15	204
Nouveaux résultats concernant les propriétés des colonnes hydrostatiques. — Ensemble de la question de la *conservation des pressions* dans les veines fluides	16	205
Remous produits par un barrage d'aval	17	209
Orifice avec contraction sur le seuil; remous produits par une vanne de fond qui diminue le débouché d'aval	18	210
Contraction sur le seuil et veine libre	19	211
Phénomènes du remous superficiel d'amont. — Mode général de raccordement des remous superficiels	20	212
État de la surface du remous : correspondance avec celui du fond. — Tourbillons et entonnoirs	21	214
Calcul de la dépense des orifices sans contraction latérale et alimentés par un canal. — Caractères particuliers de l'écoulement. — Formule de M. Boileau	22	*ib.*
Comparaison des résultats du calcul avec ceux de l'expérience	23	218
Confirmation des considérations théoriques	24	220
Coefficients de l'ancienne formule	25	221
Influence des obstacles d'aval et moyens d'en tenir compte	26	223
Résultats d'expérience	»	226
Conséquences de ces résultats	27	228
Proposition relative à la *transmission des pressions* par les veines liquides	28	*ib.*
Mouvement d'une onde superposée à une masse d'eau en repos	29	229
Confirmation des considérations théoriques. — Coefficients de l'ancienne formule pour le cas où la veine est couverte par les remous d'aval	30	*ib.*
Dépense des orifices avec contraction sur les côtés supérieur et inférieur; la veine étant, ou libre dans le canal de fuite, ou gênée par des remous	31	230
Conséquence générale relative à l'influence des modifications de la courbure des veines liquides	»	231

LIVRE QUATRIÈME.

EXPÉRIENCES RELATIVES A QUELQUES DISPOSITIONS PARTICULIÈRES DES GRANDS PERTUIS D'ÉCOULEMENT.

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Influence de certaines roues hydrauliques sur le débit des orifices qui les alimentent. — Considérations générales	1	234
Roues de côté emboîtées dans un coursier circulaire	2	235
Description des appareils d'expérimentation	3	236
Indication des causes qui peuvent influer sur la dépense du déversoir alimentaire	4	237
Résultats d'expérience	5	238
Observations et conséquences	6	241
Indications pratiques	7	242
Roues verticales à aubes courbes. — Appareil d'expérimentation	8	*ib.*
Circonstances qui peuvent influer sur la dépense de l'orifice alimentaire	9	243
Résultats des expériences	10	244
Confirmation de ces résultats	11	245
Orifices du troisième genre. — Définition	12	246
Disposition des expériences	13	247
Phénomènes physiques	14	248
Calcul de la dépense	15	249
Résultats d'expérience concernant le cas où le seuil de l'orifice est faiblement exhaussé	16	251
Résultats d'expérience pour le cas où l'orifice occupe toute la hauteur du canal d'alimentation	17	253
Comparaison de ces résultats avec ceux qui concernent les déversoirs	18	*ib.*
Observations relatives aux applications pratiques	19	256
Lois de variation des chutes superficielles. — Passages d'écluses des fortifications. — Formules empiriques	20	257

LIVRE CINQUIÈME.

DESCRIPTION, PROPRIÉTÉS ET TARE DES INSTRUMENTS HYDROMÉTRIQUES.

Aperçu historique	1-2	261
Propriétés et usage des flotteurs	3	267
Propriétés des moulinets	4	270

	Numéros des articles.	Numéros des pages.
Perfectionnements dont ces instruments paraissent susceptibles	5	271
Description d'un moulinet proposé par M. Boileau	6	272
Propriétés du tube de Pitot	7	273
Nouvel appareil hydrométrique : principe de son emploi	8	274
Description détaillée et propriétés	9	276
Propriétés des hydromètres dynamométriques	10	278
Hydrodynamomètre de M. Boileau ; son emploi et ses propriétés	11-12	279
Tare des instruments hydrométriques. — Examen du procédé employé jusqu'ici par les ingénieurs	13	282
Nouvelle méthode. — Tube hydrométrique de M. Boileau	14	284
Marche à suivre pour tarer un instrument hydrométrique	15	285
Résultats de calcul et d'expérience concernant la tare des moulinets à ailettes	16	286
Nouvelle roue hydrométrique pour la mesure des vitesses superficielles des courants. — Résultats d'expériences	17	290

LIVRE SIXIÈME.

PREMIÈRE SECTION.

RÉSULTATS D'EXPÉRIENCE CONCERNANT LES LOIS DE LA DISTRIBUTION DES VITESSES DANS LES COURS D'EAU.

Considérations générales. — Expériences de M. Boileau	1-2	292
Établissement du régime permanent dans le canal d'expériences. — Assimilation aux cours d'eau naturels réglés	3	294
Recherche de la loi des vitesses dans la profondeur des cours d'eau. — 1° *Canaux à régime uniforme.* — Première série des expériences de l'année 1845	4	301
Tare du tube hydrométrique	5	303
Tare de l'hydrodynamomètre	6	304
Loi de variation des vitesses dans un canal rectangulaire à régime uniforme.	7	306
2° *Fleuves et rivières.* — Résultats des observations de M. l'ingénieur Défontaine sur un bras du Rhin	8	309
Remarque générale	9	310

	NUMÉROS des articles.	NUMÉROS des pages.
Résultats des observations de M. le colonel d'artillerie Hennocque sur le même cours d'eau	10	310
Influence de l'intensité et de la direction du vent	11	311
Expériences spéciales sur l'influence du vent, et remarque relative aux causes du décroissement des vitesses vers la surface liquide	12	312
Observations de M. l'ingénieur Baumgarten sur un bras de la Garonne et sur le canal du Rhône au Rhin	13	314
Modules de variabilité des vitesses sur les verticales des cours d'eau de différents régimes et pour diverses formes du lit. — Influences de la profondeur et de la rapidité des courants	14	316
Variations des vitesses dans le sens de la largeur des courants. — Résultats des observations faites par M. Boileau, en 1845 et 1848	15	318
Conséquences des observations faites sur le Rhin par MM. Défontaine et Hennocque	16–17	319
Modules de variabilité des vitesses	18	320
Conséquences relatives aux lois de variation des vitesses	19–20	321
Propriétés des *courbes d'égale vitesse*	21–22	*ib.*

DEUXIÈME SECTION.

§ I. — NOTIONS NOUVELLES SUR LES LOIS DE L'IMPULSION DES COURANTS LIQUIDES.

Phénomènes observés autour d'un prisme mince exposé au choc d'un courant liquide	1	323
Données relatives à l'amplitude de la sphère d'activité des mouvements moléculaires	2	326
Variations du coefficient de résistance des milieux liquides, suivant la distance du corps immergé à la surface libre de ce milieu	3	328
Conséquences des observations de phénomènes, et des résultats précédents	4	330
Explication de l'accroissement continu du coefficient de résistance	5	*ib.*
Observation relative à l'influence de l'étendue de la surface d'impression et de la vitesse du mouvement	6	331
Phénomène des *oscillations transversales spontanées* d'un pendule immergé	7	332

§ II. — DES ONDES FLUIDES ET DES MOUVEMENTS DE FOND.

	Numéros des articles.	Numéros des pages.
Propagation des courants atmosphériques par ondes distinctes...........	8	333
Surfaces de calme..	9	334
Phénomènes observés dans le tir des bouches à feu.................	10	335
Mouvements de fond et dépôts dans les courants liquides..............	11	ib.
Persistance des dépôts, lorsque le régime du courant ne se modifie pas. — Application aux *reconnaissances militaires*....................	12	337
Nature particulière du mouvement des molécules fluides contiguës aux parois des canaux et conduites..................................	13	338

TROISIÈME SECTION.

§ I. — JAUGEAGE PAR LA VITESSE MOYENNE.

Formule de Prony..	1	340
Examen de la question..	2	341
Vitesse moyenne sur chaque verticale..............................	3	342
Vitesse moyenne des sections transversales.........................	4	346
Nouvelles expériences..	5	347

§ II. — PROCÉDÉ DES ÉCRANS-FLOTTEURS.

Description et examen de ce procédé. — Limites pratiques de son emploi..	6	351

§ III. — DÉTAILS D'EXÉCUTION DES JAUGEAGES.

Emploi des barrages..	7	353
Emploi des instruments hydrométriques............................	8	357
Méthode de calcul...	9	360

LÉGENDE DES TABLEAUX DES RÉSULTATS D'EXPÉRIENCE.

LIVRE DEUXIÈME.

NUMÉROS.	
I, I (*bis*)	Hauteurs du remous d'aval formé au pied d'un barrage vertical, pour différentes chutes.
II	Comparaison des hauteurs des colonnes liquides dans deux tubes dont l'un communique avec la nappe du déversoir, et l'autre avec un grand réservoir alimentaire d'amont.
III..........	Coordonnées du profil longitudinal des nappes en amont du barrage.
IV..........	Changement de pentes, à l'origine d'amont de ce profil.
V, VI, VII...	Comparaison des charges indiquées par les tubes à celles que l'on obtient par nivellement de la surface liquide dans le canal.
VIII	Valeurs des charges à partir desquelles les nappes cessent d'être libres.
IX, X.......	Résultats des observations effectuées en 1847 sur les épaisseurs des nappes correspondantes à différentes charges et différentes hauteurs de barrage.
XI, XII.....	Ensemble des chutes superficielles correspondantes à des charges de $0^{m},040$ à $0^{m},500$, et à des hauteurs de barrages de $0^{m},20$ à $1^{m},10$.
XIII, XIV ...	Ensemble des rapports de la charge du déversoir à l'épaisseur de la nappe, compris entre les mêmes limites.
XV.........	Détermination de la correction due à la présence du tube indicateur des charges dans la masse qui s'écoule.
XVI	Résultats de la première série des expériences sur les barrages-types (nappes libres, ou du premier genre).
XVII	Deuxième série (même cas).
XVIII.......	Troisième série (même cas).
XIX........	Quatrième série (même cas).
XX.........	Cinquième série (même cas).
XXI........	Sixième série (même cas).
XXII	Septième série (même cas).
XXIII.......	Nappes du second genre; quatrième série.
XXIV.......	Même cas; cinquième série.
XXV	Même cas; sixième série.
XXVI.......	Même cas; septième série.
XXVII......	Résultats comparatifs pour l'examen de l'influence de la largeur des barrages déversoirs.

NUMÉROS.	
XXVIII	Corrections expérimentales de la nouvelle formule, pour le cas des barrages-types.
XXIX, XXX.	Coefficients de la formule ancienne, pour le même cas.
XXXI	Preuves numériques de l'exactitude relative du nouveau mode d'évaluation des vitesses d'écoulement.
XXXII......	Résultats d'observation et de calcul relatifs à l'écoulement par les barrages noyés par un gonflement des eaux d'aval.
XXXIII, XXXIV.	Résultats relatifs à l'écoulement par les barrages établis dans des canaux à section trapézoïdale.
XXXV......	Coefficients de correction de l'ancienne formule pour les mêmes cas.
XXXVI......	Comparaison des charges aux épaisseurs des nappes formées sur les barrages obliques à la direction du courant.
XXXVII	Résultats relatifs au jaugeage de la dépense dans les mêmes cas.
XXXVIII....	Résultats relatifs aux barrages en chevrons.
XXXIX......	Résultats relatifs aux barrages inclinés vers l'amont.
XL..........	Résultats relatifs aux barrages verticaux, avec plate-forme horizontale.
XLI	Coefficients de l'ancienne formule pour le même cas.
XLII........	Résultats d'expérience relatifs aux barrages verticaux arrondis au sommet.
XLIII.......	Coefficients de l'ancienne formule, pour le même cas.
XLIV.......	Résultats d'expérience relatifs aux barrages épais, inclinés vers l'amont, avec seuil arrondi suivant un demi-cylindre circulaire.
XLV........	Coefficients de l'ancienne formule, pour le même cas.
XLVI.......	Résultats d'expérience relatifs aux digues à sommet arrondi, raccordé en amont et en aval avec le fond du lit d'un cours d'eau.
XLVII	Coefficients de l'ancienne formule, pour le même cas.
XLVIII	Influence des crémaillères employées pour la manœuvre des vannes en déversoir inclinées vers l'amont qui alimentent certaines roues hydrauliques.
XLIX.......	Résultats d'expérience relatifs à la dépense de ces déversoirs. — Cas des seuils en quart de cercle suivis d'un coursier circulaire.
L	Résultats d'expérience sur le même cas, le seuil du déversoir ayant une épaisseur double.
LI..........	Modules de transition pour les deux cas.
LII	Résultats d'expérience et de calcul relatifs aux vannes avec arrondissement prolongé du côté d'amont.
LIII	Résultats relatifs aux vannages avec plates-formes paraboliques.
LIV.........	Coefficients de l'ancienne formule pour les quatre dispositifs concernant l'alimentation des roues hydrauliques.

LIVRE TROISIÈME.

NUMÉROS	
LV	Coefficients de la formule théorique d'écoulement, pour les orifices circulaires en mince paroi plane avec contraction complète.
LVI	Coefficients pour le cas des ajutages coniques convergents.
LVII	Coefficients résultant des expériences de MM. Poncelet et Lesbros sur les orifices rectangulaires en minces parois, avec contraction complète.
LVIII	Contractions géométriques des veines liquides issues des orifices rectangulaires alimentés par un canal de même largeur, avec écoulement libre et contraction sur le côté supérieur seulement.
LIX	Éléments des trajectoires de grandes veines liquides tombant librement dans l'atmosphère.
LX	Longueurs des remous superficiels formés en amont d'un orifice avec charge sur le sommet, dans un canal de même largeur.
LXI	Résultats d'expérience et vérification de la nouvelle formule approximative de la dépense des orifices.
LXII........	Coefficients de correction de l'ancienne formule.
LXIII	Résultats d'expérience et de calcul concernant le cas où le courant d'aval est gêné par un obstacle.
LXIV	Résultats d'expérience relatifs à l'écoulement par les orifices avec contraction sur le seuil en même temps que sur le côté supérieur.

LIVRE QUATRIÈME.

LXV........	Résultats d'expérience relatifs à l'influence d'une roue de côté à palettes sur la dépense du déversoir qui l'alimente.
LXVI	Résultats d'expérience relatifs à l'influence d'une roue verticale à aubes courbes sur la dépense de l'orifice qui l'alimente.
LXVII, LXVIII...	Résultats d'expérience et de calcul relatifs aux orifices du troisième genre..
LXIX	Résultats relatifs aux variations des chutes superficielles.

LIVRE CINQUIÈME.

LXX	Comparaison du nombre de tours des moulinets hydrométriques mus dans l'eau stagnante ou exposés au choc d'un courant.
LXXI.......	Vitesses de rotation d'un nouveau moulinet comparées à celles des courants liquides.
LXXII......	Sensibilités comparées des moulinets du système Woltmann et des nouveaux.

NUMÉROS.	
LXXIII	Résultats d'expérience relatifs aux indications d'une nouvelle roue hydrométrique employée pour la mesure des vitesses superficielles des courants.

LIVRE SIXIÈME.

LXXIV	Coordonnées du profil d'un *pertuis régulateur*.
LXXV	Recherche de la loi de variation des vitesses dans la profondeur d'un courant à régime uniforme; première série.
LXXVI	Tare du tube hydrométrique.
LXXVII, LXXVIII.	Résultats d'expérience pour la tare de l'hydrodynamomètre.
LXXIX, LXXX ..	Vitesses en différents points de la hauteur de deux courants à régime uniforme.
LXXXI, LXXXII	Résultats d'observations faites sur un bras du Rhin.
LXXXIII....	Résultats d'expériences spécialement relatives à l'influence du vent sur la distribution des vitesses.
LXXXIV....	Modules de variabilité des vitesses dans la profondeur des cours d'eau de différents régimes et pour diverses formes du lit.
LXXXV.....	Observations de vitesses superficielles faites sur un bras du Rhin.
LXXXVI....	Modules de variabilité des vitesses dans la largeur des cours d'eau.
LXXXVII....	Amplitudes relatives de la sphère d'activité des mouvements moléculaires autour d'un prisme mince exposé au choc d'un courant.
LXXXVIII...	Variations du coefficient de résistance des milieux liquides en mouvement, correspondantes aux diverses phases des phénomènes physiques.
LXXXIX....	Résultats relatifs à la relation entre la plus grande et la moyenne vitesse sur les verticales d'un cours d'eau.
XC, XCI....	Résultats relatifs à la relation entre la plus grande vitesse superficielle et la vitesse moyenne d'une section entière.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TRAITÉ

DE LA

MESURE DES EAUX COURANTES.

EXPOSITION.

Lorsque l'on considère le nombre, l'étendue et l'importance des cours d'eau, depuis les fleuves et les canaux qui portent la richesse des nations jusqu'au ruisseau qui fait tourner le modeste moulin de village, on reconnait l'utilité universelle et durable de l'Hydraulique. D'autres agents de production ou de circulation pourront, à diverses époques, exciter plus vivement l'attention publique; mais, dans aucun temps, il ne sera permis à l'ingénieur et au législateur de négliger ce qui concerne les eaux courantes, ces présents de la nature. Les travaux d'investigation qui se rapportent à leur emploi peuvent être partagés en deux grandes divisions, dont l'une comprend les moyens divers de régler et de prévoir les mouvements des cours d'eau, tandis que l'autre est consacrée à l'étude des éléments dynamiques d'un courant déterminé. La première embrasse un champ d'observations plus vaste; on y doit considérer l'ensemble d'un bassin géographique tout entier, jusqu'aux moindres affluents de l'artère principale, comme formant un grand appareil hydraulique dont la constitution, le régime et les variations dépendent de la disposition et de la nature des terrains, des phénomènes météorologiques, des opérations naturelles incessantes qui se produisent dans le lit des rivières, et des œuvres d'art que l'ingénieur y multiplie. Cette étude est moderne; nous l'avons vue, à la suite de grands désastres, se développer et prendre le caractère qui lui convient: celle qui fait l'objet de ce

Traité est, au contraire, très-ancienne, par suite de ses applications continuelles aux intérêts privés. Depuis trois siècles, en effet, les travaux d'illustres savants, de grands ingénieurs, témoignent de l'importance qui s'attache à cette branche de l'hydraulique. Léonard de Vinci, par ses belles et nombreuses observations (*); Torricelli, par son théorème fondamental sur la vitesse d'écoulement; Newton, en étudiant la contraction des veines liquides; Daniel Bernoulli, par son Traité d'Hydrodynamique, œuvre de génie; Mariotte, Poleni, Couplet, Bossut, les deux Michelotti, Bidone, Eytelwein, par les résultats d'expérience qu'ils ont fournis sur le débit des orifices, le mouvement dans les tuyaux et les formes singulières des veines liquides; Dubuat, par les notions judicieuses sur le régime des eaux, et les données expérimentales qu'il a introduites dans l'hydraulique pratique; Venturi, par ses recherches sur la communication latérale du mouvement; tous ces esprits distingués ou éminents ont fourni des documents nombreux, fait luire de précieuses lumières et préparé les travaux plus récents, en tête desquels il faut placer ceux de MM. Poncelet et Lesbros, véritables modèles d'expérimentation exacte et d'esprit de continuité.

L'hydraulique n'intéresse pas seulement le génie civil et l'industrie privée; en effet, les manœuvres d'eau des places fortes, la défense efficace que l'on tire des inondations, les passages de rivières, introduisent dans l'art militaire les notions expérimentales de cette science, et aucun corps armé n'en fait un plus fréquent usage que l'Artillerie, chargée, en campagne, de l'établissement des ponts; à l'intérieur, de la confection du matériel et des munitions

(*) *Voir* le recueil intitulé: *Raccolta d'autori italiani che trattano del moto delle acque*, 4e édition, imprimée à Bologne. Léonard de Vinci a particulièrement décrit, avec beaucoup de soins et pour des cas variés, les mouvements des particules autour des corps solides immergés, ainsi que ceux qui résultent des coudes et des changements brusques de dimension des conduites; il a indiqué la convergence des filets dans les veines liquides et les nappes des déversoirs avec contraction latérale. On trouve dans son Mémoire un appareil pour faire des expériences sur la dépense des petits orifices et le flotteur double destiné à faire reconnaître les différences de vitesse dans une section d'un cours d'eau, instrument attribué à Mariotte par les auteurs modernes.... « J'ai pour principe, dit-il, de citer » d'abord l'expérience, et ensuite de démontrer pourquoi les corps sont forcés de se comporter de » telle ou telle manière. .. » Parole admirable à une époque de dogmatisme obscur! Mais la logique des sciences ne devait être créée qu'un siècle plus tard par Bacon et Descartes, et si les inductions de Léonard de Vinci présentent parfois de brillants éclairs, elles ne seraient généralement plus admises de nos jours.

de guerre dans de nombreuses usines, presque toutes mues par des cours d'eau. C'est cette considération et les devoirs de l'enseignement qui m'ont déterminé à entreprendre, en m'inspirant de l'exemple et des conseils de mes savants prédécesseurs, des recherches étendues dont une partie est relatée dans les divers livres du présent ouvrage. Le programme de ces recherches ayant été honoré de l'approbation du Comité de l'Artillerie, M. le Ministre de la Guerre a accordé, en décembre 1844, l'autorisation et les moyens d'exécution nécessaires : ces facilités m'ont été ensuite renouvelées à deux reprises.

J'ai considéré le mouvement des eaux courantes à travers les grands orifices en usage et dans le lit des cours d'eau, études qui se confondent en partie, lorsqu'il s'agit du jaugeage des courants à faible section transversale qui alimentent les usines ou les irrigations. Le procédé le plus pratique et le plus exact consiste effectivement, dans ce cas, à barrer transversalement le courant liquide, de manière que le volume qu'il débite s'écoule tout entier, soit en déversoir par-dessus le barrage, soit par un orifice rectangulaire que celui-ci laisse entre lui et le fond du canal. L'ingénieur doit adopter, pour cette opération, un dispositif exactement conforme à celui qui avait lieu dans des expériences antérieures sur les résultats desquelles il base ses calculs; aussi j'ai choisi, pour les recherches expérimentales relatives à ce sujet, le type le plus simple et le plus facile à reproduire. Ce procédé de jaugeage est celui qu'on a le plus fréquemment occasion d'employer; il se rattache souvent à de graves intérêts, et peut servir de base à des décisions judiciaires : j'en ai fait une étude étendue dont les résultats composent les livres II et III de cet ouvrage. Le premier est consacré à l'écoulement par les barrages-déversoirs, et mes premières expériences à ce sujet ont été effectuées en septembre 1845.

A cette époque, on ne connaissait, sur les déversoirs formés en barrant un canal, qu'un petit nombre de résultats précis : dans la première série, due au colonel Dubuat, le barrage était formé d'une planchette verticale de $0^m,027$ d'épaisseur, équarrie au sommet, et de $0^m,11$ seulement de hauteur; les expériences sont au nombre de cinq, et la plus grande charge a été de $0^m,129$. La nappe d'eau rencontrait en aval une surface liquide dont la hauteur relative, ou n'est point indiquée, ou était trop élevée pour ne pas

influer sur l'écoulement; il est facile de voir que cette partie des recherches de l'illustre ingénieur n'a été faite qu'accessoirement et comme cas particulier. On peut en dire autant des six expériences effectuées par le savant géomètre Bidone sur un barrage analogue au précédent et de $0^m,156$ de hauteur, établi dans l'intérieur d'un canal horizontal en maçonnerie appartenant à l'observatoire hydraulique de la Parella (*). Cet auteur, à qui l'on doit un grand nombre d'observations et d'expériences très-intéressantes, a relevé, en les traçant sur la paroi du canal, les profils des nappes liquides, et a jaugé la dépense dans un bassin exactement taré; mais la manière dont les charges du déversoir, comprises entre $0^m,074$ et $0^m,197$, ont été obtenues, laisse de l'incertitude sur leurs valeurs. La troisième série d'expériences connues était celle qui a été faite, en 1835, par M. Castel, dans un canal de $0^m,74$ de largeur moyenne (**); le barrage était formé par une pièce de bois verticale surmontée d'une règle en cuivre de $0^m,003$ d'épaisseur, dont l'arête supérieure constituait le seuil du déversoir : la hauteur de ce barrage a varié graduellement de $0^m,032$ à $0^m,225$, et les charges de $0^m,029$ à $0^m,082$. Ces expériences donneraient des notions intéressantes sur le cas, tout exceptionnel d'ailleurs, des petites charges et des très-faibles hauteurs de barrage, si elles n'eussent été accompagnées d'une circonstance perturbatrice qui nous avait été signalée par l'illustre savant dont les grandes lumières ont exercé la plus favorable influence sur l'ensemble de nos travaux. En outre, les nappes formées sur les barrages de M. Castel tombaient librement dans l'atmosphère d'abord, puis dans un réservoir inférieur, ce qui n'est point le cas ordinaire du jaugeage des cours d'eau. Les circonstances pratiques les plus importantes de cette opération se rencontrent dans la série d'expériences dont M. le général Morin a fait connaître, en mars 1846, les résultats, dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*. L'écoulement se produisait par une large vanne en déversoir barrant un

(*) Cet établissement a été fondé, en 1763, près de Turin, par F.-D. Michelotti sous la protection du roi de Sardaigne, et agrandi un demi-siècle après par le comte Balbe. C'est le premier de ce genre qui ait été construit, et le seul qui l'ait été d'une manière durable.

(**) M. Castel a effectué, en outre, à Toulouse, un grand nombre d'expériences sur les déversoirs en minces parois avec contraction latérale, dans deux canaux de largeurs différentes, et quelques-unes concernant les orifices avec charge sur le sommet.

canal alimenté par un grand réservoir; cette vanne était armée de deux crémaillères, inclinée de l'amont vers l'aval, et présentait un seuil arrondi du côté d'aval, à arête vive en amont. Les charges du déversoir ont varié de $0^m,04$ à $0^m,20$, et l'on a évalué les volumes liquides à l'aide de trois orifices rectangulaires en minces parois, pratiqués dans un barrage établi en aval dans un canal de fuite. Après avoir rapporté ces résultats et montré combien ils diffèrent de ceux sur lesquels on basait jusqu'alors l'évaluation des effets des moteurs hydrauliques, M. Morin ajoute : « ... Qu'il serait à » désirer que de nouvelles expériences spéciales, comprenant les propor- » tions et les dispositions le plus en usage, fussent exécutées avec la préci- » sion convenable.... »

Ayant reconnu, par les investigations préliminaires de l'année 1845, les points principaux sur lesquels devait se porter notre attention, dans l'étude des déversoirs (*), nous avons exécuté l'année suivante, après avoir établi dans de grandes proportions un second observatoire hydraulique, plusieurs séries d'expériences sur les barrages verticaux construits suivant le type qui nous avait paru à la fois le plus simple et le plus propre à produire des circonstances d'écoulement nettement caractérisées. Ces barrages et tous ceux que nous avons employés depuis ont été construits avec des madriers de sapin ou de chêne. En nous écartant ainsi de l'usage des orifices métalliques, nous nous exposions à ne pas obtenir une très-grande rigueur de mesures, mais les dimensions sur lesquelles nous voulions opérer rendaient cet inconvénient peu sensible; agissant d'ailleurs en vue des applications usuelles, nous désirions employer des moyens assez simples pour être à la disposition de tous les observateurs, applicables à toutes les grandeurs d'orifices, et réalisables en toute circonstance. D'un autre côté, nous avons multiplié les observations de phénomènes, afin de préciser les caractères divers de l'écoulement, et de faire apprécier le rôle que jouent toutes les influences, soit principales, soit secondaires. En un mot, fournir des approximations pratiques suffisantes et une étude physique aussi complète qu'il nous serait possible, telle est la marche que nous avons cru devoir adopter.

(*) De ce nombre, sont la division des nappes liquides en trois classes distinctes et le mode d'observation des charges.

A la suite des expériences de l'année 1846, relatives aux déversoirs, nous avons proposé, pour le calcul du débit des barrages considérés dans ces expériences, une formule différant de l'ancienne par deux points essentiels, savoir : que le rôle de ce qu'on appelle la charge du déversoir y est réduit à représenter la dimension verticale de l'orifice, et que l'accélération des vitesses est regardée comme due à la chute superficielle du courant, depuis la section du canal où commencent les phénomènes particuliers à la veine liquide, jusqu'au plan vertical de la crête du barrage. Les considérations physiques sur lesquelles se basait cette théorie, et la marche générale de nos premiers travaux, ayant été honorés de l'approbation de l'Académie des Sciences, ce puissant, cet inestimable encouragement nous a engagé à étendre le principe des chutes superficielles à l'écoulement par les barrages laissant entre eux et le fond du canal un orifice rectangulaire avec charge sur le sommet. Dans ce cas, mieux encore que dans le précédent, la formule obtenue était conforme au véritable esprit des applications de la mécanique des masses au mouvement des liquides; car, du passage du courant à travers l'orifice, il résultait, comme nous l'avons fait observer, une influence régulatrice sur le mouvement des molécules dans la section initiale de la veine et dans la section contractée formée sur le radier du canal d'aval; de sorte que, dans chacune de ces deux sections, les vitesses des particules fluides, parallèles entre elles, devaient en outre différer très-peu. Cette nouvelle application du principe des forces vives basée sur l'observation des phénomènes naturels ayant obtenu le même accueil bienveillant que la première, de la part des hommes les plus compétents en semblable matière, le Conseil d'instruction de l'École Polytechnique a autorisé, en 1849, l'insertion dans le XXXIII[e] cahier du *Journal de l'École Polytechnique,* d'un Mémoire contenant ces dernières recherches et les premières que nous avions faites sur les barrages-déversoirs. Nous désirions, par cette publication, appeler l'attention des ingénieurs sur les vues qui nous avaient guidé, et recueillir les critiques rationnelles qu'elles pourraient faire naître. Effectivement, des observations critiques ont été publiées, mais nous avons eu à regretter qu'elles reposassent, non point sur l'appréciation des considérations fondamentales, mais sur le rapprochement de résultats numériques obtenus dans des circonstances dissemblables; en outre, il ressortait des mêmes observa-

tions que nos efforts pour introduire une classification précise et bien nécessaire dans les phénomènes naturels, n'avaient point eu les conséquences que nous pouvions désirer. Cependant, les nombreux et durables services que l'auteur de la note dont il s'agit a rendus à l'hydraulique, nous faisaient un devoir de prendre en grande considération l'opinion qu'il énonçait relativement à l'application pratique de la nouvelle formule des déversoirs; aussi nous avons désiré obtenir, par des expériences moins limitées que les premières, des éléments de conviction plus complets. C'est seulement en 1852 que nous avons pu réaliser cette intention, et il a fallu introduire, dans la disposition des appareils, plusieurs modifications qui n'eussent point été possibles dans les expériences antérieures.

Le livre Ier du présent ouvrage a pour objet l'indication des méthodes employées pour le jaugeage des cours d'eau, l'évaluation de leurs puissances mécaniques dans les conditions de la pratique, et la description des appareils d'expérimentation qui ont servi à la plus grande partie de nos recherches.

Le livre II est divisé en deux sections, dont la première renferme l'ensemble des expériences précitées de l'année 1852 et des précédentes, devenues une faible fraction dans cet ensemble. Les largeurs des déversoirs y varient de $0^m,300$ à $1^m,620$; les charges, de $0^m,040$ (*) à $0^m,510$, et les hauteurs des barrages de $0^m,200$ à $1^m,110$. On a considéré, non-seulement le cas où l'écoulement est libre dans le canal de fuite, mais encore celui où il a lieu sous l'influence des remous produits par un gonflement des eaux d'aval, remous dont la hauteur relative a été progressivement augmentée jusqu'à la limite extrême où la courbure de la nappe reste à peine sensible. Ces recherches concernent le cas de barrages-types verticaux, perpendiculaires à la direction du canal, et présentant au sommet un biseau avec arête vive. Elles ont été, en très-grande partie, effectuées dans des canaux à section rectangulaire, et cette circonstance pourrait paraître, au premier abord, constituer un cas particulier. Mais il faut remarquer que, dans la plupart des canaux en terre et des cours d'eau naturels, l'emplacement occupé

(*) L'écoulement des liquides sous les très-petites charges paraît, pour les déversoirs surtout, constituer un genre d'études tout spécial, en dehors du domaine de la pratique et exigeant des conditions d'expérimentation analogues à celles de la physique générale; nous pensons que les charges inférieures à $0^m,05$ doivent être évitées par les ingénieurs dans toutes les opérations de jaugeage.

par les talus des rives est une faible partie aliquote de la largeur totale, et qu'il suffira en conséquence de prendre, pour celle de la section d'écoulement, une moyenne entre les deux bases horizontales de cette section. S'il s'agit d'un petit ruisseau, on recoupera sans aucune difficulté les talus sur une longueur de $2^m,80$ en amont et 1 mètre en aval du barrage, et l'on soutiendra les terres par un panneau en planches. Quant aux coursiers et canaux des usines avec parois en charpente ou en maçonnerie, ils ont presque toujours une section rectangulaire, et c'est probablement par cette raison qu'aucun auteur n'avait opéré sur des orifices placés dans des canaux à section trapézoïdale. Cependant, pour compléter nos recherches, nous avons exécuté deux séries d'expériences relatives à ce cas, en faisant varier l'inclinaison des talus. La dilatation de la veine liquide dans son ascension vers le sommet du barrage, et la contraction qu'elle subit dans sa chute, produisent alors des phénomènes particuliers que nous avons signalés, en même temps que les modifications à introduire dans le calcul de la dépense. Or quoique, dans une de ces séries, nous ayons poussé les effets de la convergence des parois jusqu'à leur extrême limite, en rendant nulle la largeur inférieure du canal, la faible importance de ces modifications indique suffisamment qu'il serait inutile de se préoccuper des effets dont il s'agit, dans la plupart des applications qui pourraient se présenter, pourvu toutefois que, dans les calculs, on ne prît point, pour largeur de l'orifice, la longueur de la crête du barrage.

Les charges des déversoirs ont été obtenues en plongeant, contre leur face d'amont, un simple tube ouvert aux deux extrémités, et mesurant la hauteur de la colonne liquide au-dessus de l'arête culminante du barrage, procédé d'une application facile et qui dispense les ingénieurs du nivellement, quelquefois impossible, d'une surface fluide très-mobile, exposée aux agitations de l'atmosphère. Afin de ne laisser aucune incertitude sur cette nouvelle méthode, nous en avons fait l'objet d'une étude attentive comprenant toutes les particularités qui peuvent intéresser la physique ou les praticiens. Enfin, l'on pourra éviter la mesure directe des charges au moyen de Tables numériques étendues que nous avons dressées à cet effet.

Les observations de phénomènes hydrodynamiques annexées aux expériences sont nombreuses; leur conséquence pratique la plus importante est

la division des nappes liquides des déversoirs en trois classes, savoir: 1° celles qui, à partir du sommet du barrage, s'en détachent et tombent librement sur le fond du canal; 2° les nappes renfermant entre elles et la surface d'aval du barrage une masse d'eau agitée, un remous qui s'élève jusqu'au seuil du déversoir; 3° celles qui, s'appliquant à cette surface solide, en suivent les contours. Les nappes du second genre succèdent aux premières lorsque le rapport entre la hauteur de la charge et celle du barrage dépasse certaines limites, et la transition s'établit par une sorte de nappes mixtes, très-instables, dont la charge et la courbure varient continuellement. Jusqu'à l'époque de nos premières recherches, aucun auteur n'avait établi cette classification, et même, après leur publication, l'observateur exact et consciencieux dont nous indiquions tout à l'heure les objections considérait encore les nappes non comprises dans la première classe comme de purs accidents que l'expérimentateur devait éviter. Cependant, sur les barrages verticaux à arêtes vives, nous avons obtenu celles du second genre à partir de charges comprises entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ de leur hauteur, lorsque celle-ci était inférieure à 0m,800: quant aux nappes de la troisième classe, il est certains dispositifs usités dans la pratique, pour lesquels elles se produisent exclusivement; dans d'autres, nous les avons obtenues concurremment avec les secondes, mais sans que celles du premier genre soient engendrées sous aucune charge.

En exceptant le cas des canaux à parois convergentes très-rapprochées et celui d'un barrage très-bas sous de grandes charges, cas particuliers que l'on peut facilement éviter dans les applications, la nouvelle formule d'écoulement reproduit, sans aucun coefficient de correction, le débit des barrages-types avec un degré d'approximation qui, généralement égal ou supérieur à celui que l'on peut atteindre dans le calcul des effets des grandes machines, ne s'abaisse point au-dessous de $\frac{1}{15}$, et l'on obtiendra, dans tous les cas, une approximation de $\frac{1}{50}$ ou plus élevée, à l'aide d'un petit nombre de facteurs numériques. Enfin il y a, pour chaque hauteur de barrage et selon la nature de la nappe, une charge du déversoir pour laquelle la dépense théorique est exactement égale à la dépense expérimentale.

Les barrages-déversoirs ou les digues que l'on trouve établis dans les cours d'eau, soit pour la réglementation de leur régime, soit pour l'alimen-

tation des roues hydrauliques, présentent des formes diverses qui ont été aussi, de notre part, l'objet d'expériences relatées dans la seconde section du même livre. Nous avons, en outre, opéré sur une disposition très-simple qui n'est point usitée, bien que ce genre de déversoir soit celui qui, à égalité de charge, débite le plus grand volume liquide. Dans cette deuxième partie de nos recherches, effectuée en 1847 et 1848, la dépense a varié de 15 à 278 litres par seconde; toutefois, le temps et les moyens d'exécution dont nous pouvions disposer ne nous ont point permis une investigation aussi complète que celle qui concerne les barrages-types; mais nous avons trouvé dans les résultats obtenus, combinés avec des considérations rationnelles, le moyen de déterminer, pour chaque dispositif particulier, des *modules de transition* à l'aide desquels, ayant calculé la dépense de fluide que fournirait, sous la même charge, le barrage-type de même hauteur, on pourra, par une simple multiplication, obtenir avec une approximation pratique suffisante, le débit du déversoir considéré. La nouvelle formule s'applique d'ailleurs à ces dispositifs divers comme à celui des barrages verticaux avec arête vive au sommet, en exceptant toutefois le cas des faibles charges lorsque la nappe liquide, adhérant à un seuil épais, fait naître sur ce seuil une résistance au mouvement qui n'entre point dans les considérations théoriques. Nous avons cru pouvoir inférer de ces résultats que la formule dont il s'agit tient compte des causes principales de l'écoulement, et que les variations qui se remarquent dans le degré d'approximation qu'elle fournit sont dues à des influences secondaires que nous avons étudiées, sans cependant en pouvoir introduire les effets dans le calcul, parce qu'elles se rattachent à un ordre de connaissances physiques encore trop peu développées. L'avantage de la substitution des chutes superficielles aux charges, dans l'évaluation des vitesses d'écoulement, se manifeste d'ailleurs par de véritables preuves. Cependant, en considérant la difficulté et la lenteur, souvent heureuses, avec lesquelles s'introduisent, dans l'usage pratique, des notions nouvelles, nous donnons, pour faciliter l'usage de l'ancienne formule, les coefficients de correction qui doivent y être appliqués. Ces coefficients varient avec la hauteur et la disposition des barrages, la charge des déversoirs, leurs formes et la nature des nappes, de sorte que l'on ne peut s'empêcher de regarder comme incertaines la plupart des évaluations antérieures du rendement des

moteurs hydrauliques, évaluations qu'on ne saurait d'ailleurs corriger actuellement à cause de l'habitude qu'ont les praticiens de ne pas décrire, en indiquant leurs dimensions exactes, tous les détails des dispositifs qu'ils emploient et les phénomènes qui s'y produisent.

Le livre III est consacré au jaugeage par les orifices verticaux avec charge sur le sommet; il est divisé en deux parties dont la première concerne ceux que l'on doit employer pour mesurer les petits volumes liquides; nous y rapportons les principaux résultats obtenus par divers auteurs : les orifices circulaires, objet d'un grand nombre d'expériences, avaient donné lieu à des coefficients très-divergents que nous avons discutés pour en déduire les valeurs les plus probables. La deuxième partie du même livre se compose des observations physiques, des expériences de jaugeage direct et des calculs que nous avons effectués dans les années 1846 et 1847, au sujet de grands orifices rectangulaires sans contraction latérale. Dans ces recherches, on a fait varier, au moyen d'une vanne en bois analogue à celles de la pratique, la hauteur des ouvertures dont les largeurs étaient de $0^{m},900$ et $1^{m},606$. Nous avons considéré d'abord les orifices sans contraction sur le seuil et prolongés, soit par un canal indéfini, soit par un coursier très-court, avec écoulement libre, ou gêné, dans le premier cas, par un gonflement plus ou moins considérable des eaux d'aval. Les expériences ont ensuite été étendues à l'écoulement, soit libre, soit influencé par des remous, qui se fait à travers un orifice du même genre, mais dont le seuil est exhaussé au-dessus du fond du canal. Nous avons reconnu que ce dernier orifice, lorsqu'il était libre, dépensait plus, toutes choses étant égales d'ailleurs, que celui pour lequel la contraction inférieure n'existait pas, résultat qui a été confirmé postérieurement par la publication d'expériences plus anciennes, mais que nous attribuons beaucoup moins au frottement de la veine liquide contre le fond du canal, qu'au changement de sa courbure longitudinale; le rapprochement d'un grand nombre de résultats nous a conduit, en effet, à regarder les modifications de courbure des nappes et des veines liquides dans le voisinage des orifices comme la cause immédiate des variations de la dépense sous des charges égales, et en même temps comme la conséquence physique la plus générale des résistances de tout genre qu'elles rencontrent. Enfin, nous avons compris dans cette série de recherches, celle

2.

de la trajectoire des grandes veines tombant librement, soit en aval d'un coursier, soit immédiatement au sortir d'un orifice rectangulaire.

Le livre IV contient des notions expérimentales relatives à certains cas d'écoulement qui n'avaient point encore été étudiés : nous avons considéré notamment les pertuis qui sont formés d'une ouverture verticale prolongée sur toute la hauteur du bief d'alimentation : tels sont les passages d'écluse des fortifications, l'intervalle compris entre les piles des ponts permanents et les ouvertures réservées dans les barrages mobiles dits *à aiguilles;* quelquefois le seuil de l'orifice, au lieu d'être sur le fond même du réservoir ou du canal, est faiblement exhaussé. Le temps dont nous pouvions disposer ne nous a point permis de compléter l'étude toute nouvelle de ce genre d'écoulement; toutefois nous donnons, pour le calcul de la dépense et l'évaluation à priori des chutes qui se produisent de l'amont à l'aval des pertuis dont il s'agit, des formules et des résultats d'expérience qui peuvent être utiles aux ingénieurs.

Dans ce livre, sont également comprises les recherches expérimentales que nous avons faites, en 1845 et en 1846, pour déterminer l'influence que peuvent exercer, sur le débit des orifices qui les alimentent, la présence et le mouvement des roues hydrauliques à aubes courbes et des roues à palettes emboitées dans un coursier circulaire, récepteurs dont on fait un fréquent usage.

Avec le livre V commence la recherche des notions relatives à la mesure des vitesses et du volume des grands cours d'eau. Ce livre comprend, après une introduction historique, la description des instruments hydrométriques et l'examen de leurs propriétés, basé sur le raisonnement et l'expérience. Nous proposons plusieurs appareils nouveaux, dont deux, savoir l'hydrodynamomètre et le tube hydrométrique, ont déjà été décrits dans un Mémoire inédit sur nos recherches de l'année 1845, et approuvés par l'Académie des Sciences; le dernier, qui consiste essentiellement en un simple tube effilé à son extrémité d'amont, et dans lequel on fait marcher, avec l'eau du courant, une bulle d'air formant curseur, fournit un moyen pratique et commode pour tarer les autres instruments, ce qu'on ne pouvait faire antérieurement qu'en leur imprimant, dans un bassin d'eau tranquille, un mouvement uniforme, méthode difficile et le plus souvent inexacte. Nous avons indiqué, en

outre, un perfectionnement des moulinets et l'emploi d'un nouvel appareil conçu dans le but d'appliquer le principe de la répétition des observations pour élever le degré d'approximation des résultats. Enfin, nous rapportons des expériences faites sur une roue hydrométrique propre à la détermination des vitesses qui ont lieu en des points quelconques de la surface supérieure des courants fluides, détermination que les flotteurs ne peuvent fournir exactement que dans des conditions spéciales rarement réalisées.

La première partie du livre VI présente principalement des notions relatives aux lois de la distribution des vitesses dans les cours d'eau : elle contient, avec des résultats d'observation dus à plusieurs ingénieurs français, ceux que nous avons obtenus dans des courants auxquels nous étions parvenu, par un procédé particulier, à imprimer un mouvement uniforme. Les lois dont il s'agit sont très-variables, comme le prouve la grande divergence des opinions des auteurs nationaux ou étrangers; on conçoit, en effet, que les sinuosités des rivières, les changements plus ou moins brusques de leur section transversale, les constructions permanentes ou les masses végétales que renferme leur lit, et les variations de la pente superficielle, sont autant de causes perturbatrices dont l'influence se propage, à de plus grandes distances qu'on ne croit généralement, en amont et en aval du lieu où elles se développent. L'analyse ne peut tenir compte de toutes ces causes, et l'expérience les embrasserait difficilement. Relativement aux cours d'eau naturels, on ne saurait donc tirer des résultats d'observation connus que des indications générales; c'est ce que nous avons tâché de faire, et nous avons été conduit à celle-ci, que la vitesse relative de deux filets voisins, considérée soit dans le sens de la profondeur, soit dans celui de la largeur des courants, est d'autant plus petite que cette profondeur ou cette largeur est plus considérable.

Pour obtenir une loi de variation précise, il faut, dans l'état actuel de nos connaissances, opérer sur des canaux en ligne droite, à pente et à section constantes, alimentés sans périodicité et sans secousses; en outre, il est bien essentiel d'éviter l'influence perturbatrice des agitations de l'atmosphère. Dans ces conditions, nous avons toujours trouvé le maximum de vitesse en dessous de la surface; ce point partage la hauteur d'eau en deux régions : dans la partie inférieure et jusqu'à une très-faible distance du fond, les vitesses relatives des filets sont, approximativement, proportionnelles à la

différence des carrés de leurs distances respectives à la surface supérieure; quant au décroissement de la vitesse depuis le point où elle est la plus grande jusqu'à cette surface, la loi paraît beaucoup plus compliquée, et le frottement de la couche atmosphérique superposée ne peut suffire à l'explication du phénomène, comme le prouvent plusieurs résultats de nos expériences. Dans le sens de la largeur des courants, et en exceptant une zone étroite adjacente aux rives, les vitesses relatives paraissent approximativement proportionnelles à la différence des carrés des distances au point où a lieu le maximum de vitesse absolue sur l'horizontale considérée. Cette loi approximative paraît encore applicable aux cours d'eau à régime permanent non uniforme, lorsque, dans la section transversale où l'on opère, la profondeur du lit est à peu près constante; quand cette profondeur varie notablement dans une grande partie de la section, les particules animées du mouvement le plus rapide ne passent point toujours, ni par le milieu de la largeur, ni à l'endroit où la profondeur d'eau est la plus considérable. Enfin, les vitesses relatives dépendent aussi du mouvement général de translation des courants liquides et paraissent augmenter avec la valeur des vitesses absolues. L'étude des courbes d'égale vitesse ne paraît pas propre à éclairer beaucoup la question : ces courbes, en général, sont onduleuses, et l'on ne saurait leur assigner un caractère précis; nous démontrons une propriété de leurs tangentes, qui pourra être utilisée pour la vérification d'un système d'observations.

Dans la deuxième section du même livre, on trouvera la relation des phénomènes que nous avons observés autour d'un prisme mince immergé à différentes profondeurs dans un de nos courants à régime uniforme; ces phénomènes sont très-variés et n'étaient point connus avant la présentation de notre premier Mémoire: ils se partagent en plusieurs périodes très-distinctes, à chacune desquelles correspond une modification de la formule qu'on emploie encore pour représenter l'action impulsive des courants fluides. La cause de ces modifications n'est point seulement le degré d'émersion du prisme au-dessus de la surface liquide, et l'on doit auparavant considérer celui de la sphère d'activité des phénomènes moléculaires. L'enveloppe de cette région est une surface courbe dont les nappes, à une certaine distance en aval du prisme mince, se rapprochent beaucoup et forment une sorte de lieu de repos analogue aux surfaces nodales de l'acoustique; après quoi elles

divergent, s'étendent et finissent par se confondre avec le courant, en laissant progressivement reprendre aux filets liquides la direction parallèle. Le plus grand rayon de cette enveloppe augmente avec la dimension correspondante du prisme immergé et la vitesse du courant, mais paraît dépendre fort peu de la dimension perpendiculaire à celle-ci. Quelques essais d'explication accompagnent l'exposé de ces divers phénomènes; enfin, nous en rapportons un de nature différente, mais également nouveau et se rattachant à la même question: il consiste dans les oscillations qu'exécute spontanément un solide lourd à surface courbe, immergé en partie dans un courant à petite vitesse et suspendu à un long fil; ces oscillations, transversales au courant, sont isochrones, leur amplitude est de plusieurs centimètres et le corps oscillant est accompagné de très-petits tourbillons qui le suivent dans son mouvement alternatif en se propageant suivant deux lignes divergentes. On trouvera enfin, dans les livres II, III et VI de cet ouvrage, plusieurs observations relatives à la périodicité de l'écoulement par certains orifices, aux pressions des veines liquides, aux ondes du vent et aux modifications du lit des cours d'eau.

Dans la troisième section, nous examinons en premier lieu la méthode de jaugeage qui consiste à déduire la vitesse moyenne de la plus grande vitesse superficielle. Après avoir montré qu'on ne saurait établir une relation générale et simple entre ces deux quantités, nous discutons les résultats d'observation qui nous ont été communiqués et ceux de nos propres expériences. En considérant d'abord la vitesse moyenne correspondante à chaque verticale d'une section liquide transversale, on reconnaît que le rapport de cette quantité à la vitesse superficielle varie irrégulièrement avec la rapidité et la profondeur du courant; mais cette irrégularité disparaît lorsqu'on substitue à la dernière de ces vitesses la plus grande de celles qui ont lieu sur la verticale considérée, et l'on peut même, dans certains cas, adopter une valeur approximative constante du rapport dont il s'agit. Quant à la vitesse moyenne d'une section entière, son évaluation, pour avoir le caractère d'exactitude qu'exige l'établissement d'une formule pratique, doit être obtenue par des jaugeages directs; c'est ce que nous avons fait, en 1845, pour notre canal à régime uniforme, et, en 1848, pour de longs courants à petite vitesse aboutissant à un déversoir. Il résulte de ces expériences que l'application de la formule connue doit être restreinte à des circonstances particulières qui se ren-

contrent rarement dans la pratique; les résultats des dernières peuvent être représentés approximativement par une fonction du débit du canal et du carré de la plus grande vitesse superficielle, mais les coefficients de cette fonction varient avec la hauteur du barrage d'aval, ce qui prouve l'influence des circonstances si diverses du mouvement des cours d'eau, et fait ressortir l'incertitude du moyen de jaugeage dont il s'agit.

Lorsque l'on a observé les vitesses en un certain nombre de points convenablement choisis de la section transversale d'un cours d'eau, il faut, par un procédé exact de calcul, en déduire le volume liquide qu'il débite; celui que nous indiquons introduit dans les opérations la loi de continuité qui préside aux variations des vitesses, et n'exige qu'un nombre restreint d'observations.

Les recherches dont nous venons de donner un aperçu sont exposées avec tous les détails de l'expérimentation et ceux des observations physiques, détails qu'un premier examen pourrait faire regarder comme superflus, au point de vue de l'application pratique, mais qui nous paraissent nécessaires pour éclairer la conscience de l'ingénieur, pour le mettre à même d'approprier ses calculs aux circonstances dans lesquelles il opère, et lui éviter des méprises. Les résumés sont assurément très-utiles, mais c'est lorsqu'on les emploie pour aider la mémoire, après que la connaissance des phénomènes naturels et de leurs causes a été suffisamment acquise; en tout ce qui concerne les mouvements des fluides, on n'est réellement praticien qu'à cette condition.

En publiant, avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre, des documents obtenus par de persévérantes recherches, nous saisissons avec empressement l'occasion d'exprimer notre profonde gratitude pour les hautes et honorables protections qui ont favorisé l'accomplissement de notre tâche; à l'exception d'un collaborateur, nous avons rencontré toutes les facilités désirables dans l'exécution, et de judicieux conseils nous ont été donnés; enfin nous avons puisé des encouragements précieux dans la bienveillance de nos chefs militaires. Ce que l'on pourra trouver d'utile dans ces travaux doit être attribué à des circonstances aussi favorables.

LIVRE PREMIER.

DÉFINITIONS, MÉTHODES ET APPAREILS D'EXPÉRIMENTATION.

1. Le but pratique de cet ouvrage est de fournir des documents pour l'évaluation des volumes liquides que débitent les principaux pertuis d'écoulement et les cours d'eau, soit naturels, soit artificiels; pour le calcul de la puissance mécanique de ceux-ci et la détermination de leurs vitesses.

On nomme *section transversale* d'un cours d'eau la coupe de la masse liquide par un plan perpendiculaire à la direction de son mouvement, plan qui, en toute rigueur, devrait être incliné, mais que l'on prend vertical. Le *débit* ou la *dépense* d'un courant quelconque est le volume qui passe dans chaque seconde sexagésimale du temps par une section transversale déterminée; la *vitesse moyenne* d'une section est le quotient de ce volume par son aire. On nomme *jaugeage* l'opération par laquelle on détermine le débit d'un courant liquide ou la dépense d'un pertuis.

2. *Évaluation des puissances mécaniques des cours d'eau.* — Lorsque l'on doit établir une usine avec moteurs hydrauliques ou des machines à élever les eaux, il est indispensable de constater préalablement la quantité de travail moteur que fournira la portion du courant dont on peut disposer, quantité qui, évaluée comme le débit pour une seconde du temps, est la mesure de la *puissance mécanique* de cette portion; le problème, tel qu'il se présente dans la pratique, n'embrasse donc point un cours d'eau tout entier, mais la solution en est générale. Pour obtenir cette solution, il faut remarquer que tout établissement mécanique formé sur un cours d'eau ou un canal de dérivation (*) est accompagné de la construction d'un barrage permanent,

(*) On ne peut s'établir dans le lit des cours d'eau navigables, ou flottables par radeaux, à partir du point où ils commencent à être tels.

dans lequel on pratique les orifices qui doivent alimenter les moteurs hydrauliques. Ce barrage ne modifie point sensiblement le niveau d'aval, car l'une des conditions légales de ces sortes d'établissements est de reconduire dans le cours d'eau tout le volume qu'on lui a emprunté, mais il élève le niveau d'amont jusqu'à une certaine hauteur H au-dessus du premier, hauteur qui constitue la chute disponible. Si donc Q est, en mètres cubes, le débit du courant, comme le poids de ce volume est 1000 Q (*), la puissance mécanique livrée par la portion du cours d'eau que l'on considère sera 1000 QH en kilogrammes élevés à 1 mètre, ou

$$\frac{1000\,QH}{75}$$

en chevaux-vapeur. Il est utile de donner maintenant quelques explications au sujet de la chute précitée. La propriété des rives, sur une longueur déterminée d'un cours d'eau, même non flottable, ne s'étend ni à son volume ni à la pente superficielle de cette portion ; il faut, pour user de l'un et de l'autre, obtenir une autorisation de l'autorité administrative, qui règle cet usage de manière à garantir la salubrité publique et les droits des tiers : sa sollicitude se porte surtout sur le règlement du niveau que le barrage établit en amont, et l'on s'exposerait à des mécomptes si l'on basait un projet sur la puissance mécanique absolue de la portion considérée du cours d'eau, en prenant pour H la pente totale de la surface libre, entre les deux extrémités de sa longueur ; en effet, la limite du gonflement des eaux d'amont que peut produire le barrage, ou ce qu'on appelle le *point d'eau*, fixé par l'arrêté d'autorisation, dépend de la nature des terrains avoisinants, de leurs dépressions et des pentes supérieures du cours d'eau. Il faut donc, par une information préalable, s'assurer de cette limite, à moins que l'on ne possède des titres authentiques antérieurs qui ne donnent pas lieu à des réclamations fondées sur de graves préjudices. Enfin, lorsqu'il s'agit d'une usine établie, la chute H est nécessairement la hauteur du niveau dans le réservoir alimentaire au-dessus de la surface du courant dans le canal d'aval, au pied du barrage de retenue.

(*) La densité des eaux de rivière est un peu plus grande que celle de l'eau distillée, mais la différence est tout à fait négligeable dans des questions de ce genre.

3. On voit que l'évaluation de la puissance mécanique des cours d'eau suppose celle de leur débit qui est, au point de vue des intérêts privés, l'opération la plus importante de l'Hydraulique pratique. Ces évaluations se rapportent uniquement à l'état du courant dans le moment où elles ont été effectuées, à moins que cet état ne soit stable ou permanent, ce qui n'a presque jamais lieu. Les variations plus ou moins considérables des cours d'eau exigent en général des jaugeages et des nivellements exécutés à différentes époques de l'année, parmi lesquelles il est indispensable de comprendre celles des basses eaux et des grandes crues. Le registre de ces opérations fournit les documents nécessaires pour former avec sécurité un établissement mécanique, et l'on doit pouvoir en déduire un tableau synoptique indiquant les chutes, les volumes et le nombre de jours que dure chacun des états principaux du cours d'eau dans une année ordinaire. Le niveau qui se maintient le plus longtemps est celui des *eaux moyennes*, et la chute ainsi que le volume correspondants sont ceux sur lesquels on doit baser le projet des machines, après avoir choisi les récepteurs qui conviennent le mieux à la grandeur de cette chute, à ses variations et à la nature du travail industriel.

4. La recherche des vitesses des cours d'eau a une grande importance scientifique. Au point de vue de la pratique, elle est nécessaire, comme on le verra tout à l'heure, pour le jaugeage des rivières : son utilité s'étend aussi aux constructions permanentes exposées au choc des courants, et surtout à l'établissement des ponts que les armées en campagne sont fréquemment obligées de jeter sur des cours d'eau rapides qui les exposent à des désastres lorsque la résistance des supports et des cordages d'ancre n'a pas été suffisamment proportionnée à la force impulsive de ces courants.

5. *Énumération des méthodes pratiques de jaugeage.* — On emploie, pour la mesure du débit des cours d'eau, cinq procédés différents au sujet desquels nous donnerons d'abord des notions générales, afin d'en embrasser l'ensemble et d'indiquer la valeur relative de chacune de ces méthodes.

6. *Calcul du débit des canaux par l'équation du régime uniforme.* — Lorsqu'il s'agit d'un canal sans coudes, à faibles vitesses, ayant une pente et une section constantes, exempt d'obstacles intérieurs sur une grande étendue en amont et en aval du lieu où l'on opère, on applique quelquefois

à ce courant l'équation du régime uniforme, obtenue en écrivant que le travail de la pesanteur dû à la pente de la surface liquide est égal à celui de la résistance que les parois du lit opposent au mouvement de l'eau, et en admettant, d'après Coulomb et Prony, que cette résistance est proportionnelle à la masse de l'unité de volume du fluide, à la surface liquide en contact avec les parois, et à une fonction $\alpha U + \beta U^2$ de la *vitesse moyenne* U du courant. L'équation dont il s'agit peut, au moyen d'une simplification algébrique, être ramenée à la formule

$$RI = aU + bU^2,$$

que les ingénieurs emploient, et dans laquelle on représente par R le *rayon moyen* du canal, ou le quotient de l'aire de la section liquide par la portion de son périmètre qui est en contact avec les parois, et par I la *déclivité* ou pente par mètre courant. Les valeurs des coefficients numériques a et b ont été calculées par Prony au moyen des expériences de Dubuat, et par Eytelwein, en réunissant à ces expériences celles des ingénieurs allemands Woltmann, Funck et Brünings. Les premières sont :

$$a = 0{,}00004445, \qquad b = 0{,}00030931\,;$$

et les secondes :

$$a = 0{,}00002426, \qquad b = 0{,}00036554.$$

Les valeurs de la vitesse moyenne, tirées de l'équation précédente, en y introduisant l'un ou l'autre de ces couples de coefficients, diffèrent peu entre elles et avec les résultats des expériences, dans le cas des vitesses inférieures à $0^m{,}90$, le seul où cette équation nous paraisse applicable avec quelque sécurité. Dans cette limite, les coefficients de Prony fournissent une approximation un peu plus élevée que les autres. En les adoptant, on calculera les valeurs de la vitesse moyenne par la formule (*)

$$U = \sqrt{0{,}005163 + 3233\,RI} - 0^m{,}0718.$$

(*) M. de Saint-Venant a récemment proposé la formule

$$RI = 0{,}0004\,U^{\frac{21}{11}},$$

qui est calculable par logarithmes. *Voir* l'ouvrage de cet ingénieur, intitulé : *Formules et Tables nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes;* Paris, 1851.

Quoiqu'il soit difficile d'admettre que la résistance des parois dépende, non point des vitesses effectives, mais seulement de la vitesse moyenne, surtout après les expériences encore inédites de M. Darcy sur les tuyaux de conduite, et les savantes théories de MM. Sonnet (*) et Dupuit (**), cette méthode de jaugeage, convenablement restreinte, peut conduire à une approximation pratique suffisante; mais il est extrêmement difficile de mesurer la pente superficielle avec l'exactitude nécessaire. On ne saurait tenter cette mesure que quand l'atmosphère est parfaitement calme, ce qui, pendant l'été, arrive souvent dans les premières heures du jour, et il faut la répéter plusieurs fois avec un bon instrument afin de prendre une moyenne : si le nivellement embrasse une grande longueur du canal, on aura quelque chance d'exactitude. Les circonstances spéciales auxquelles s'applique cette méthode ne sont point d'ailleurs celles de la plupart des cas usuels : ainsi les courants moteurs des usines, les canaux des irrigations, les rivières, ne remplissent point les conditions nécessaires.

7. *Jaugeage par la vitesse superficielle.* — On a souvent employé le procédé qui consiste à mesurer, au moyen d'un flotteur, la plus grande vitesse de la surface liquide dans la section que l'on considère, pour en déduire, par un rapport simple, la vitesse moyenne. Ce mode de jaugeage est discuté dans le livre VI, et l'on verra combien il est incertain dans la plupart des cas.

8. *Jaugeage par les orifices existants.* — Il arrive quelquefois que le volume entier d'un cours d'eau traverse des orifices établis, soit pour des usines, soit pour un système d'irrigations : on doit alors examiner si ces orifices et les dispositifs qui les accompagnent, en amont et en aval, réalisent des circonstances de formes et de proportions analogues à celles qui ont été adoptées dans des expériences antérieures propres à fournir les coefficients de correction qu'il convient d'appliquer aux formules théoriques d'écoulement. Pour juger si l'analogie est suffisante, et choisir ces facteurs numériques, il faut connaître les circonstances qui influent sur leurs valeurs. L'une des principales est ce qu'on nomme la *contraction* des veines liquides, cas

(*) *Recherches sur le mouvement uniforme des eaux dans les tuyaux de conduite et les canaux découverts*; Paris, 1845.

(**) *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes*; Paris, 1848.

particulier d'un ensemble de phénomènes dus aux forces intérieures qui président à la constitution des fluides. Parmi ces forces, il en est d'attractives, et elles s'exercent de molécule à molécule, ou peut-être même dans une sphère plus étendue, aussitôt qu'une cause quelconque, telle que la différence des vitesses de deux particules voisines, tend à augmenter l'intervalle moléculaire : c'est ce qui arrive dans un réservoir lorsque l'une de ses parois est percée; le courant qui se précipite directement vers l'ouverture entraîne les particules voisines appartenant à la masse fluide ambiante : celles-ci, une fois déplacées, entraînent les suivantes jusqu'à une certaine distance de l'ouverture; en y mêlant une poussière colorée, on reconnaît qu'elles s'acheminent par des routes curvilignes, et arrivent dans l'orifice en suivant des directions obliques à son plan; de sorte que les forces vives engendrées par le travail des forces motrices appliquées à la masse fluide, ont des composantes transversales (*) qui ne contribuent point à la dépense de l'orifice. Il en résulte que la théorie, supposant le travail moteur employé tout entier à produire des vitesses perpendiculaires au plan de l'orifice, fournit des valeurs trop grandes des volumes dépensés, ce qui nécessite l'emploi des coefficients de correction ou de réduction qui servent en même temps à tenir compte d'autres effets beaucoup moins importants, tels que ceux de la résistance des bords de l'orifice et l'inégalité de la transmission des pressions atmosphériques. Lorsque, par une disposition convenable des parois du réservoir, les filets enveloppes de la veine correspondant à un ou plusieurs des côtés de l'ouverture, sont amenés progressivement jusqu'à celle-ci dans une direction perpendiculaire à son plan, la dépense relative à un même travail moteur est généralement augmentée, et l'on dit que la contraction est supprimée sur ces côtés. Supposons maintenant que les parois qui aboutissaient ainsi à certains côtés de l'orifice s'en éloignent progressivement, l'obliquité du mouvement des molécules partant d'une même section du réservoir s'augmentera en même temps, et la dépense de l'orifice diminuera jusqu'à ce que la paroi considérée soit arrivée à une distance du côté correspondant, égale à la limite de la propagation latérale du mouvement. C'est

(*) Les filets qui composent la veine proprement dite ayant des vitesses inégales, ces considérations leur sont applicables, en partant de celui qui est animé de la plus grande vitesse.

alors seulement que la contraction est à son maximum, et elle sera *complète* lorsque tous les côtés de l'orifice se trouveront respectivement à cette distance des parois du réservoir ou à des distances plus grandes. Les limites de la propagation latérale du mouvement dans les fluides ne sont point connues, et doivent d'ailleurs être variables et très-étendues ; mais, bien avant qu'elles soient atteintes, la distance des parois du bief alimentaire aux côtés correspondants de l'orifice n'introduit plus, dans les valeurs des coefficients de correction, que des modifications insignifiantes au point de vue pratique. Il résulte des expériences faites par M. le colonel Lesbros sur des orifices rectangulaires de $0^{m},20$ de largeur horizontale que cette circonstance a lieu, pour les côtés verticaux, lorsque la distance dont il s'agit est égale à environ deux fois et demie ou trois fois la dimension correspondante de l'orifice : la même règle paraît applicable au côté horizontal inférieur. Pour les déversoirs, il faut, d'après le même auteur, que la distance des parois latérales du réservoir aux côtés verticaux de ces orifices soit de quatre à cinq fois leur largeur. Ces conditions sont rarement remplies dans les dispositifs d'écoulement que l'on rencontre sur les cours d'eau, de sorte que ce ne sont point des cas de contraction complète qui se présentent. Or, entre ceux-ci et le cas inverse où la contraction est supprimée sur le plus de côtés possible, ce qui devrait toujours avoir lieu, il y a une infinité de cas intermédiaires pour lesquels on est encore loin d'avoir des documents assez nombreux, surtout en ce qui concerne les vannages usités dans la pratique. L'épaisseur des parois des orifices et la disposition des vannes peuvent modifier sensiblement les effets de la contraction ; ainsi M. Lesbros, comparant les coefficients qu'il a obtenus pour une simple ouverture rectangulaire avec arêtes vives pratiquée dans une paroi en madriers, à ceux qui correspondaient aux dispositions ordinaires des orifices, a trouvé que la dépense augmentait lorsqu'on ajoutait successivement au premier une vanne en bois, des feuillures pour diriger cette vanne, et un seuil épais pour la recevoir lorsqu'elle est baissée.

La grandeur de la charge, c'est-à-dire de la hauteur du niveau dans le réservoir au-dessus du centre des orifices rectangulaires et circulaires, ou au-dessus du seuil des déversoirs, influe notablement sur la valeur des coefficients de correction, mais d'une manière variable ; il en est de même pour le rapport des dimensions des orifices rectangulaires et le diamètre des orifices circulaires.

Les considérations qui précèdent peuvent en outre faire prévoir l'influence de l'inclinaison des orifices et de leur obliquité par rapport au courant qui les alimente. Les formes diverses des déversoirs et la nature des nappes liquides qui s'y produisent, sont encore des causes importantes de variations. En outre, les coursiers peu inclinés ou même en contre-pente, qui souvent reçoivent et conduisent les veines liquides au sortir des orifices, en modifiant la courbure de ces veines et même en donnant lieu à des remous qui les recouvrent, diminuent le volume écoulé. Enfin, quel que soit l'orifice, il y a une distinction essentielle à établir entre le cas où il est pratiqué dans l'une des parois d'un grand réservoir et celui où il est alimenté par un canal dans lequel l'eau possède une force vive indépendante de la charge d'eau sur l'orifice, force vive dont l'effet se combine avec celui de cette charge pour augmenter le débit. En résumé, la méthode de jaugeage qui nous occupe exige de très-grandes précautions pour ne point induire en erreur; l'ingénieur qui l'applique doit examiner et discuter toutes les circonstances de l'écoulement; enfin, par suite de la grande variété des orifices que l'on trouve établis sur les cours d'eau, et des circonstances anormales qui les accompagnent souvent, cette méthode n'offre qu'une faible ressource. Cependant, comme elle est la plus commode de toutes lorsqu'elle est applicable avec une exactitude suffisante, nous avons réuni dans cet ouvrage les données expérimentales qui peuvent en faciliter l'emploi, c'est-à-dire qui concernent des dispositions d'orifices analogues à celles que l'on rencontre ou que l'on devrait adopter dans la pratique. En appliquant ces données, on ne devra point oublier que la présence et le mouvement des roues hydrauliques dans le voisinage immédiat des orifices en modifie souvent le débit, et consulter les articles où nous avons examiné cette influence.

9. *Jaugeage par l'observation des vitesses.* — Il n'existe réellement, dans l'état de nos connaissances en hydraulique, qu'une méthode de jaugeage qui puisse être regardée comme tout à fait générale; c'est celle qui consiste à observer les vitesses de translation en un certain nombre de points convenablement choisis d'une section transversale d'un courant liquide, pour déduire de ces vitesses et de la mesure de la section, le volume qui la traverse. Les livres V et VI contiennent tous les documents nécessaires pour

l'application de cette méthode : on verra qu'elle exige des opérations longues et difficiles, des précautions multipliées, des instruments précis et assez dispendieux. Ce procédé de jaugeage doit donc être employé seulement dans les cas où il est indispensable. On peut facilement l'éviter lorsqu'il s'agit des cours d'eau à faible ou à moyenne section, tels que ceux qui alimentent généralement les usines ou les irrigations, en employant la méthode des barrages qui va nous occuper.

10. *Jaugeage par les barrages.* — Cette dernière méthode est applicable, sans restriction, toutes les fois que la largeur du courant permet d'y fixer solidement un panneau en madriers qui en occupe la section transversale. Selon les circonstances, on ouvrira, dans ce barrage, des orifices circulaires ou rectangulaires, ou bien on l'arrêtera à une certaine distance du fond du lit, de manière à laisser, entre ce fond et son côté horizontal inférieur, une ouverture rectangulaire; ou enfin, l'on forcera tout le volume liquide que débite le courant à s'écouler en déversoir, par-dessus ce barrage. La première de ces dispositions convient au jaugeage des cours d'eau à petite vitesse et à faible débit; la seconde n'est applicable que dans les canaux dont le fond et les parois latérales sont assez résistants pour n'être point affouillés par le courant jaillissant de l'orifice : dans l'une comme dans l'autre, on doit éviter que les veines liquides soient noyées par les eaux d'aval. L'écoulement en déversoir est toujours possible, c'est la manière la plus générale de jauger le débit des courants par la méthode des barrages; mais les données expérimentales dont on a fait usage jusqu'à ces derniers temps ne correspondaient point aux circonstances les plus importantes de l'écoulement, circonstances qui n'étaient même que très-imparfaitement connues, de sorte qu'il en est résulté des erreurs ou des contestations fréquentes. Nous allons maintenant donner à ce sujet les développements nécessaires, mais auparavant nous décrirons les appareils d'expérimentation qui ont servi à nos expériences, afin que les ingénieurs soient à même de contrôler ces recherches, de s'assurer du degré d'exactitude qu'elles présentent, et enfin d'appliquer une critique judicieuse aux parties qui pourraient leur paraître imparfaites.

DESCRIPTION DE L'OBSERVATOIRE HYDRAULIQUE ÉTABLI A METZ EN 1846.

11. *Emplacement et réservoir principal.* — L'eau est prise dans les fossés du front Saint-Vincent, vaste réservoir qui a servi aux belles expériences de MM. Poncelet et Lesbros (*), agrandi encore depuis cette époque, et communiquant, par un canal souterrain, à la haute Moselle. Le niveau y est entretenu constant au moyen d'un grand déversoir en maçonnerie qui le sépare des fossés du front de Chambière.

Réservoir particulier. — Afin d'opérer sous des charges d'eau déterminées et variables à volonté, tout en laissant constant le niveau du réservoir principal, on a creusé dans le terre-plein du redan 62 du chemin couvert un réservoir particulier dont la première partie, de forme rectangulaire, a 20 mètres de longueur et 6 mètres de largeur par le haut, avec des talus à terre coulante. La seconde partie, de 7 mètres de long, raccorde la première avec l'entrée du canal d'expériences, et ses côtés se terminent, vers cette entrée, par une surface gauche revêtue en bois suivie d'une portion rectangulaire en madriers, à parois verticales et à fond incliné, qui complète le raccordement, afin d'amener, sans aucune contraction, les molécules liquides dans le canal; ce réservoir a, dans toute son étendue, 1 mètre de profondeur, de sorte qu'il peut contenir 120 mètres cubes d'eau. Un canal de décharge en terre part du milieu de l'un de ses grands côtés pour aboutir à la basse Moselle. On pouvait introduire l'eau par deux pertuis, sur la construction et le but desquels nous donnerons plus loin quelques détails.

Canal d'expériences. — Le canal d'expériences a été établi dans une tranchée profonde, de 3 mètres de largeur au fond, que le relief du terrain a rendu nécessaire; sa section est rectangulaire, il a 70 mètres de longueur et se composait, pour les expériences antérieures à l'année 1852, 1° d'une partie à parois parallèles dont la largeur intérieure est $0^m,909$; 2° d'une portion divergente de $3^m,840$ de longueur; 3° d'un bief à parois parallèles de $2^m,800$ de longueur et de $1^m,620$ de largeur intérieure. Le fond de ce canal est plan, à pente uniforme et variable à volonté, comme on va le voir;

(*) *Voir* la relation des *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau à travers les orifices rectangulaires verticaux en minces parois planes...*; Paris, 1832.

il traverse une grande baraque qui sert d'atelier et d'abri. Une autre baraque sert de magasin. Pour les expériences exécutées en l'année 1852, les deux dernières parties du canal ont été remplacées par un bief présentant une largeur de $1^m,860$ sur toute sa longueur, qui est de $7^m,700$.

Bassin de jauge. — Le canal d'expériences est suivi d'un bassin de jauge J (*fig.* 1 et 2) en maçonnerie, qui se décharge dans un canal de fuite aboutissant à la basse Moselle. Un appareil mobile V servait à conduire les eaux du canal d'expériences dans le bassin de jauge, ou à les verser dans un premier canal de fuite ABCD, qui rejoint le dernier TU; enfin, un petit ruisseau EF, creusé dans le fond de la tranchée, recueille et conduit les eaux de pluie ou de filtrations.

12. *Construction du canal d'expériences.* — Le canal d'expériences est construit en madriers de sapin de $0^m,050$ d'épaisseur, par travées de $3^m,550$ de longueur. Chaque travée est maintenue à ses extrémités et en son milieu par un châssis ABCD (*fig.* 3) en bois de chêne, formé d'une traverse AB et de deux montants AC, BD, de $0^m,120$ d'équarrissage, reliés entre eux dans leur partie supérieure. On a proportionné les traverses inférieures AB de manière que la largeur du canal pût être facilement portée à $1^m,600$; il suffirait, pour cela, de démonter le côté *db* BD et de le transporter en E, où une mortaise a été préparée à cet effet; on ajouterait au fond un panneau de trois madriers. En dessous de la traverse AB sont fixés deux coins en chêne de $0^m,500$ de longueur, $0^m,130$ d'épaisseur à l'une des extrémités et $0^m,030$ à l'autre, qui reposent sur deux coins A', B', égaux à ceux-ci et placés symétriquement; ces deux derniers coins sont mobiles et servent à régler la pente du canal, qui est de $\frac{1}{1000}$ quand leurs faces supérieures coïncident, dans toute leur étendue, avec les faces inférieures des coins fixes. Tout le système est porté par une forte semelle en chêne FG, placée elle-même sur un terrain solide, et boulonnée sur deux grands piquets en chêne. Les madriers du canal sont assemblés entre eux au moyen de rainures dans lesquelles on a chassé des languettes en chêne très-sec, de $0^m,010$ d'épaisseur et de $0^m,020$ de largeur; ces languettes rapportées ont l'avantage de donner un assemblage plus solide et de laisser aux madriers toute leur largeur; avant de les placer, on remplissait les rainures de peinture à l'huile. Le joint des bouts de madriers,

entre deux travées, a été rempli avec des étoupes goudronnées, serrées au ciseau et recouvertes avec du brai de calfatage. Toutes les parois du canal ont été enduites de colthar, à l'exception de la partie où se font les principales observations, qui a été peinte en blanc à l'intérieur.

Appareil mobile de communication avec le bassin de jauge. — L'appareil V, destiné à établir ou interrompre à volonté la communication du canal avec le bassin de jauge, était une sorte de tiroir (*fig.* 1 et 2) roulant par l'intermédiaire de quatre galets sur un châssis fixe en chêne solidement construit; l'extrémité antérieure du fond $aba'b'$ portait en saillie un liteau à biseau cc', qui venait s'appliquer sur un biseau parallèle pratiqué au bord extrême du canal; les côtés verticaux du tiroir portaient également deux biseaux dd' correspondant à deux biseaux semblables sur les faces verticales du canal.

Le contact de ces surfaces, même frottées de suif, ne suffirait pas pour arrêter toute fuite d'eau; mais on a complété le système par une planchette horizontale ee', et deux verticales ff' fixées à l'extrémité du canal; ces planchettes minces couvraient les joints du système mobile.

Pour la manœuvre, deux hommes prenaient les poignées gg', et, au commandement de l'observateur muni d'un chronomètre, ils faisaient marcher le tiroir vers le canal ou vers le bassin de jauge, selon que l'on voulait établir ou interrompre la communication entre ces deux parties de l'établissement.

Cet appareil a l'avantage de n'occasionner ni perte de chute dans le système hydraulique, ni erreur sensible de temps dans l'observation.

Construction du bassin de jauge. — Le bassin de jauge a 6 mètres de longueur intérieure, 3 mètres de largeur et $1^m,550$ de profondeur. Placé dans un terrain de gravier ancien très-solide, il est, en outre, assis sur un massif de $0^m,600$ d'épaisseur, avec $0^m,200$ d'empattement; ses murs verticaux ont $0^m,750$ d'épaisseur. Le tout est construit en maçonnerie de moellons bruts, avec mortier de ciment moyen, revêtu à l'extérieur d'un crépi, et à l'intérieur d'un enduit de $0^m,050$ d'épaisseur, en ciment fin. Rien n'a été négligé pour obtenir l'imperméabilité, qui a été constatée par des épreuves décisives.

Les vannes laissant toujours échapper de l'eau, quelque bien construites

qu'elles soient, on a adopté, pour vider ce bassin, un système composé de deux tuyaux recourbés en fonte *mnq* de $0^m,160$ de diamètre intérieur (*fig.* 1 et 2), maçonnés dans le massif inférieur du bassin, et de deux soupapes en bronze *mo*, *m'o'*, dont la cuvette est soudée à la partie supérieure de ces siphons, qui affleure le fond incliné du bassin. Ces soupapes étaient manœuvrées au moyen de deux leviers supérieurs *ps*, *p's'*, posés sur une charpente *k*; on ne se servait habituellement que de l'une d'elles, l'autre étant réservée pour les cas d'accidents. Enfin elles étaient entourées d'une cage *t* en fil de laiton, pour empêcher l'approche des corps solides qui eussent pu compromettre l'exactitude de la fermeture.

Écran de calme. — Afin de perdre le moins de temps possible dans chaque opération, on avait établi, en travers du bassin, un écran CD destiné à diminuer les fluctuations produites par le choc de l'eau qui y tombait.

13. *Opération du jaugeage.* — Pour mesurer la hauteur dont le niveau s'élevait dans chaque jaugeage, on a employé un prisme en sapin *ah* à section octogonale, glissant contre un madrier vertical AB, et guidé, en outre, par trois ferrures *i*, *d*, *u*. L'extrémité inférieure de ce prisme était garnie d'une douille conique *h* en cuivre bien poli qui se reflétait dans l'eau; on amenait d'abord avec précaution, et par un mouvement très-lent, la pointe de cette douille au contact de la couche de liquide laissée dans le fond du bassin, et l'on serrait la vis de pression *v* dont était munie la coulisse du milieu *u*. Le prisme étant ainsi arrêté, on faisait glisser contre une ferrure fixe, déterminant un plan horizontal, la surface inférieure d'un prisme bien dressé, dans lequel était enchâssé un crayon cylindrique dur dont la pointe traçait un trait fin et horizontal sur la face verticale correspondante du prisme.

En répétant cette opération quand le bassin est rempli, et le style étant toujours placé de la même manière, on n'a plus qu'à mesurer la longueur comprise entre les deux traits, qu'on efface facilement ensuite. Cette mesure était faite au moyen d'un mètre-étalon en fer, ayant servi autrefois à M. Poncelet, et posé horizontalement sur le bord du canal.

14. *Règlement de l'alimentation.* — Dans mes premières recherches expérimentales sur les cours d'eau, j'ai déterminé la construction d'un orifice d'aval qui, placé à l'extrémité du canal, en réglait le régime uniforme,

et que j'ai nommé, pour ce motif, *pertuis régulateur* (livre VI, § Ier). Par suite des dimensions du nouveau canal, des fortes dépenses d'eau qu'on voulait y faire, et de sa disposition par rapport au réservoir, il s'agissait ici de compléter la réglementation du système hydraulique, de façon que l'introduction de grandes masses d'eau n'y apportât aucune impulsion perturbatrice. On concevra l'importance de cette question en considérant la force vive considérable que possèdent les courants issus d'une vanne ordinaire, soit sous une forte charge, soit avec de grandes ouvertures. Ces courants, rencontrant la masse contenue dans le réservoir, y exciteraient des mouvements ondulatoires périodiques qui, en se transmettant jusqu'au lieu où se font les expériences, troubleraient les vitesses des molécules liquides, et mêleraient une influence anormale à celle des éléments réguliers de variation de ces vitesses.

M. le général Poncelet qui, le premier, a fait ressortir la nécessité de modérer le mouvement de l'eau dès son entrée, a, depuis plusieurs années, indiqué un moyen ingénieux d'atteindre ce but, et d'obtenir en même temps un réservoir à niveau constant.[1]

L'appareil consiste en une caisse profonde A (*fig. 4, Pl. III*) placée en tête du réservoir ou canal d'expérience B, et vers le fond de laquelle aboutissent un ou plusieurs tuyaux conduisant l'eau d'alimentation : la partie de ces tuyaux qui pénètre dans la caisse A ne donne passage au liquide que par de très-petits orifices, en grand nombre, dont est percée une enveloppe E occupant toute la largeur de cette caisse; un robinet adapté à la branche verticale de chaque tuyau permet de régler la dépense. On obtient ainsi dans le bief supérieur B un niveau constant à surface parfaitement plane. Il y a dans cet appareil deux moyens d'éteindre la force vive du liquide affluent, qui consistent : 1° à diviser la masse en parties très-ténues, dont les chocs isolés ne peuvent produire qu'une faible impulsion, et, 2° à faire remonter les molécules à une hauteur suffisante pour détruire les mouvements irréguliers qu'elles ont conservés.

Pertuis modérateur. — J'ai tâché d'appliquer ces idées à l'alimentation par grandes vannes de mon réservoir, et j'ai construit à cet effet deux dispositifs différents entre eux, mais remplissant également le but. Le plus simple de ces dispositifs est appliqué à la vanne de 1 mètre de largeur; il consiste

en un palier horizontal établi en aval au niveau du seuil de l'orifice, et suivi d'un plan incliné au $\frac{1}{6}$ de 3 mètres de longueur : toute la partie du pertuis correspondante à ce plan s'avance dans le réservoir ; la veine liquide lancée par l'orifice remonte le plan incliné, en s'écoulant toutefois partiellement sur les côtés et dans des directions perpendiculaires à sa vitesse initiale, par de petits orifices quadrangulaires formés au moyen d'un lattis croisé fixé à ce plan incliné. A l'extrémité supérieure du même plan, la partie de la veine qui y parvient rencontre un autre lattis en pente raide, par les ouvertures duquel elle achève de s'écouler, mais avec une vitesse ralentie par l'action de la pesanteur. La portion adjacente du réservoir est remplie de petits tourbillons qui s'éteignent bientôt, de sorte qu'à une faible distance l'eau est tranquille. Il ne faut, pour construire cet appareil, que quelques lattes et quelques planches.

Autre pertuis modérateur. — L'autre dispositif modérateur, appliqué à la vanne de $1^m,700$ de largeur, a exigé un peu plus de frais de construction. A la suite d'un palier horizontal SA (*fig.* 5), de niveau avec le seuil de l'orifice, est une excavation ABCD, de $1^m,800$ de profondeur, et dont le fond BC a $1^m,450$ de largeur ; la paroi AB de cette excavation, qui suit le palier, est verticale, et la face CD, du côté du réservoir, est inclinée à 2 de hauteur sur 1 de base ; les parois latérales sont verticales ; cette cavité est partagée en deux portions par un écran vertical FG placé à $0^m,500$ de la paroi AB et glissant entre des rainures, de façon qu'on puisse varier la hauteur GH de l'ouverture qu'il laisse au-dessous de lui.

L'eau, lancée par la vanne, vient frapper l'écran, tourbillonne et tombe pour remonter ensuite avec une vitesse verticale de plus en plus affaiblie par l'action de la pesanteur et l'élargissement progressif des sections qu'elle occupe.

15. *Détermination de la tare du bassin de jauge.* — Premier procédé. La régularité de sa construction m'a d'abord engagé à déterminer la capacité de ce bassin par la mesure directe de ses dimensions. A cet effet, j'ai tracé, sur les parois intérieures, quatre lignes de niveau équidistantes, déterminant chacune un parallélogramme dont j'ai mesuré la base, puis la perpendiculaire à cette base aux deux extrémités et au milieu de sa longueur.

Voici les résultats de cette opération :

	m	m	m	m
Longueur des bases des parallelogrammes.....	6,023	6,018	6,029	6,025
Valeur moyenne de leurs hauteurs...........	3,011	3,010	3,009	3,006
Aire des sections horizontales correspondantes.	18,13525	18,11418	18,14126	18,11115

Ces valeurs différant très-peu entre elles et sans ordre bien déterminé de variation, on peut en prendre la moyenne, qui est $18^{mc},12546$. De cette aire, il faut retrancher la somme des sections horizontales des appareils prismatiques de jaugeage établis dans le bassin, c'est-à-dire $0^{m},132389$; ainsi, la tare du bassin de jauge serait de $17^{mc},993$ par mètre de hauteur d'eau.

Deuxième procédé. J'ai fait construire une caisse parallélipipédique, en madriers de sapin, avec montants et nervures extérieures en chêne de fort équarrissage, dont les dimensions horizontales intérieures sont de 1 mètre, et la hauteur $1^{m},080$; le fond est percé d'un orifice garni d'une soupape ou clapet en bronze parfaitement ajustée; les parois ont été enduites de colle marine à l'intérieur et de peinture à l'huile extérieurement, les angles calfatés avec du brai gras. Cette caisse était placée verticalement sur l'un des murs du bassin de jauge, l'orifice du fond correspondant à l'intérieur de ce bassin. Une traverse, fixée sur les bords supérieurs de la caisse, portait un écrou dans lequel se mouvait une vis terminée par une pointe très-fine, correspondant au centre de cette caisse, et qu'on a fait arriver à 1 mètre au-dessus du fond, puis rendue fixe. Un couloir intérieur vertical, percé à sa partie inférieure de petits orifices, permettait de remplir la caisse sans agitation du liquide; lorsque la surface de l'eau approchait de la pointe de la vis, on versait avec précaution, et très-lentement, jusqu'à ce que cette surface vînt affleurer la pointe; on s'assurait qu'elle était bien tranquille, puis on vidait toute l'eau dans le bassin de jauge au moyen de la soupape du fond; enfin on mesurait l'élévation de niveau occasionnée par l'addition de ce volume, en employant les procédés décrits précédemment. Or, l'aire horizontale libre dans la caisse, mesurée en trois endroits de sa hauteur, a été trouvée de $0^{mc},9968$; d'un autre côté, cette caisse a été vidée dix-huit fois dans le bassin, et les élévations de niveau observées différaient extrêmement peu entre elles : leur somme était $0^{m},9954$; d'où il résulte, pour la tare moyenne du bassin de jauge, $\frac{0,9968 \times 18}{0,9954}$ ou 18,025.

Troisième procédé. On a fermé l'extrémité d'aval du canal d'expériences au moyen d'un barrage vertical dans le milieu de la longueur duquel on a fixé l'orifice carré de $0^m,20$ de côté, qui avait servi, en 1827 et 1828, aux expériences de MM. Poncelet et Lesbros; le seuil de cet orifice a été placé à $0^m,30$ au-dessus du fond du canal qui formait en cet endroit un bief rectangulaire de $1^m,612$ de largeur. Cela fait, on a alimenté, au moyen du canal, ce réservoir rempli jusqu'à une hauteur au-dessus de l'orifice, qui va être indiquée; puis, le régime permanent étant acquis, on a recueilli le produit de l'écoulement dans le bassin de jauge en mesurant le temps et l'élévation du niveau dans ce bassin. D'un autre côté, on a calculé le volume débité dans une seconde par l'orifice, en appliquant à la formule connue

$$Q = \omega\sqrt{2g\frac{h}{1-\frac{\omega^2}{O^2}}}$$

le coefficient 0,5953, moyenne de trois résultats obtenus par MM. Poncelet et Lesbros, pour une charge de $0^m,242$ sur le centre de l'orifice, et l'on en a déduit la tare moyenne du bassin de jauge, d'après les éléments suivants :

CHARGES sur le centre de l'orifice h.	DÉPENSE calculée en mètres cubes.	ÉLÉVATION du niveau dans le bassin de jauge.	DURÉE de l'observation.	AIRE MOYENNE horizontale du bassin de jauge.
m		m		
0,222	0,0497337	0,985	356"	17,9747
0,2245	0,0500122	1,001	360	17,9869
0,227	0,050288	1,039	372	18,0049
Moyenne générale....................				17,9888

En résumé, nous avons obtenu pour la tare du bassin de jauge :

Par le premier procédé...........	17,993
Par le deuxième procédé..........	18,025
Par le troisième procédé..........	17,989
Moyenne...........	18,002

C'est cette valeur moyenne que j'ai définitivement adoptée; elle ne diffère que de $\frac{1}{700}$ de la deuxième, qui s'en écarte le plus.

16. *Dispositions particulières adoptées pour les expériences de l'année* 1852. — La nécessité de prendre la plus grande partie de la chute disponible pour mesurer le débit des orifices dans le bassin de jauge n'ayant pas permis de donner au canal d'expériences une profondeur plus grande que $0^m,65$, j'avais été obligé, dans les expériences antérieures, de borner les charges d'eau et surtout les hauteurs de barrage, à des limites inférieures à celles de la pratique. Aussi, afin d'atteindre ces limites et même de dépasser celles des grandes charges, de manière à rendre complète l'étude que j'avais entreprise, j'ai établi, en 1852, dans le bassin de jauge lui-même, un canal LL'N'N de $1^m,60$ de hauteur (*fig.* 6 et 7, *Pl. II*), à parois verticales de $0^m,050$ d'épaisseur, solidement maintenu par un système de montants et de traverses, et ayant pour fond sensiblement horizontal un madrier de chêne d'une seule pièce; il occupe le milieu du bassin en maçonnerie, en perce la paroi antérieure et se prolonge au dehors : on lui a donné $0^m,300$ de largeur intérieure, au moment de la pose.

Pour évaluer les volumes liquides qui s'écoulaient par-dessus les barrages établis dans ce canal, on s'est servi des résultats des expériences effectuées en 1846. Celles de ces expériences qui présentaient le plus de certitude avaient été faites sur un barrage vertical de $0^m,335$ de hauteur, conforme au type qui va être décrit (livre II, n° 1); pour faire passer l'eau par-dessus ce barrage avant de la verser dans le canal LL'N'N, j'ai fait construire en amont du bassin en maçonnerie un réservoir rectangulaire ABDC de $7^m,60$ de longueur et de $1^m,86$ de largeur intérieurement. Ce réservoir a été partagé en trois parties par deux cloisons verticales EF, GH : la première ABFE forme un canal de $0^m,900$ de largeur; la troisième partie, un autre canal parallèle de $0^m,300$ de large; et la seconde, intermédiaire entre celles-ci, a été remplie de terre glaise battue, pour empêcher toute fuite des eaux qui coulaient dans ces deux canaux. L'extrémité d'amont de cette portion pleine était d'abord fermée rectangulairement; plus tard, on l'a terminée par un arrondissement demi-circulaire EVG : l'extrémité d'aval de ces constructions était portée par le mur du bassin et s'arrêtait à l'aplomb de la face

intérieure UX de ce mur; tous les interstices avaient été soigneusement fermés, soit avec du mastic, soit avec du ciment. Les deux déversoirs jaugeurs ont été établis dans les deux canaux précités à $1^m,50$ en amont de leur extrémité, de sorte que le courant liquide, conduit par l'ancien canal, parcourait dans chacun d'eux une longueur de $5^m,60$ avant d'atteindre ces déversoirs.

Les parois longitudinales LL'N'N du canal d'expériences actuel se terminent en amont à deux parois transversales LK, NM, encastrées dans la maçonnerie, à 1 mètre de la face UX du bassin, de manière à former dans ce bassin, en tête du canal, un bief rectangulaire UKMX de 3 mètres de long sur 1 mètre de large; c'est dans ce réservoir que tombait le courant liquide après avoir passé sur les déversoirs jaugeurs, et il fallait introduire l'eau sans fluctuations et sans trouble dans le canal d'expériences, ce qui n'était pas sans quelque difficulté. Pour atteindre ce but, j'ai adopté le dispositif suivant: deux écrans verticaux *bc* se présentent à la suite des parois EF, GH des canaux jaugeurs; ces écrans sont obliques et dirigent les courants dans les angles obtus *bc*M, *bc*K du bief UKMX, où l'eau jaillit et tourbillonne; la deuxième moitié *cl* de ces écrans descend jusqu'au fond de ce bief, et la première moitié *lb* n'existe qu'à la partie supérieure, de sorte que l'eau est obligée de revenir de *c* en *l* pour s'introduire dans un espace triangulaire *cba*, formé par l'écran *bc* et par une claie ou grillage vertical fixe *ba*: dans cet espace triangulaire il y avait encore du trouble, des mouvements irréguliers qui cessaient au passage de la claie; mais comme l'eau sortait de celle-ci divisée en petites veines, on l'a forcée à se rassembler, pour se calmer tout à fait, dans un espace étroit compris entre les grillages *ba* et deux vannes verticales PL, QN, mobiles dans le prolongement des parois LL', N'N du canal d'expériences: l'eau, pour s'introduire dans ce canal, passait par-dessous ces vannes qu'on levait plus ou moins suivant le volume à débiter, et de manière à obtenir un écoulement calme dans le canal. Le barrage en expériences était établi à $3^m,80$ en aval des parois transversales LK, MN, de sorte que les vannes PL, QN, formant prolongement aux parois longitudinales LL', NN', il en résultait que le déversoir expérimental était réellement précédé d'un canal de $4^m,80$ de longueur avec alimentation latérale et de fond sur le premier mètre.

Le débit Q des déversoirs jaugeurs a été calculé au moyen de la formule

comme

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

dont on avait déterminé les coefficients de correction m à l'aide de mes expériences antérieures : pour obtenir la charge H des déversoirs, je mesurais exactement, à l'aide d'une pointe à coulisses, l'épaisseur e de la nappe liquide au-dessus de la crête du déversoir, et j'en déduisais H par la connaissance des valeurs du rapport $\frac{H}{e}$, résultant également des mêmes recherches. On voit que ce mode de jaugeage est basé sur l'hypothèse que les coefficients m sont indépendants de la largeur des barrages-déversoirs établis perpendiculairement à la longueur des canaux, hypothèse parfaitement légitime, puisque l'ensemble des résultats d'expérience connus la présentait comme une réalité pratique (*).

Le barrage expérimental était en madriers de chêne de $0^m,05$ d'épaisseur et vertical; on avait fixé solidement, sur le fond du canal, une base de $0^m,10$ de hauteur avec rainure à la partie supérieure : dans cette rainure, on faisait entrer la languette appartenant à la partie inférieure de chacune des rehausses successives du barrage, puis on assemblait à la partie supérieure de cette rehausse mise en place, une pièce constante, de $0^m,10$ de hauteur, formant le sommet du déversoir suivant le type décrit plus loin. Nous avons maintenant à indiquer les procédés à l'aide desquels on effectuait, dans chaque expérience, deux opérations importantes, savoir : la détermination des charges du déversoir et la mesure de l'épaisseur e de la nappe liquide, opérations que l'on comprendra plus facilement en s'aidant de la lecture des nos 5 et 9 du livre II.

La traverse en chêne oo' (*fig.* 6 et 7), destinée à relier entre eux les montants en chêne YY', ZZ' qui consolident le canal à l'endroit du déversoir, est scellée à ses deux extrémités dans les murs du bassin ; cette traverse porte, par l'intermédiaire de deux forts taquets h, h', une règle en fer dd', percée à chacune de ses extrémités d'un trou dont l'un est cylindrique et l'autre suit un arc de cercle ayant pour centre celui du premier : moyennant cette circonstance et en s'aidant d'un niveau à bulle d'air, on mettait facilement cette

(*) *Voir*, dans le livre II, la discussion relative à cet objet.

règle dans la position horizontale et on l'y fixait; elle a d'ailleurs $0^m,700$ de longueur, de sorte qu'elle passait au-dessus du déversoir et s'étendait encore, d'un côté, à $0^m,250$ au delà du canal. Sur cette règle on plaçait à cheval une ferrure E destinée à porter une tige en sapin RT armée inférieurement d'une pointe *g*. Cette ferrure est représentée en coupe transversale par la *fig.* 8 : elle se compose de deux parties, dont la première *e'f' ef* sert à embrasser la tige RT en la fixant à l'aide d'une vis *p*; la seconde partie *eftq* se pose sur la règle en fer *dd'* et s'y fixe par la pression des vis *ii'*. Ces deux parties ont leurs surfaces de contact *ef* légèrement convexes, et elles sont reliées entre elles par deux vis de rappel *v*, *v'*, de sorte qu'en tournant l'une ou l'autre de ces dernières vis, on achevait de placer la tige RT dans une verticalité parfaite. L'appareil était placé de façon que, cette tige étant verticale, la pointe *g* venait se poser sur l'arête culminante SS du barrage : on marquait alors un trait de repère sur RT à hauteur du sommet de la ferrure E, puis quand l'eau coulait dans le canal et avait bien acquis son régime, on amenait la même pointe *g* à l'affleurement de la surface de la nappe liquide; on marquait alors un nouveau trait de repère, et les distances des divers traits analogues, au premier, étaient les épaisseurs cherchées des nappes.

Quant à la détermination des charges, on verra dans le livre II qu'elle peut être effectuée à l'aide d'un tube droit ou recourbé, plongé contre la face d'amont du barrage: en conséquence, je faisais pénétrer, à travers la paroi du canal, une branche courbe de tube *ab* (*fig.* 7) en cuivre; puis, sur celle-ci, je vissais la monture métallique d'un tube de verre *am*, de $0^m,015$ de diamètre, que l'on assurait dans la position verticale. Ce tube de verre n'ayant que 1 mètre de longueur, on était obligé de le remonter quand la hauteur du barrage devenait trop grande, mais l'ouverture inférieure de la branche horizontale est toujours restée à $0^m,400$ au moins en dessous de la crête SS de ce barrage. Enfin, pour mesurer la charge du déversoir par la hauteur de la colonne liquide contenue dans ce tube, il fallait avoir sur sa longueur un repère au même niveau que la crête du barrage. A cet effet, la pointe *g* de la tige RT affleurant cette crête, on serrait fortement la vis *p* de la ferrure E, et l'on transportait cette ferrure sur la règle en fer *dd'* jusqu'auprès du tube *am*; cela fait, on amenait par un dégauchissement visuel, à la hauteur de l'extrémité de la pointe *g*, la surface supérieure d'une douille en cuivre glis-

sant à frottement doux le long du tube, puis l'on serrait fortement la vis de pression de cette douille : quoique sa surface supérieure fût bien perpendiculaire à sa longueur, ce déganchissement pouvait laisser quelque incertitude ; aussi l'on employait, comme moyen de vérification, la règle support d'un niveau à bulle d'air.

Les expériences de l'année 1852 comprennent six séries correspondantes à des hauteurs différentes du barrage. On a d'abord opéré avec une hauteur de $0^m,209$, puis successivement avec celles de $0^m,406$, $0^m,608$, $0^m,811$, $0^m,917$, $1^m,109$.

Mode de jaugeage adopté pour les petites charges. — Dans la partie des expériences de l'année 1846 qui nous a servi de base pour le jaugeage par les déversoirs, la plus petite charge était (à cause de la nature des nappes) de $0^m,165$; en conséquence, ce mode de jaugeage ne pouvait servir pour les charges inférieures à celle-ci ; c'est pourquoi, après avoir effectué les six séries précitées d'expériences pour les moyennes et grandes charges, nous avons enlevé les parois EF et GH des canaux de jauge (*fig.* 6), et débarrassé complétement le réservoir rectangulaire ABCD ; puis, à $1^m,50$ en amont de son extrémité BD, on a établi une cloison transversale, solide et parfaitement mastiquée, percée en son milieu d'une ouverture dans laquelle on a ajusté l'orifice à minces parois avec vanne en cuivre qui avait servi aux expériences de MM. Poncelet et Lesbros, en reproduisant exactement le dispositif de ces expériences. La largeur de cet orifice étant $0^m,20$, et celle de notre réservoir $1^m,86$, c'est-à-dire plus de huit fois aussi grande, on était assuré, d'après les recherches publiées récemment par M. Lesbros, que la contraction latérale était complète, surtout sous les faibles charges que j'ai employées ; comme d'ailleurs le seuil de l'orifice était placé à $0^m,523$ au-dessus du fond du réservoir, j'ai pu évaluer le débit liquide en appliquant les coefficients fournis par les ingénieurs précités. Pour conduire l'eau sortant de cet orifice dans les compartiments UK*cb*, XM*cb* du bassin en maçonnerie, on a disposé, à 1 mètre en aval de la cloison qui le contenait, et sur le prolongement du fond du réservoir, un barrage en chevron dont chaque aile était suivie d'un petit coursier de $0^m,31$ de largeur.

Les hauteurs de l'orifice jaugeur ont été de $0^m,03$, $0^m,05$, $0^m,10$ et $0^m,20$: pour mesurer les charges, on avait fixé, à $3^m,25$ en amont de cet

orifice, et sur les côtés du réservoir ABCD, une traverse en chêne de fort équarrissage, sur laquelle on établissait verticalement une règle à coulisse armée inférieurement d'une pointe en cuivre. Au commencement de chaque séance d'expérimentation, j'amenais l'extrémité de cette pointe au niveau du sommet de l'orifice fixe de $0^m,20$ de hauteur, en me servant d'un appareil à rigole liquide et à vis micrométrique qui est décrit plus loin (n° 6 du livre II), puis je traçais un repère sur la règle. Lorsque le régime d'écoulement était bien établi pour chaque expérience, je mettais la pointe métallique en affleurement de la surface liquide, et je traçais un nouveau repère dont la distance au premier était la charge sur le sommet de l'orifice jaugeur, diminuée, lorsque la hauteur h de cet orifice était inférieure à $0^m,20$, de la différence $0^m,20 - h$.

Ayant ainsi un moyen exact pour jauger les petites dépenses de fluide, j'ai opéré d'abord avec le barrage de $1^m,109$ de hauteur, puis cette hauteur a été diminuée successivement en enlevant à chaque fois une rehausse du barrage. On n'est pas retombé exactement sur les mêmes hauteurs que précédemment, mais les différences étaient, comme on le verra plus loin, sans aucune importance.



LIVRE DEUXIÈME.

JAUGEAGE PAR LES DÉVERSOIRS.

PREMIÈRE SECTION.

ÉCOULEMENT PAR LES BARRAGES-TYPES.

1. *Choix d'un barrage-type.* — La première condition à remplir était d'adopter, pour le déversoir jaugeur, un dispositif facile à reproduire exactement dans tous les cas, et ne pouvant donner lieu à aucune influence anormale ; la seconde, que les données d'observation s'obtinssent très-simplement dans la pratique, et que le calcul des volumes liquides fût, autant que possible, débarrassé de la considération des coefficients de correction jusqu'alors en usage, coefficients qui, variant tantôt dans un sens et tantôt dans le sens inverse, suivant les circonstances diverses de l'écoulement, eussent exposé à des méprises les observateurs peu exercés, ou au moins exigé des collections étendues de résultats numériques. A cet effet, nous avons supprimé la contraction latérale en faisant occuper à l'orifice toute la largeur du cours d'eau ; nous avons adopté un barrage vertical en madriers, et nous l'avons terminé par une arête vive *s* (*fig.* 9, *Pl. III*) et un glacis *sa* tourné vers l'aval : les ouvriers forment ce talus en traçant sur les bouts du madrier, équarri et bien dressé, la diagonale *sa* du carré *sade* qui a pour côté l'épaisseur de ce madrier, puis retranchant le prisme *sad*. La crête *s* du barrage était horizontale, et l'on mastiquait les joints pour éviter toute fuite d'eau.

2. *Circonstances générales des expériences.* — Les largeurs d'orifices ont été, en nombres ronds, de $0^m,30$—$0^m,57$—$0^m,90$—$1^m,03$—$1^m,20$—$1^m,62$. La hauteur du barrage a varié de $0^m,200$ à $1^m,110$; les charges du déversoir ont varié de $0^m,040$ à $0^m,510$. Les expériences ont été exécutées du 15 juillet au 1er octobre des années 1846-1847 et 1852 ; la température de

l'eau était moyennement de 16 degrés centigrades. On a évité d'opérer sous l'influence de vents assez forts pour troubler sensiblement les résultats. La durée de l'écoulement dans le bassin de jauge était appréciée à l'aide d'un chronomètre à demi-secondes de Breguet.

§ Ier.

DONNÉES PHYSIQUES.

5. *Ensemble du système hydraulique produit par un barrage transversal.* — La surface du bief d'amont est formée: 1° du remous produit par le barrage, et qui commence à une certaine distance de celui-ci, croissante avec la charge génératrice de l'écoulement; 2° d'une portion AB inclinée vers l'aval et à très-peu près plane, partant de l'origine A du remous (*fig.* 9); 3° d'une partie à courbure convexe croissante, qui raccorde la précédente à la nappe déversée d'aval, dont le profil longitudinal extérieur paraît être, d'après les observations de M. Bidone (*), une parabole analogue à celle que décrirait, dans le vide, une molécule isolée.

En arrivant vers le fond du bief inférieur, la nappe liquide s'infléchit de nouveau, mais en sens inverse, et se raccorde ainsi avec le courant rectiligne d'aval.

La surface de cette nappe est, dans toute son étendue, parfaitement lisse et polie, et peut être comparée, sous ce rapport, à la première partie des veines issues d'un orifice complet en minces parois, observée par M. Poncelet (**) pour des orifices rectangulaires de 0^m,200 de base, et par F. Savart (***) avec de petits orifices circulaires; mais, immédiatement après le raccordement concave dont il vient d'être parlé, ces apparences changent complétement pour faire place à un courant à surface terne, rayé par des stries nombreuses et croisées. Cet état du courant d'aval n'a lieu que dans une certaine longueur d'autant plus grande que la charge supérieure est plus considérable: peu à peu les mouvements intérieurs dont il est le siége se calment, sa vitesse

(*) *Mémoires de l'Académie de Turin*, tome XXVIII, année 1824.

(**) *Voir* le Mémoire de MM. Poncelet et Lesbros, déjà cité.

(***) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, tome LIII, Mémoire sur la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en minces parois.

de transport diminue et son épaisseur augmente ; enfin, il reprend les apparences d'un cours d'eau ordinaire. En cet endroit se forme un ressaut K, qui élève la surface du courant par une pente rapide, et engendre une onde qui se propage par des vagues de hauteur décroissante. La figure horizontale de ce ressaut a une liaison déterminée avec l'ordre de succession des vitesses dans le courant qui le précède ; on la modifie en altérant le mouvement de la nappe sur le déversoir par l'immersion d'un corps solide dans cette nappe. Quant au relief du ressaut, il fournit sans doute la charge initiale nécessaire pour engendrer plus loin le régime uniforme correspondant à la pente et au débit du canal. Tel est l'ensemble du système hydraulique en amont et en aval des barrages établis en travers d'un cours d'eau. J'entrerai maintenant dans quelques détails importants relatifs à ses parties principales.

Caractères distinctifs des diverses espèces de nappes liquides, et phénomènes qui s'y produisent.

4. Le passage de la nappe liquide sur l'arête vive du barrage, et la présence des parois du canal de fuite, donnent lieu à des phénomènes remarquables dont la considération est nécessaire pour le calcul pratique des dépenses d'eau, et se lie d'ailleurs à la plupart des questions difficiles de l'hydraulique expérimentale.

Écoulement sous les très-petites charges ; nappes adhérentes. — Supposons que la surface liquide dans le bief d'amont soit à la hauteur de la crête S du barrage (*fig.* 10), et qu'on ouvre la vanne alimentaire de manière à faire monter très-lentement cette surface ; l'écoulement du déversoir commence alors par un suintement dans lequel l'eau mouille et suit la surface SAB du barrage. Cet état se prolonge jusqu'à ce que la charge supérieure soit d'environ $0^m,01$, puis la portion de la nappe qui s'appliquait sur la paroi AB s'en détache pour former un jet très-mince AC (*fig.* 11) presque droit, qui vient s'étendre de C en B et de C en D, sur le fond du canal de fuite : la partie supérieure *abo* de la nappe continue à adhérer au talus SA, en affectant une forme représentée dans la figure. Quand la charge atteint une valeur de $0^m,030$ environ, la portion supérieure de la nappe se détache à son tour, et il en résulte un jet parabolique.

Écoulement sous les moyennes charges. — Si, au lieu de faire monter lentement l'eau par-dessus le barrage, on lève la vanne alimentaire de manière à produire rapidement une élévation de quelques centimètres, la nappe liquide formée ainsi s'applique au barrage en prenant le profil *abcd* (*fig.* 10), et persévère dans cet état jusqu'à ce que la charge ait atteint une valeur de $0^m,135$ environ. A partir de cette charge, ou bien la nappe se renfle vers le bas pour se rapprocher du profil parabolique, ou, ce qui arrive généralement, elle se détache tout entière et brusquement du barrage. Occupons-nous de ce dernier cas, que nous appellerons des *nappes libres,* et qui réclame en premier lieu notre attention comme devant se présenter le plus fréquemment dans la pratique.

Nappes libres ou détachées du barrage. — Ainsi qu'il a été dit précédemment, la nappe liquide, en rencontrant le fond du canal de fuite, s'applique sur ce plan; la portion CB du jet, qui est lancée vers l'amont (*fig.* 12), forme contre la partie inférieure du barrage un remous CBF dont la hauteur augmente avec la vitesse d'écoulement : l'air emprisonné entre ce remous, la nappe parabolique et les parois du canal, forme une véritable, mais vaste bulle (*) occupant toute la largeur du barrage, et comparable à celles que j'avais observées, dans des recherches précédentes, derrière un prisme mince exposé à l'action d'un courant liquide dans la période d'émersion de ce corps. La nappe parabolique *bc* s'amincit en tombant, par suite de l'accélération de vitesse, d'où il résulte des mouvements moléculaires qui communiquent à la surface de cette nappe une sorte d'état vibratoire à faible amplitude. En outre, le choc de la nappe contre le fond du canal de fuite fait naître des ondes réfléchies qui remontent vers son sommet, mais ne sont bien visibles que quand elle est très-mince et qu'il y a peu d'eau en aval.

Colonne liquide soutenue par la pression de la nappe. — Le remous inférieur CBF est soutenu à une certaine hauteur croissante avec la charge supérieure, par la pression de la partie inférieure de la nappe; cette pression paraît due, en partie, à la force centrifuge de la partie concave *d* qui rac-

(*) La pression intérieure dans cette région est un peu inferieure à celle de l'atmosphère et s'en écarte d'autant plus, que la vitesse de la nappe est plus considérable. L'air entraîné par la surface liquide intérieure produit, dans le remous au pied du barrage, une multitude de petites bulles dont la plupart rentrent sous cette nappe.

6.

corde la nappe au courant d'aval; car avec un barrage dont la surface d'aval était circulaire, et sur lequel la nappe prenait en conséquence beaucoup plus tôt une courbure concave, la hauteur du remous était plus considérable, à égalité de vitesse d'écoulement, que dans le cas d'un barrage plan. La partie supérieure FnE du remous présente une portion convexe Fn qui se meut de F en n, et une seconde portion inclinée En qui se raccorde avec la première par une série de rides de plus en plus fines jusqu'en n, où elles disparaissent. Enfin, la surface supérieure convexe Fn présente, dans son profil, parallèlement au barrage, des ondulations sensiblement égales entre elles.

La force centrifuge jouant un rôle important dans la question des veines fluides, j'ai relevé la hauteur du remous pour diverses charges et le barrage ordinaire à biseau. Je me servais, à cet effet, d'une tige cylindrique tt', le long de laquelle glissait à frottement doux une douille o munie d'une vis de pression v et armée d'une aiguille os; les charges, ou hauteurs de la surface dans le canal d'amont, au-dessus du sommet du barrage, ont été obtenues comme il sera expliqué plus loin.

Les résultats de ces observations composent le tableau suivant :

TABLEAU N° I.

HAUTEUR du barrage	CHARGE sur le seuil du deversoir.	HAUTEUR du remous d'aval.
m	m	m
0,228	0,051	0,078
	0,065	0,107
	0,115	0,204
0,325	0,033	0,062
	0,053	0,091
	0,0755	0,112
	0,110	0,160
	0,122	0,212
	0,1375	0,275
0,457	0,045	0,082
	0,073	0,115
	0,101	0,148
	0,121	0,173

En construisant pour chaque hauteur de barrage les lieux géométriques qui lient entre eux ces résultats, on en déduit les valeurs comparatives suivantes, exprimées en millimètres :

Tableau N° I bis.

CHARGES du deversoir.	HAUTEUR APPROXIMATIVE DU REMOUS formé au pied des barrages dont les hauteurs sont :		
	228	325	457
40	»	74	74
50	76	87	87
60	98	98	98
70	118	106	112
80	138	116	124
90	156	130	136
100	176	144	148
110	195	160	160
120	214	194	172
130	»	234	184
140	»	288	196

On ne saurait comprendre les variations de ces hauteurs qu'en les attribuant à des influences variables et de sens divers, telles que la pression de l'air contenu entre le remous et la nappe, et la force centrifuge de la partie concave de celle-ci, influences qui se combinent avec l'action dynamique due à la vitesse avec laquelle le courant liquide CB (*fig.* 11) vient frapper le pied B du barrage. Lorsque l'on plonge dans la partie inférieure de la nappe un corps solide qui y pratique une ouverture, l'eau du remous s'en échappe sous la forme d'un jet bouillonnant et de couleur blanche, caractères qui indiquent généralement le mélange d'une forte proportion d'air.

Nappes noyées en dessous. Mouvements oscillatoires sur le talus du barrage. — La hauteur de la colonne d'eau soutenue par la pression de la nappe augmentant avec la vitesse de cette nappe, on conçoit qu'il doit y avoir une charge d'eau pour laquelle le sommet de cette colonne atteint la crête S du barrage. A partir de cette charge, tout l'espace compris sous la nappe est plein d'eau, et l'on entre dans une troisième période de phénomènes hydrauliques, celle des *nappes noyées en dessous*. Pour étudier ces phénomènes, je me suis servi, comme dans mes observations sur la résistance

des liquides, d'une petite boule n (*fig.* 10) formée de feuille d'étain mince et brillante, liée par un fil blanc très-fin à une tige cylindrique. Cette petite sphère, amenée vers le milieu du talus SA, y oscille dans un plan vertical entre deux points a et b, sur une longueur égale à peu près à la moitié de ce talus : elle dépasse quelquefois ces limites et arrive jusqu'à l'angle A, mais alors elle en est chassée brusquement comme par la détente d'un ressort. Si l'on tire un peu le fil en arrière, de manière à ne pas lui laisser prendre la disposition *pin*, il se courbe suivant *pon*, et la boule n se place vers le milieu du talus SA, s'y balance comme dans une position d'équilibre, puis, périodiquement, elle est attirée vers un point n', d'où elle est renvoyée presque instantanément à sa position primitive. Enfin, lorsqu'on augmente la tension du fil en rapprochant la petite sphère n du point a, elle exécute des oscillations précipitées (trois à quatre par seconde), suivant un petit arc à peu près perpendiculaire à SA. Ces phénomènes s'accomplissent dans une zone dont l'épaisseur ne paraît pas excéder $\frac{1}{10}$ de la charge sur le seuil du déversoir, et qui se trouve comprise entre le plan SA et la surface intérieure de la nappe, espace rempli par l'eau du remous d'aval.

En résumé, on voit que les molécules liquides, dans l'étendue de cette zone, ne participent pas au mouvement de translation de la nappe ; la force qui les retient est telle, qu'une sphère creuse en verre, remplie de grenailles de plomb, ayant été brisée sur le talus SA, ces corps, malgré leur densité considérable, ne sont pas tombés, mais montaient et descendaient alternativement le plan incliné (*).

Suite des caractères physiques des différentes nappes. — De ce qui précède, il résulte que les nappes liquides non libres doivent être classées en deux catégories très-distinctes. Dans la première, qui a lieu pour les faibles charges, la nappe adhère aux surfaces d'aval du barrage et en suit le contour, malgré les angles et les arêtes vives qu'il présente, extension remarquable de la propriété observée par F. Savart (**) sur des veines issues d'orifices circulaires

(*) Ces mouvements font comprendre comment des herbes, ayant crû dans les joints de digues en maçonnerie, s'y maintiennent perpendiculairement au talus sous un courant rapide, observation que j'avais faite depuis plusieurs années, et qui s'est présentée sans doute à d'autres personnes.

(**) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, tome LIV, année 1833. Lorsque le choc a lieu contre un plan, la veine s'y épanouit dans tous les sens, et, si ce plan n'a qu'une faible étendue, elle

en minces parois, et lancées contre des disques plans ou des cylindres : cette propriété se trouvant ainsi vérifiée pour de larges nappes d'eau, peut être appliquée à la disposition des roues hydrauliques et aux constructions exposées au choc des courants liquides. Dans le second cas, au contraire, ce n'est plus l'adhérence des nappes qui les empêche de couler librement, mais les actions dynamiques et les pressions qui se produisent dans leur partie inférieure. Lorsque l'adhérence a lieu, la surface de la nappe, parfaitement polie et brillante, présente, dans le sens de sa largeur, et un peu au-dessous de sa courbure supérieure *ab* (*fig.* 10), des ondulations verticales qui descendent jusqu'au pied du barrage et ressemblent aux plis d'une draperie trop large qu'on aurait jetée sur cette nappe. Dans le second cas, au contraire, la surface liquide reprend le profil parabolique, et ne présente plus d'ondulations transversales. Enfin, de chacune des extrémités supérieures des nappes non adhérentes, part une sorte de pli ou de gouttière qui, en arrivant vers le radier d'aval, laisse échapper une aigrette divergente de couleur blanchâtre, et composée d'une multitude de très-petites gouttes d'eau : entre ces deux sillons très-étroits, le profil transversal supérieur des nappes est rectiligne. Des aigrettes analogues se produisent au pied des nappes adhérentes, sur toute la largeur du canal d'aval, entre les plis dont il vient d'être parlé.

Phénomène de la production de la bulle d'air. — Dans l'un comme dans l'autre cas des nappes non libres, on peut en produire l'isolement en plaçant dans le plan d'amont ou d'aval du barrage un corps solide, tel qu'une tige cylindrique, une règle, etc. Alors il se produit un son bas et sourd, comme celui qui a lieu lorsqu'on enflamme de la poudre à l'air libre, et la nappe se détache subitement; mais les deux cas précités présentent encore des différences bien tranchées, car, dans celui de l'adhérence, la nappe, une fois déta-

forme autour de lui une nappe mince dont les mouvements et la forme sont très-remarquables. En faisant tomber normalement sur un disque circulaire horizontal une veine animée d'une vitesse peu considérable, l'illustre auteur de ces expériences a obtenu des nappes qui, douées d'une sorte de rétractilité, revenaient sur elles-mêmes jusqu'à toucher la tige qui soutenait le disque, ainsi que le représente la *fig.* 13. Or, si l'on remarque que la face d'amont des barrages-déversoirs est, en définitive, un plan rencontré par un courant à faible vitesse, on reconnaîtra l'analogie qui existe entre nos nappes adhérentes (*fig.* 10) et celles de F. Savart : le phénomène dont il s'agit est donc dû aux forces moléculaires qui produisaient la rétractilité de ces dernières; mais il est favorisé, en outre, par la pesanteur et par la diminution de pression qui se produit le long du talus supérieur du barrage.

chée, se maintient à cet état, tandis que, dans l'autre cas, le remous apportant sans cesse de l'eau dans l'espace compris sous cette nappe, et la pression de la partie inférieure du courant soutenant cette eau, elle arrive bientôt à la hauteur du sommet du barrage; alors l'air introduit dans l'opération précédente s'évanouit après quelques oscillations, entraîné par le courant. En outre, dans les nappes noyées en dessous, le phénomène dont il s'agit cesse de se produire à partir d'une certaine limite supérieure de la charge du déversoir, limite qui dépend de la hauteur du barrage.

Mouvement de l'eau en amont du barrage. — On doit à Dubuat les premières observations sur l'état d'un cours d'eau barré perpendiculairement à sa direction. M. Poncelet (*) et M. Bélanger (**) ont donné les formules générales du mouvement permanent, d'où l'on peut déduire toutes les circonstances du mouvement de l'eau dans les canaux jusqu'à une certaine distance du barrage : ainsi la question du remous, pour le cas simple qui nous occupe, doit être regardée comme résolue. C'est pourquoi nous nous attacherons particulièrement à l'étude des phénomènes importants qui s'accomplissent dans la partie du bief d'amont qui est contiguë au barrage.

Mouvement des molécules liquides, depuis le fond du courant jusqu'au sommet du barrage, dans la région où se forme la veine contractée. — Dubuat, opérant avec un barrage de $0^m,110$ de hauteur, a observé que les molécules liquides, suivant son expression, *mouvaient de fond,* et que, arrivées à une petite distance du barrage, elles s'élevaient pour passer par-dessus sa crête. L'importance de cette observation m'a engagé à la répéter, en augmentant la hauteur du barrage. J'ai employé à cet effet une boule de verre creuse de $0^m,020$ de diamètre, lestée avec des feuilles d'étain brillantes, de manière à lui faire acquérir une densité gravimétrique égale à celle de l'eau; cette petite sphère était attachée par un fil blanc très-délié à une tige mince, on enroulait le fil sur l'extrémité de la tige, et l'on plongeait ainsi la sphère dans le courant jusqu'à ce qu'elle reposât sur le fond du canal; alors on déroulait le fil en tournant la tige; puis, lorsqu'il était déroulé sur une longueur suffisante, on faisait avancer la tige de façon que, le fil n'étant plus

(*) *Voir* le *Cours de Mécanique appliquée de l'École de Metz,* section VI.

(**) *Notes sur le Cours d'Hydraulique fait à l'École des Ponts et Chaussées.*

tendu, la sphère était libre d'obéir à l'impulsion du liquide. Arrivée en un certain point d'autant plus éloigné du barrage que la charge était plus considérable, cette sphère, qui avait jusque-là glissé en ligne droite parallèlement au fond, s'ébranlait un peu à droite et à gauche, puis s'élevait lentement jusqu'à ce qu'elle eût atteint une position d'où elle se précipitait vers la crête du barrage par une route oblique : la courbe A'B's (*fig.* 9), suivie dans ces mouvements, ressemble à une hyperbole dont l'asymptote inférieure serait parallèle au fond du canal, courbe d'autant plus ouverte que la charge est plus forte, et que les molécules considérées appartiennent à une portion du courant moins éloignée de la surface.

Enfin, nous signalerons une autre circonstance du mouvement ascensionnel des particules liquides vers le sommet du barrage, savoir que, sur une faible partie de la longueur du déversoir, à partir des parois latérales du canal, les particules venant du fond, au lieu de cheminer, comme les autres, dans des plans verticaux, obliquent, en s'élevant, vers les angles de l'orifice : ce mouvement à double courbure provient de la tendance des filets latéraux qui viennent rencontrer le barrage, à se replier pour s'appliquer contre les parois du canal.

Remous d'amont et d'aval au pied du barrage. — La courbe décrite par les corps qui partent du fond laissant en dessous d'elle un espace angulaire, il était naturel de penser que cet espace était rempli par un remous tourbillon. Effectivement, en ne rendant la petite sphère libre que dans cet angle, on la voyait s'élever, en décrivant une courbe à double courbure, vers un point dont la hauteur ne dépassait guère la moitié de celle du barrage, point à partir duquel elle était renvoyée vers le fond par un mouvement gyratoire à petite vitesse (*). Le même appareil étant introduit dans l'angle inférieur d'aval, accuse également, dans le cas des nappes non adhérentes, la présence d'un tourbillon analogue au premier, mais de sens contraire et à vitesse plus grande, de sorte que le barrage se trouve placé entre deux tour-

(*) Ce remous n'occasionne point, comme il paraîtrait naturel de le penser, le dépôt des particules terreuses, car ce dépôt s'arrête, au contraire, sous la courbe A'B's (*fig.* 9) à une faible distance du pied du barrage, et tout l'intervalle *nb* est nettoyé par le tourbillon, qui repousse en quelque sorte les particules solides et élève celles qui pénètrent dans cet intervalle jusqu'à une hauteur où elles sont entraînées vers la crête du déversoir.

billons. Il en résulte pour les ingénieurs l'obligation de protéger, par des constructions défensives, le pied des barrages permanents.

5. *Propriétés fondamentales des tubes immergés en amont du barrage.* — Nous arrivons maintenant à une question difficile et de la plus haute importance pour l'étude de l'écoulement des fluides, considérée au point de vue le plus général.

Observation de M. Bidone. — M. Bidone ayant plongé dans le plan MN (*fig.* 14) d'un déversoir alimenté par un canal horizontal, l'ouverture inférieure *a* d'un tube recourbé *abc*, a remarqué qu'en quelque point de la section que l'on plaçât ce tube, l'eau s'y élevait au niveau de la surface dans le canal, pris à l'endroit où cette surface, selon les expressions de l'auteur,... « n'ayant plus de courbure sensible, peut être regardée comme plane et horizontale (*). » M. Bidone a, en outre, proposé d'appliquer cette propriété à la mesure des charges, et de calculer la dépense des déversoirs, en mettant pour H, dans la formule ordinaire,

$$Q = m\,LH\sqrt{2gH},$$

la hauteur MS du sommet *o* de la colonne liquide dans le tube recourbé, au-dessus de la crête S du barrage.

Le nivellement d'une surface liquide étant fort difficile lorsqu'il doit être fait avec exactitude, et cette opération pouvant devenir impossible s'il s'élève un vent, même léger, qui fasse onduler la surface, le moyen proposé par M. Bidone nous a paru susceptible d'utilité pratique; mais les avantages en seraient considérablement affaiblis par la nécessité de déterminer la hauteur de la colonne du tube au-dessus du sommet du barrage, ce qui supposerait la fixation de ce tube au milieu du courant liquide, et l'emploi d'un niveau à bulle d'air. En outre, le choc de ce courant rapide contre l'orifice du tube, les déviations des filets qui s'y produisent, et les phénomènes de communication latérale du mouvement qui en sont la conséquence, devaient être autant de causes d'incertitude d'autant plus difficiles à apprécier dans les expériences dont il s'agit, que l'auteur ne paraît pas avoir tenu compte des

(*) *Mémoires de l'Académie de Turin*, tome XXVIII, année 1824.

effets de la capillarité dans le tube qu'il a employé, et dont il ne donne pas le diamètre.

Observations nouvelles. — Pour faire disparaître en partie ces inconvénients, j'ai d'abord inséré la branche horizontale d'un tube recourbé dans le barrage lui-même, de façon que son orifice d'entrée correspondait à l'angle mort d'amont, où les eaux sont seulement remuées par le tourbillon mentionné précédemment. La colonne liquide s'étant élevée dans la branche verticale de ce tube, un peu plus haut que la surface liquide dans le bief alimentaire, il en résultait évidemment qu'un tube droit TT′ (*fig.* 12), plongé en amont du barrage, et ouvert aux deux extrémités, devait fournir les mêmes indications. Dès lors, la question d'usage était débarrassée de tous les obstacles matériels inhérents au procédé de M. Bidone, puisqu'il suffisait d'appliquer verticalement contre la paroi d'amont du déversoir le tube TT′, et qu'on pouvait même le laisser s'appuyer contre le fond du canal, pourvu qu'il y eût à sa partie inférieure une échancrure quelconque par où l'eau pût s'introduire : en outre, la colonne d'eau se trouvant appliquée contre la crête du déversoir, on pouvait immédiatement en mesurer la hauteur au-dessus de cette crête, et l'on était dispensé de toute installation.

Cette nouvelle propriété pouvant fournir un moyen aussi simple que facile de mesurer les charges des déversoirs, si toutefois la colonne du tube indiquait ces charges, soit directement, soit par une relation simple, et sa connaissance devant, dans tous les cas, augmenter les notions importantes de l'hydraulique physique, j'en ai fait une étude attentive qui m'a conduit aux résultats suivants :

1°. Dans tous les points de la largeur du barrage, la colonne liquide s'élève à la même hauteur moyenne (*), excepté lorsque le tube n'est plus qu'à quelques millimètres de la paroi verticale du canal ; il s'y produit alors une dépression.

2°. Si l'on fait mouvoir le tube droit de bas en haut, on n'observe point de variation dans la hauteur de la colonne qu'il contient ; mais lorsque son

(*) Il se produit dans les tubes des oscillations dont la hauteur relative est généralement très-faible, et il a été facile d'observer la position moyenne du sommet de la colonne liquide. Nous donnons plus loin, sur ces oscillations, les renseignements désirables.

extrémité inférieure n'est plus qu'à quelques centimètres de la crête S du barrage, les oscillations de cette colonne deviennent considérables, et leur amplitude augmente à mesure que le tube s'élève; enfin, à l'instant où son extrémité inférieure dépasse la crête du barrage, il s'y produit une forte dépression.

3°. Un tube droit, fermé à la lampe à son extrémité inférieure, percé latéralement d'un très-petit trou et plongé contre la face d'amont du barrage, fournit les mêmes indications que le précédent, *de quelque côté que l'on tourne le petit orifice,* mais les oscillations sont plus lentes.

4°. Un tube recourbé *abc* (*fig.* 15), appliqué contre le plan d'amont du barrage, donne également une colonne de même hauteur, déduction faite, s'il y a lieu, de l'influence différente de la capillarité.

5°. La colonne liquide soulevée dans le tube droit précité s'élève sensiblement (*) à la même hauteur absolue, à quelque distance du déversoir que l'on plonge ce tube, dans la région comprise entre la face d'amont du barrage et l'origine de la nappe. En ce dernier point, il se manifeste dans la même colonne une légère dépression provenant du mouvement des filets fluides en dessous de la base horizontale du tube.

6°. Quelle est maintenant la hauteur que les tubes indiquent? Faut-il conclure des paroles de M. Bidone que c'est, en général, celle du point où la surface des eaux d'amont est horizontale, et donneraient-ils la chute totale de la surface jusqu'au barrage? Dans le cas contraire, quelle est la différence entre cette chute et celle indiquée par le tube?

Comparaison des hauteurs indiquées par les tubes avec celles de la surface horizontale dans le réservoir d'amont. — Pour m'éclairer à cet égard, j'ai placé sur le fond du canal un tuyau en bois à section carrée de $0^m,040$ de côté intérieur, ayant une longueur de 42 mètres, aboutissant d'une part à la portion du grand réservoir d'amont où l'eau était sans mouvement appréciable, d'une autre part à un barrage vertical de $0^m,228$ de hauteur, qui en fermait l'extrémité. En ce point, j'ai fait pénétrer dans ce long tuyau un tube droit vertical, où l'eau se relevait nécessairement à la hauteur du niveau dans le réser-

(*) On conçoit que les oscillations de la colonne hydrostatique, quelque peu étendues qu'elles fussent, ne permettaient pas d'apprécier rigoureusement une variation de hauteur de quelques dixiemes de millimètre.

voir : un autre tube droit, mais libre, et de même diamètre, était placé contre le premier. En retranchant des hauteurs de la colonne liquide dans ces tubes celle du ménisque capillaire, j'ai obtenu les résultats suivants :

TABLEAU N° II.

HAUTEUR AU-DESSUS DU SOMMET DU BARRAGE		DIFFÉRENCES.
du niveau dans le réservoir supérieur.	de la colonne dans le tube libre.	
m	m	m
0,1220	0,1205	0,0015
0,1340	0,1300	0,0040
0,1690	0,1610	0,0080
0,2390	0,2215	0,0175

Les différences inscrites dans ce tableau croissent avec la vitesse dans le canal ; elles expriment la chute totale de la surface depuis le réservoir jusqu'au point où la hauteur de cette surface est celle indiquée par le tube libre ; mais quel est définitivement ce point? comment doit-on le caractériser? C'est dans l'étude circonstanciée et rigoureuse du profil et des transformations successives de la surface liquide, que j'ai cherché la solution de cette question fondamentale.

6. *Étude du profil et des dépressions de la surface liquide en amont du barrage.* — A cet effet, j'ai fait construire un appareil composé, 1° d'une auge ou rigole en chêne qu'on établissait horizontalement et parallèlement à l'axe longitudinal du canal, sur quatre traverses en chêne de fort équarrissage ; le fond *abcd* (*fig.* 16) de cette auge était rempli de mercure ; 2° d'une ferrure *efghi*, posée sur les bords de la rigole par l'intermédiaire de trois vis calantes *vv'v''* ; la portion supérieure *fg* de cette ferrure porte, vers son centre, une pointe *k* ; la branche verticale *ef* est graduée et disposée en coulisse pour laisser glisser verticalement et maintenir à une hauteur variable, au moyen d'une vis de pression *l*, un curseur muni d'un écrou *m*, dans lequel tourne une vis micrométrique V*s*, armée inférieurement d'une longue pointe *s*, et dont le pas est de $0^{m},001$; la branche postérieure *gh* de la même ferrure se retourne horizontalement pour porter un contre-poids *p*. La pointe *k* afileu-

rait constamment la surface du mercure, et la branche ef était en même temps disposée verticalement au moyen des vis calantes $vv'v''$ par l'observateur, guidé dans cette opération soit par un fil-à-plomb, soit par un niveau à bulle d'air posé sur fg dans deux sens à peu près perpendiculaires entre eux; enfin la pointe s de la vis micrométrique était amenée, pour chaque station de cet équipage mobile, au contact de la surface de la nappe, contact facile à établir à cause des rides qu'il détermine. J'ai pu ainsi obtenir, à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre, les différences de niveau d'un nombre suffisant de points de la surface liquide sur une longueur d'environ $2^m,80$ à partir du seuil du déversoir. D'après les cotes résultant de ce nivellement, j'ai construit graphiquement les profils des nappes, en prenant les abscisses horizontales, ou distances au seuil, à l'échelle de $\frac{1}{4}$, et les ordonnées à celle de cinq fois leur véritable grandeur; de sorte que les courbes tracées représentaient les différentes inflexions des nappes avec un grossissement de vingt fois. Avant de rapporter les résultats de cette étude, nous inscrivons dans le tableau suivant ceux du nivellement: toutes les dimensions y sont exprimées en millimètres, et les charges indiquées sont celles qui étaient fournies par un tube droit, plongé contre la face d'amont du barrage.

La première colonne de ce tableau indique les numéros des profils dont les cotes sont rangées horizontalement à la suite sur deux lignes, la première contenant la distance de chaque point au seuil du déversoir, et la seconde les hauteurs respectives de ces points au-dessus du même seuil. Les charges correspondantes à chaque profil, et données par le tube, sont dans la dernière colonne marquée (T). Nous observerons enfin que le profil n° 5 a été obtenu, non pas avec l'appareil à mercure, mais avec une coulisse en bois terminée par une pointe, et glissant le long d'une grande règle en sapin; aussi ce profil est-il moins exact que les précédents, et nous avons été obligé de le rectifier par la construction graphique. La hauteur du barrage était $0^m,328$.

TABLEAU N° III.

Coordonnées horizontales et verticales du profil longitudinal de diverses nappes liquides.

1	0	113	213	313	413	513	813	1313	»	»	2313	»	128	Nappe libre.
	105	120	123,8	125,7	126,6	126,9	127,3	127,7	»	»	127,9	»		
2	0	100	200	300	400	500	600	800 1000	1300	1600	2100	2830	195,2	Nappe libre.
	162,8	178,4	184,5	187	188,4	189,1	189,6	190,2 190,6	190,9	191,1	191,9	192,7		
3	0	113	213	313	413	613	813	1313	1813	»	»	2813	168,7	Nappe noyée en dessous.
	136	154,3	160	163,3	164,1	166,1	166,3	166,5	166,7	»	»	166,3		
4	0	20	70	220	420	620	820	1320	1920	»	»	2800	235,2	Nappe noyée en dessous.
	194	199,2	208,2	221,1	227,6	230,2	230,6	231,1	231,4	»	»	231,2		
5	0	100	200	300	400	500	700	900	1100	1335	1823	»	266	Nappe noyée en dessous.
	222	239,7	249,2	255	258,4	259,8	261,1	262	262,5	262,8	263,3	»	(T)	

En construisant, comme nous l'avons indiqué plus haut, ces profils, et particulièrement ceux qui se rapportent aux nappes libres, on reconnaîtra l'existence des trois parties principales précédemment signalées, savoir : à partir du barrage, 1° une courbure convexe très-prononcée ; 2° une portion sensiblement rectiligne ; 3° le commencement du remous de Dubuat. L'origine d'amont de la deuxième portion est évidemment celle de la nappe du déversoir, car il s'opère en cet endroit un changement de pente remarquable, constaté dans le tableau suivant :

Tableau N° IV.

NUMÉROS des profils.	CHARGE sur le seuil du déversoir.	PENTE DE LA PARTIE sensiblement rectiligne.	PENTE DANS LE REMOUS immédiatement en amont de l'origine de la nappe.
1	128	$\frac{1}{1750}$	$+\frac{1}{5000}$
2	195,2	$\frac{1}{625}$	$+\frac{1}{917}$
3	168,7	$\frac{1}{3500}$	$-\frac{1}{2500}$ (*)
4	235,2	$\frac{1}{1375}$	$-\frac{1}{4500}$ (*)
5	266	$\frac{1}{1000}$	»

(*) Ces deux résultats proviennent sans doute de ce que le profil du remous tournait sa convexité vers le fond du canal dans le cas des nappes non libres.

On se rappellera que notre canal était incliné à $\frac{1}{1000}$. M. Bidone, opérant dans un canal horizontal, a relevé, en les traçant sur les parois, les profils de six nappes liquides ; deux de ces profils, correspondant à des charges de $0^m,0744$ et $0^m,0947$, se prolongent un peu au delà du point que nous regardons comme l'origine des nappes : il en résulterait qu'en cet endroit la surface liquide était sensiblement horizontale, tandis qu'elle prenait, immédiatement en aval, une pente égale, respectivement à $\frac{1}{72}$ et $\frac{1}{60}$.

Remarquons maintenant que, dans nos observations, la surface du remous était en contre-pente par rapport au fond du canal ; le profil n° 2 présente seul une exception, qui peut provenir soit d'une très-légère erreur dans la cote du nivellement du dernier point, soit de ce que la pente du fond du canal se trouvait un peu modifiée par le gonflement des bois, ou un glissement accidentel des coins qui le supportent en cet endroit. On sait d'ailleurs

que Dubuat, dans un canal incliné à $\frac{1}{454}$, et pour une charge de $0^m,086$ sur le seuil du déversoir, a trouvé que la surface liquide s'élevait, par rapport au fond, jusqu'à une distance de $1^m,624$ du barrage. Nous devons donc admettre que, dans les canaux inclinés, les filets supérieurs vont en divergeant, par rapport aux filets inférieurs, jusqu'à l'origine de la nappe.

7. *Section initiale de la veine liquide.* — Cela posé, considérant, dans la région comprise entre la section qui passe par cette origine et le barrage, les mouvements des molécules qui viennent du fond du canal, je rappellerai que ces particules, à une assez grande distance du déversoir, commencent à s'élever vers la région supérieure, mais très-lentement, en décrivant une courbe en quelque sorte asymptotique au fond du canal, puis, qu'arrivées à proximité du barrage, leur mouvement s'accélère rapidement, la courbure de leur trajectoire augmente, à peu près comme celle d'une hyperbole dans le voisinage de son sommet, et que bientôt enfin elles se précipitent vers le seuil du déversoir. La nature de la première partie de cette trajectoire, et la nécessité de l'observer en regardant obliquement de haut en bas, rendent bien difficile, pour ne pas dire impossible, la détermination exacte du point où commence le mouvement ascensionnel des particules liquides; aussi n'oserais-je pas affirmer que ce point correspond verticalement à l'origine de la nappe du déversoir, quoique cette circonstance m'ait paru avoir lieu. D'un autre côté, en comparant la courbe dont il s'agit dans la partie où elle peut être facilement observée, au profil supérieur de la nappe, on remarque, entre ces deux courbes, jusqu'à une certaine distance du barrage, une analogie telle, qu'il semble que la trajectoire inférieure reproduise la supérieure renversée, et la même analogie a lieu, d'une manière plus frappante encore, entre les accélérations de vitesse sur ces deux courbes. De ces observations il résulte, non pas la certitude, mais une très-grande probabilité, que ces phénomènes ont leur origine dans la même section du canal; c'est pourquoi nous nommerons *section initiale* de la veine liquide, celle où commence la dépression de la surface supérieure du courant, et nous croyons pouvoir admettre qu'à partir de cette section, les routes suivies par les particules fluides commencent à converger entre elles, après avoir été parallèles ou divergentes, c'est-à-dire la

regarder comme *le lieu du parallélisme momentané des filets* (*) *liquides*. Voici maintenant les autres éléments du profil des nappes, résultant de l'opération précitée :

TABLEAU N° V.

NUMÉROS des profils du tableau n° III.	HAUTEUR de l'origine de la nappe au-dessus du seuil du déversoir	CHARGE sur le seuil du déversoir indiquée par le tube	DIFFÉRENCE entre ces hauteurs.	DISTANCE horizontale de la section initiale au seuil du déversoir
				m
1	127,7	128	0,3	1,313
2	166,7	168,7	2,0	1,813
3	191,9	195,2	3,3	2,100
4	231,4	235,2	3,8	1,920

On voit que le sommet de la colonne liquide s'élève, dans le tube, un peu au-dessus de celui de la section initiale de la veine ; ce résultat, qui ne pourrait avoir lieu s'il s'agissait d'un orifice alimenté immédiatement par un grand réservoir à surface libre et horizontale, peut être attribué ici à la quantité de mouvement déjà acquise par les particules liquides lorsqu'elles atteignent la section initiale des nappes. Dans ces expériences, en effet, la hauteur du barrage était de $0^m,328$ seulement, et si l'on calcule la dépense de l'orifice au moyen de la formule qui sera donnée plus loin, on verra que la hauteur due à la vitesse moyenne dans la section précitée était plus grande que l'excès de hauteur qui nous occupe, mais d'une faible quantité croissante avec la même vitesse pour un état déterminé de la nappe. Cette différence constitue une véritable perte de chute due à la résistance des parois du canal, ou à ce que l'on est convenu d'appeler, mais improprement, le *frottement* du liquide ; aussi, quoique l'excès absolu de la charge fournie par les tubes sur la hauteur du sommet de la nappe au-dessus du seuil du déversoir, augmente avec cette charge, l'accroissement se ralentit à mesure qu'elle devient plus grande.

(*) En employant cette expression si usitée de *filets*, nous ne lui attribuons d'autre signification que celle de la direction du mouvement de translation des particules fluides parties d'un même point. Nous pensons même qu'il est difficile de concevoir une masse fluide en mouvement, comme composée de particules rangées ainsi par files et soumises à des forces intérieures, sans que l'inégalité des vitesses de translation de deux files voisines, détruisant l'équilibre de ces forces, n'engendre des mouvements oscillatoires continuels de part et d'autre de la route moyenne que l'on appelle *filet*.

Quant à la distance de la section initiale au plan du déversoir, les résultats précédents montrent que, pour un même état de la nappe et une même hauteur de barrage, elle augmente avec la charge; en outre, à égalité de valeur de celle-ci, elle est plus grande pour les nappes libres que pour celles du second genre, ou noyées en dessous.

Observation générale. — Avant d'aller plus loin, nous ferons remarquer que les résultats précédemment énoncés de nos observations relatives aux tubes ne permettent pas de douter qu'ils soient dus aux pressions intérieures du milieu fluide qui ont lieu dans la région comprise entre le barrage et la section initiale de la veine : les mouvements qui peuvent se produire contre l'entrée des tubes ne sauraient être regardés que comme une influence perturbatrice susceptible de produire des oscillations dans la colonne liquide, ou même seulement de modifier la périodicité de ces oscillations.

8. *Comparaison du nouveau mode de mesure des charges avec l'ancien.* — Le procédé employé jusqu'ici par les ingénieurs pour mesurer la charge d'un déversoir, consiste à placer à une certaine distance arbitraire, en amont du barrage, un flotteur ou une règle verticale repérés par rapport au sommet de celui-ci, c'est-à-dire par rapport au seuil de l'orifice : le repèrement se fait d'ailleurs presque toujours en amenant lentement l'eau d'amont jusqu'à la hauteur de ce seuil. Or il faut remarquer d'abord que cette opération est fort imparfaite, car, en admettant même que la surface liquide horizontale soit tranquille, la capillarité ou la résistance que l'arête supérieure du déversoir oppose à l'écoulement, peuvent introduire des erreurs de quelques millimètres, soit en moins, soit en plus. En second lieu, en aval de la section initiale définie précédemment (**7**), la surface liquide offre une pente assez rapide, et en amont de la même section, le remous est tantôt concave, tantôt convexe; de sorte que, si l'on ne place pas le repère précisément à l'endroit de cette section, on s'expose à une erreur qui dépend de la distance de ce repère au barrage, de la hauteur de celui-ci, de la charge du déversoir et de la pente du canal. D'un autre côté, la position relative de la section initiale variant avec toutes ces circonstances, et, en outre, avec la nature de la nappe, il faudrait avoir une Table étendue propre à la fournir, d'après de nombreuses expériences de précision analogues à celles que nous venons de rapporter (6).

Dans l'état actuel des choses, pour comparer les charges observées par la méthode dont il s'agit avec celles que fournit le tube, nous ne pouvions que mesurer directement les premières à une distance constante du barrage, distance analogue à celle que nous avions vu adopter par plusieurs ingénieurs, et assez grande cependant pour que, dans les limites ordinaires des charges de la pratique, on eût quelque certitude de ne pas tomber dans la dépression progressive qui se forme en aval de la section initiale. La valeur que nous avons adoptée pour cette distance est celle de $2^m,80$, qui s'accordait d'ailleurs avec les circonstances locales. Cette mesure directe a été effectuée en établissant au-dessus du canal d'expériences une traverse fixe portant une coulisse dans laquelle glissait une règle armée inférieurement d'une pointe dont l'extrémité, repérée par rapport au sommet du barrage à l'aide d'un nivellement, était amenée, dans chaque expérience, au contact de la surface liquide.

Ces opérations ont été effectuées en 1852, d'abord pour le barrage vertical de $0^m,609$ de hauteur, établi dans le canal d'expériences de $0^m,300$ de largeur; j'ai alors obtenu les résultats suivants :

Tableau N° VI.

CHARGES DU DÉVERSOIR		DIFFÉRENCES	
mesurées par nivellement, à $2^m,80$ en amont du barrage.	indiquées par le tube placé contre la face d'amont du barrage.	absolues en millimètres.	proportionnelles.
m	m		
0,249	0,249	0	0
0,271	0,271	0	»
0,271	0,272	1,0	»
	Moyenne.....	0,5	$\frac{1}{544}$
0,322	0,323	1,0	$\frac{1}{322}$
0,373,5	0,375	1,5	[illegible]
0,392	0,394	2	$\frac{1}{197}$
0,450	0,454	4	$\frac{1}{113}$
0,489	0,495	6	$\frac{1}{82}$

On voit que, tandis qu'avec un barrage de $0^m,328$ de hauteur, on trouverait, d'après nos observations précédentes, une différence de 3 à 4 millimètres pour une charge de $0^m,235$, ici la différence serait nulle, puisqu'elle

ne commence à être appréciable, avec le procédé employé, que pour les charges d'environ 0m,270. Ayant effectué les mêmes opérations avec un barrage de 0m,811 d'élévation en dessus du fond du même canal, l'excès de la charge indiquée par le tube sur celle que fournissait le nivellement, ne s'est plus produit, et a même été remplacé par une différence en sens inverse; pour les charges comprises entre 0m,160 et 0m,450 sur lesquelles nous avons opéré, cette différence était sensiblement constante et égale à 1mm,6. Il résultait donc de ces observations que l'excès dont il s'agit diminue à mesure que la hauteur du barrage augmente, ce qui m'imposait l'obligation d'en rechercher la valeur pour une hauteur inférieure à 0m,328. Je l'ai fait pour un barrage de 0m,206 de hauteur, qui est la plus petite de celles que j'ai successivement employées; mais au lieu d'opérer dans le dernier canal, ce qui eût été trop incommode, j'ai placé ce barrage dans l'ancien canal d'expériences de 0m,900 de largeur. Le nivellement par une règle repérée a donné, toujours à 2m,80 en amont du barrage, les résultats suivants.

TABLEAU N° VII.

CHARGES DU DÉVERSOIR		DIFFÉRENCES	
obtenues par nivellement, à 2m,80 en amont du barrage.	indiquées par le tube.	absolues en millimètres.	proportionnelles.
m 0,044	m 0,0452	1,2	$\frac{1}{38}$
0,055	0,0570	2,0	$\frac{1}{28}$
0,090	0,0925	2,5	$\frac{1}{37}$
0,110	0,113	3	$\frac{1}{38}$
0,171	0,175	4	$\frac{1}{44}$
0,2293	0,235	5,7	$\frac{1}{41}$
0,2482	0,255	6,8	$\frac{1}{37}$
0,2656	0,273	7,4	$\frac{1}{37}$
0,2793	0,288	8,7	$\frac{1}{33}$
0,2913	0,300	8,7	$\frac{1}{34}$

Les différences sont ici plus grandes que pour le barrage de 0m,328 de hauteur (tableau V), comme on devait le prévoir. On voit aussi qu'à l'exception de la seconde, qui présente une anomalie, les différences proportionnelles varient peu; leur moyenne est $\frac{1}{38}$, et, si l'on considère combien il est

difficile d'opérer exactement le nivellement d'une surface liquide à l'air libre, on reconnaîtra que cette moyenne peut être adoptée en pratique pour les barrages de $0^{m},20$ environ de hauteur. Nous devons ajouter que ces barrages très-bas, se rencontreront très-rarement, et que, par conséquent, les cas usuels sont ceux pour lesquels les différences dont il s'agit sont nulles ou négligeables. Ainsi, au point de vue pratique, la mesure des charges par les tubes conduira généralement aux mêmes résultats que l'emploi de l'ancienne méthode effectué avec soin dans des circonstances favorables : en outre, pour le petit nombre de cas d'application où ces résultats différeraient notablement, il sera facile de passer de l'un à l'autre. C'est pourquoi, dans les divers calculs numériques que renferme ce Mémoire, on a partout adopté les charges indiquées par le tube ; nous y avons été d'autant plus engagé, qu'au point de vue rationnel ces dernières sont préférables, puisqu'elles représentent les pressions qui ont lieu dans la région où se forme la veine liquide du déversoir, par suite des phénomènes de vitesse acquise, de résistance des parois et d'actions moléculaires qui s'accomplissent dans cette région.

Le mode d'observation des charges que nous proposons présente, en outre, dans l'usage, l'avantage très-grand de la simplicité et d'une commode application. Toutes les personnes qui ont pu avoir l'occasion d'exécuter un nivellement de surface liquide, de quelque manière que ce fût, et qui ont cherché à faire cette opération avec quelque exactitude, comprendront, sans qu'il soit nécessaire d'insister davantage, combien il est plus facile de plonger un tube ou même un fragment de tube droit contre le plan d'amont du barrage, et de reporter ainsi immédiatement au-dessus du seuil de l'orifice la hauteur d'eau qu'il eût fallu chercher à une distance indéterminée en amont, à l'aide d'une installation plus ou moins compliquée que les localités rendent quelquefois impossible.

On peut, il est vrai, objecter les oscillations qui se produisent dans la hauteur de la colonne liquide du tube : aussi ont-elles été, de notre part, l'objet d'observations attentives dont nous allons exposer les résultats.

9. *Observations relatives aux oscillations de la colonne du tube, et à la périodicité de certains écoulements.* — En écartant l'action perturbatrice

des agitations de l'atmosphère qui est accidentelle, quoique très-fréquente, ces oscillations nous paraissent devoir être attribuées à trois causes diverses, savoir : les fluctuations de la surface du courant en amont, les déviations des filets liquides autour de la base de la colonne du tube et la périodicité de l'écoulement. Avant d'examiner la question pratique, nous présenterons, à l'égard de chacune de ces causes, quelques considérations générales.

1°. Lorsque l'on fait produire à un canal quelconque une dépense d'eau plus grande que celle qui correspondrait à sa pente et à ses dimensions dans le régime uniforme, il se produit à la surface liquide des fluctuations ou ondulations plus ou moins sensibles. Ce fait résulte, pour nous, de l'ensemble d'un grand nombre d'observations. Un des signes extérieurs de l'uniformité du mouvement des eaux courantes dans les canaux, est le calme des surfaces ; et toutes les fois qu'il n'a pas lieu, on peut affirmer que quelque cause générale ou locale trouble cette uniformité. Mais la proposition réciproque n'est pas toujours vraie ; car, lorsque cette cause rend le mouvement effectif beaucoup plus lent que celui qui correspondrait au régime uniforme, les surfaces liquides peuvent être calmes et polies. C'est ce qui arrive en amont des déversoirs pour les petites charges.

2°. Lorsqu'un tube ouvert est plongé dans un courant, il se produit autour de sa partie inférieure des phénomènes de déviation et de communication latérale du mouvement, de sorte que les particules fluides qui composent la base de la colonne en sortent et y rentrent alternativement par un mouvement de remous. Mais, dans celles de nos expériences où la hauteur du barrage était considérable et la charge très-faible, la vitesse à la surface du canal étant peu sensible, celle qui avait lieu contre la base de la colonne du tube était presque nulle, et il s'y produisait cependant encore des oscillations, même quand cette base ne présentait qu'une très-petite ouverture (de 0^{m},001 de diamètre) ; comme, en outre, il n'y avait point de fluctuations à la surface dans le canal, il nous paraît raisonnable d'attribuer ces oscillations à une sorte de périodicité dans l'écoulement.

3°. La question de l'écoulement périodique a été soulevée, pour la première fois, par F. Savart, à l'occasion de ses belles expériences sur la constitution des veines lancées par un orifice circulaire. Les renflements annulaires qu'il a observés le long de la première partie du jet liquide jusqu'à une faible

distance de l'orifice, et le son qui résulte du choc de ces renflements contre une membrane tendue, ont conduit ce physicien à admettre la périodicité des vitesses, d'autant plus que les renflements se manifestent également dans le vide et lorsque la paroi de l'orifice est soutenue par un corps très-solide; ce qui ne permet pas de les attribuer soit à la résistance de l'air, soit aux vibrations excitées par le frottement du courant contre les bords de l'orifice.

Nous ajouterons que nous avons souvent observé, dans la hauteur du sommet des jets d'eau, des variations sensibles paraissant assujetties à une loi de périodicité. De plus, en nous plaçant assez loin d'une grande digue pour éviter le trouble produit dans la perception des sons par le fracas de la chute, nous avons souvent observé dans leur intensité une série d'accroissements et d'affaiblissements successifs très-distincts. Cette observation a été répétée à différentes époques de l'année, et lorsque l'atmosphère était assez calme pour ne pas agiter les feuilles ou les plus petites branches des arbres; mais elle ne saurait être prise pour base, non plus que celle qui concerne les jets d'eau, avant d'avoir été reproduite dans des expériences spéciales où l'on aurait employé toutes les précautions nécessaires pour établir une alimentation parfaitement uniforme des orifices, et nous ne les citons ici, après les avoir déjà rapportées dans le *Journal de l'École Polytechnique* (XXXIIIe cahier), que pour appeler de nouveau l'attention sur un sujet dont l'importance est facile à reconnaître.

Au point de vue de la pratique du jaugeage par les déversoirs, les oscillations qui se produisent dans la colonne des tubes employés pour la mesure des charges peuvent être facilement réduites à n'avoir qu'une importance nulle dans la plupart des cas, et font ressortir, dans les autres, l'utilité de ce mode d'observation. En effet, si l'on a la précaution de fermer l'entrée inférieure du tube avec un bouchon ou de toute autre manière, pour n'y laisser qu'une très-petite ouverture, comme nous avons fait dans nos expériences de l'année 1852, l'amplitude des oscillations est assez réduite pour que la hauteur moyenne de la colonne liquide, c'est-à-dire la charge du déversoir, ne diffère des valeurs extrêmes de cette hauteur que de $\frac{1}{200}$ à $\frac{1}{250}$ lorsque l'atmosphère est calme: en outre, cette différence n'est encore que de $\frac{1}{80}$ environ sous l'influence d'un vent assez fort pour que l'ancien procédé par nivel-

lement devienne à peu près impossible avec quelque chance d'exactitude. Il faut d'ailleurs remarquer que la fermeture partielle de l'entrée du tube, qui vient d'être indiquée, rend les oscillations très-lentes, et que, par conséquent, il convient d'observer plus longuement celles-ci. Il y a cependant un cas où les oscillations dont il s'agit restent plus considérables; c'est celui d'un certain état particulier des nappes liquides, qui établit la transition entre les nappes libres et les nappes noyées en dessous : dans cet état, l'air extérieur rentre périodiquement par à-coups sous la nappe, puis en est lentement expulsé, d'où il résulte que la charge du déversoir varie sans cesse. Il n'est pas nécessaire d'ajouter que des circonstances aussi anormales doivent être évitées avec soin.

10. *Comparaison des charges des déversoirs avec les épaisseurs des nappes mesurées dans le plan vertical qui passe par le sommet du barrage.* — Les nappes liquides des déversoirs alimentés par un canal de même largeur dans lequel il ne se produit, à une distance suffisante de l'orifice, aucune contraction ni variation brusque de section, présentent seules ce caractère, que le profil transversal en est rectiligne, ainsi que celui du courant d'amont, en exceptant toutefois la petite courbe formée aux extrémités de ces profils par le ménisque capillaire dû à l'attraction des parois du canal. Dubuat et Bidone, les seuls expérimentateurs qui aient opéré avant nous dans de semblables conditions, n'ont pas signalé ce fait, mais ils l'avaient très-probablement observé; il se restreint d'ailleurs à la partie des nappes qui est située du côté d'amont, car, en aval du barrage, ces nappes montent contre les parois du canal et se courbent dans leur largeur comme si celui-ci était trop étroit pour les contenir.

Dans tous les autres cas, lors même que la contraction n'a point lieu immédiatement sur les côtés de l'orifice, le profil dont il s'agit présente une courbure plus ou moins prononcée; aussi devient-il nécessaire de considérer, comme l'ont fait MM. Poncelet et Lesbros, l'*épaisseur moyenne* de la nappe dans le plan du déversoir.

M. Lesbros a déduit d'un grand nombre de résultats d'expériences des formules d'interpolation correspondantes à chacun des cas qu'il a considérés et fournissant des relations entre cette épaisseur moyenne et la charge des

déversoirs rectangulaires verticaux à arêtes vives. Le but de ces formules est de donner un moyen d'obtenir les charges sans passer par l'opération du nivellement longitudinal de la nappe, c'est-à-dire en opérant dans le plan même du déversoir; mais elles sont compliquées, et la détermination préalable de l'épaisseur moyenne suppose le relèvement du profil transversal de la nappe.

Dans le cas du jaugeage des cours d'eau, c'est-à-dire des barrages déversoirs, qui nous a exclusivement occupé, l'observation des charges par le moyen d'un tube de verre est plus facile et plus expéditive que celle de l'épaisseur de la nappe, quoiqu'alors il suffise de mesurer celle-ci en un point quelconque de la largeur du déversoir, en supposant, bien entendu, que le sommet du barrage présente une ligne droite horizontale. Aussi, les mesures d'épaisseur qui vont être rapportées n'auraient à nos yeux qu'une faible importance pratique, si nous n'avions été conduit, par des considérations exposées plus loin, à regarder la chute à la surface des nappes, jusqu'au plan vertical qui passe par le sommet du barrage, comme un des éléments essentiels de la dépense des déversoirs.

Nous avons donc mesuré, en même temps que les charges (H), les épaisseurs (e) des nappes. Ces mesures ont été effectuées pour les différents dispositifs de déversoirs ou de digues usités dans la pratique; mais nous ne considérerons d'abord que le cas des barrages types verticaux, définis précédemment (1). Afin de faciliter la comparaison des résultats obtenus et leur application, nous avons construit des courbes ayant pour coordonnées rectangulaires les charges et les valeurs de la différence $H - e$. Ces courbes, étant tracées à une échelle suffisante, nous ont permis de construire des Tables de cette différence. Considérant en outre que, dans quelques cas, les ingénieurs pourraient désirer d'être dispensés de l'emploi du tube indicateur des charges, c'est-à-dire conclure celles-ci de l'épaisseur des nappes, nous avons effectué des opérations analogues pour le rapport $\frac{H}{e}$ dont les valeurs ont été ordonnées par rapport à e. Les tableaux suivants, où toutes les dimensions sont exprimées en millimètres, correspondent respectivement aux deux cas des nappes libres et des nappes noyées en dessous. Quant à celui des nappes adhérentes, comme on peut transformer celles-ci en nappes

libres par l'immersion momentanée d'un corps quelconque derrière le barrage, il n'y avait pas lieu de s'en occuper spécialement, au point de vue pratique.

11. *Limites des nappes libres.* — Lorsque le barrage est établi en travers d'un canal qui se prolonge en aval, comme il arrive toujours dans le jaugeage des cours d'eau, et que l'on ne force pas l'air extérieur à rentrer sous la nappe en immergeant d'une manière permanente un corps solide dans cette nappe, le remous d'aval formé au pied du barrage (4) commence à noyer celle-ci en dessous, à partir de charges croissantes avec la hauteur du barrage, suivant la progression ci-dessous :

TABLEAU N° VIII.

HAUTEUR du barrage.	CHARGE à partir de laquelle les nappes cessent d'être libres.
200	70
250	95
300	115
350	135
400	155
450	180
500	200
600	280

Je n'ai point expérimenté sur un barrage de 0^m,700 de hauteur ; mais, à partir de celle de 0^m,800, toutes les nappes que j'ai obtenues étaient détachées du barrage.

Lorsque la nappe, au sortir du déversoir, tombe et se dilate librement dans l'atmosphère, les nappes noyées en dessous ne se présentent point : mais cette circonstance ne correspond à aucun cas de la pratique, à moins que le déversoir ne soit notablement plus étroit que le canal de fuite. J'ai fait cependant en 1847 une série d'observations qui s'y rapportent, en plaçant un barrage de 0^m,252 de hauteur à l'extrémité d'aval du canal d'ex-

périences (*). Dans cette série, les charges ont été portées jusqu'à $0^m,350$. et je l'ai comprise dans le tableau n° IX.

Les premières colonnes du tableau n° XI, relatif aux nappes du premier genre, renferment, au delà des charges à partir desquelles ces nappes cessent d'être naturellement libres, quelques valeurs de $H - e$; cela tient à ce que les charges ont été obtenues dans les expériences de l'année 1847 où l'on laissait le tube indicateur immergé en permanence derrière le barrage, ce qui force pendant quelque temps encore l'air extérieur à rentrer sous la nappe par les plis liquides et les mouvements moléculaires provoqués en aval de ce tube. Nous devons en outre remarquer, avant de donner ces Tables, que les différences $H - e$ n'expriment point, dans tous les cas, les valeurs rigoureuses de la chute superficielle, telle qu'on l'obtiendrait à l'aide d'un nivellement très-exact, mais ces chutes modifiées, lorsqu'il y a lieu, par l'ensemble des phénomènes qui influent sur la pression intérieure du liquide ou la valeur de H indiquée par les tubes. Il résulte d'ailleurs des observations précédemment rapportées, que les modifications dont il s'agit n'ont d'importance pratique que dans le cas très-rare des barrages dont la hauteur est inférieure à $0^m,30$; et ces observations fournissent les données nécessaires pour en tenir compte.

Les valeurs de H et de e, fournies par l'observation directe dans les expériences de l'année 1852, sont insérées plus loin dans les tableaux des résultats de ces expériences, pendant le cours desquelles la hauteur du barrage a varié de $0^m,206$ à $1^m,109$. Quant à celles qui ont été obtenues en 1847, le carnet où on les inscrivait ayant été perdu, nous ne pouvons que donner, dans les tableaux n°s IX et X, les résultats de la construction, faite à cette époque, de courbes ayant pour coordonnées H et $\frac{H}{e}$, résultats qui ont été déjà rapportés dans le XXXIIIe cahier du *Journal de l'École Polytechnique*.

(*) J'avais préalablement fait établir, dans le milieu de celui-ci, un autre canal de $0^m,700$ de largeur et long de 7 mètres; ainsi la largeur du déversoir était, pour cette série seulement, de $0^m,70$. Cette disposition était nécessaire pour que la vanne ordinaire d'alimentation pût fournir la dépense relative aux grandes charges.

TABLEAU N° IX.

CHARGES du déversoir H.	VALEURS du rapport $\frac{H}{e}$ pour les nappes libres et des barrages dont les hauteurs sont :			
	252.	325.	420.	518.
30	1,339	»	»	1,285
40	1,288	»	1,320	1,250
50	1,260	»	1,285	1,228
60	1,234	1,243	1,249	1,214
70	1,223	1,238	1,231	1,205
80	1,216	1,232	1,223	1,200
90	1,212	1,228	1,218	1,199
100	1,210	1,225	1,217	1,199
120	1,206	1,221	1,212	1,197
140	1,202	1,216	1,206	»
160	1,199	»	1,201	»
180	1,196	»	1,195	»
200	1,192	»	1,191	»
250	1,186	»	»	»
300	1,184	»	»	»
350	1,182	»	»	»

TABLEAU N° X.

CHARGES du déversoir H.	VALEURS du rapport $\frac{H}{e}$ pour les nappes noyées en dessous et des barrages dont les hauteurs sont :		
	325.	335.	420.
130	»	1,283	»
140	»	1,275	1,291
150	1,256	1,266	1,281
160	1,250	1,258	1,271
180	1,236	1,245	1,254
200	1,225	1,232	1,241
220	1,216	1,223	»
240	1,208	1,216	»
260	1,202	1,208	»
280	1,198	1,203	»
300	»	1,198	»

TABLEAU N° XI. — *Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal, et présentant au sommet un biseau avec arête vive.*

1°. Cas des nappes libres ou détachées du barrage en aval.

CHARGES du deversoir H.	VALEURS de H — e ou chutes superficielles correspondantes à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont: 200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	700.	800.	900.	1000.	1100.	CHARGES du deversoir.
40(*)	8,0	9,0	9,3	9,5	9,5	9,3	8,6	7,6	7,1	6,5	6,4	6,5	6,6	6,7	40
50	9,0	10,2	10,6	11,0	11,0	10,6	9,8	9,0	8,4	8,3	8,0	8,1	8,2	8,3	50
60	10,3	11,4	12,0	12,2	12,0	11,8	11,0	10,4	10,2	10,0	9,8	9,9	10,0	10,1	60
70	11,9	12,8	13,3	13,4	13,2	13,0	12,2	12,0	11,8	11,4	11,2	11,4	11,5	11,6	70
80	13,2	14,1	14,9	15,0	14,8	14,5	13,6	13,4	13,3	13,0	12,8	12,9	13,0	13,1	80
90		15,8	16,3	16,8	16,2	16,0	15,2	15,1	15,0	14,7	14,5	14,4	14,5	14,6	90
100		17,2	18,0	18,2	17,9	17,6	17,0	16,6	16,5	16,3	16,1	16,0	16,0	16,0	100
120		20,4	21,4	21,6	21,3	20,6	19,9	19,6	19,4	19,2	19,1	19,0	19,0	19,0	120
140		23,4	24,6	24,8	24,3	23,7	23,1	22,9	22,7	22,4	22,0	21,6	21,6	21,6	140
160		26,5	27,6	27,7	27,0	26,7	26,4	26,2	26,0	25,7	25,5	24,7	24,6	24,6	160
180		29,4	30,5	30,4	29,6	29,0	28,8	29,0	29,2	29,4	28,6	27,5	27,1	27,4	180
200		32,2	33,0	32,9	32,4	31,9	31,7	31,6	32,4	32,6	31,7	30,3	30,0	30,6	200
220								35,0	35,8	35,8	34,8	33,2	32,8	33,8	220
240								38,2	38,7	38,6	37,8	36,0	35,6	36,8	240
260									41,4	41,8	41,0	39,2	38,9	39,9	260
280									44,9	45,0	43,8	42,4	42,6	43,8	280
300										47,9	47,0	46,1	46,0	46,7	300
320											49,1	49,6	49,6	49,5	320
340											51,8	52,9	52,7	52,1	340
360											54,8	56,4	56,0	54,7	360
380											57,0	60,0	59,7	57,2	380
400											59,6	63,2	62,7	60,3	400
420											62,4	67,0	66,0	»	420
440											65,6	70,0	»	»	440
460											69,4	73,5	»	»	460
480											73,0	»	»	»	480
500											77,0	»	»	»	500

(*) La plupart des chutes superficielles correspondantes à la charge de 40 millimètres ont été obtenues par des prolongements de courbes.

TABLEAU N° XII. — *Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal, et présentant au sommet un biseau avec arête vive.*

2°. Cas des nappes noyées en dessous, ou du second genre.

CHARGES du déversoir.	VALEURS de $H - e$ ou chutes superficielles correspondantes à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont :									
	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	650.
80	15,5									
90	17,5									
100	19,3									
120	22,0	25,0	26,6							
140	24,7	27,5	29,0	29,5						
160	27,3	30,0	31,4	32,0	32,2					
180	29,5	32,2	33,5	34,4	34,7	35,0				
200	32,0	34,5	36,0	37,0	37,3	37,8				
220	34,2	36,7	38,5	39,5	40,0	40,5	•			
240	37,0	39,3	40,6	41,8	42,5	43,0	•			
260	39,8	41,6	43,0	44,3	45,3	46,4	•	•		
280	42,4	44,3	45,6	47,0	47,8	49,0	50,0	•		
300	45,5	47,0	48,0	49,3	50,5	51,8	53,0	54,0	54,8	55,8
320	48,0	49,2	50,5	52,0	52,8	54,0	55,3	56,5	58,0	59,0
340	50,5	51,8	53,0	54,2	55,5	57,0	58,2	59,5	60,8	62,0
360	53,5	54,6	56,0	57,5	58,5	60,0	61,2	62,5	63,8	65,0
380	55,8	57,2	58,4	59,6	61,0	62,4	63,8	65,2	66,8	68,0
400	58,3	59,4	60,7	62,0	63,3	64,8	66,4	68,2	69,8	71,4
420	60,2	61,6	63,0	64,4	66,0	67,8	69,5	71,0	72,8	74,5
440	•	•	•	66,2	68,0	70,0	72,0	73,8	75,7	77,7
460	•	•	•	68,3	70,3	72,4	74,5	76,6	78,8	80,8
480	•	•	•	70,0	72,3	74,5	76,6	78,7	80,9	83,2
500	•	•	•	72,0	74,3	76,4	78,6	80,8	83,2	85,2

TABLEAU N° XIII. — *Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal, et présentant au sommet un biseau avec arête vive.*

1°. Cas des nappes libres ou détachées du barrage en aval.

ÉPAISSEUR e de la nappe dans le plan vertical du sommet du barrage.	VALEURS du rapport $\frac{H}{e}$ correspondantes à différentes valeurs de l'épaisseur e et à des barrages dont les hauteurs sont :														ÉPAISSEUR e de la nappe dans le plan vertical du sommet du barrage.
	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	700.	800.	900.	1000.	1100.	
30	1,255	1,290	1,308	1,320	1,320	1,300	1,276	1,238	1,216	1,192	1,189	1,193	1,197	1,201	30
40	1,225	1,246	1,265	1,280	1,280	1,264	1,245	1,221	1,213	1,198	1,193	1,196	1,199	1,202	40
50	1,211	1,229	1,243	1,250	1,246	1,241	1,224	1,210	1,207	1,200	1,195	1,198	1,200	1,202	50
60	1,202	1,220	1,231	1,235	1,230	1,226	1,212	1,204	1,203	1,198	1,194	1,197	1,196	1,199	60
70	1,197	1,214	1,226	1,228	1,222	1,218	1,206	1,200	1,200	1,195	1,192	1,191	1,193	1,195	70
80		1,210	1,222	1,224	1,218	1,214	1,202	1,198	1,198	1,193	1,191	1,189	1,191	1,191	80
90		1,207	1,219	1,221	1,216	1,210	1,200	1,196	1,195	1,192	1,190	1,188	1,189	1,188	90
100			1,217	1,218	1,214	1,208	1,198	1,196	1,193	1,190	1,189	1,186	1,187	1,186	100
120			1,212	1,213	1,209	1,202	1,197	1,195	1,193	1,190	1,189	1,183	1,184	1,182	120
140				1,206	1,201	1,197	1,194	1,193	1,193	1,191	1,189	1,181	1,180	1,181	140
160					1,194	1,191	1,190	1,191	1,194	1,194	1,188	1,180	1,178	1,181	160
180							1,189	1,190	1,194	1,195	1,188	1,178	1,176	1,181	180
200								1,189	1,193	1,192	1,187	1,176	1,174	1,181	200
220									1,192	1,191	1,186	1,176	1,176	1,181	220
240									1,191	1,190	1,186	1,178	1,180	1,183	240
260									1,190	1,190	1,186	1,182	1,182	1,184	260
280											1,184	1,184	1,184	1,182	280
300											1,184	1,186	1,185	1,180	300
320											1,182	1,188	1,186	1,178	320
340											1,181	1,188	1,186	1,176	340
360											1,181	1,189	1,186	1,176	360
380											1,181	1,190	»	»	380
400											1,181	1,190	»	»	400

TABLEAU N° XIV. — *Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal, et présentant au sommet un biseau avec arête vive.*

2°. Cas des nappes du second genre ou noyées en dessous.

ÉPAISSEUR e de la nappe dans le plan vertical du sommet du barrage.	VALEURS du rapport $\frac{H}{e}$ correspondantes à différentes épaisseurs et à des barrages dont les hauteurs sont :									
	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	650.
60	1,239									
70	1,241									
80	1,239									
90	1,231	1,266								
100	1,223	1,258								
110	1,217	1,247	1,262	1,267						
120	1,211	1,238	1,253	1,258						
130	1,205	1,231	1,243	1,248	1,250					
140	1,200	1,224	1,234	1,240	1,242	1,244				
150	1,196	1,217	1,227	1,233	1,236	1,238				
160	1,192	1,211	1,222	1,228	1,231	1,234				
170	1,188	1,206	1,216	1,224	1,226	1,230				
180	1,186	1,202	1,212	1,219	1,222	1,226				
190	1,183	1,198	1,208	1,215	1,218	1,222				
200	1,182	1,195	1,204	1,211	1,215	1,218	1,223			
220	1,180	1,190	1,198	1,204	1,209	1,214	1,219			
240	1,178	1,187	1,193	1,199	1,204	1,210	1,215	1,221	1,226	1,229
260	1,177	1,184	1,189	1,195	1,200	1,207	1,211	1,216	1,221	1,225
280	1,176	1,181	1,186	1,192	1,196	1,203	1,207	1,212	1,217	1,223
300	1,174	1,179	1,184	1,189	1,194	1,200	1,205	1,209	1,215	1,220
320	1,172	1,177	1,182	1,186	1,191	1,197	1,202	1,207	1,212	1,217
340	1,170	1,174	1,179	1,183	1,188	1,194	1,199	1,204	1,210	1,216
360	1,168	1,172	1,176	1,180	1,185	1,191	1,197	1,202	1,209	1,215
380	»	1,169	1,173	1,176	1,182	1,188	1,194	1,200	1,207	1,213
400	»	1,167	1,169	1,173	1,179	1,184	1,190	1,197	1,203	1,210
420	»	1,164	1,167	1,169	1,175	1,181	1,187	1,193	1,200	1,205

12. *Conséquences des données qui composent les tableaux précédents.* — Ainsi qu'on l'a dit précédemment, ces tableaux ont été composés à l'aide d'observations effectuées sur des barrages établis dans le canal de $0^{m},900$ de largeur, de notre observatoire hydraulique, et en nous servant en même temps de celles qui font partie des expériences de l'année 1852, où les barrages n'avaient qu'une largeur à peu près égale au tiers de la première. Or, la construction des courbes précitées n'a fait ressortir aucune différence entre les valeurs de $H - e$ appartenant, tout étant égal d'ailleurs, à l'une ou à l'autre de ces séries de recherches; d'où il paraît permis de conclure que, dans les limites de l'exactitude compatible avec ce genre d'observations (*),

La chute superficielle des nappes est indépendante de la largeur du déversoir.

Les courbes dont nous avons parlé, ou les Tables qui en sont la traduction, conduisent encore aux conséquences suivantes :

La chute superficielle des nappes augmente, dans tous les cas, avec la charge du déversoir. Pour une même charge et les nappes libres, la chute superficielle varie avec la hauteur du barrage : cette variation est notable pour les petites et moyennes charges, et les hauteurs de barrage inférieures à $0^{m},60$; ou pour les grandes charges avec toutes les hauteurs de barrage : elle a lieu alternativement dans un sens et dans le sens inverse.

Pour une même charge et les nappes noyées en dessous, la chute superficielle augmente d'une manière sensiblement uniforme avec la hauteur du barrage.

Pour une même charge et des hauteurs de barrage qui ne diffèrent pas considérablement entre elles, la chute superficielle des nappes noyées en dessous est plus grande que celle des nappes libres.

(*) Il est essentiel de remarquer que, malgré les soins apportés dans la construction des courbes d'interpolation, les valeurs de $H - e$, comprises dans les tableaux XI et XII, peuvent ne pas être toutes rigoureusement exactes. Aussi, attendu la faible valeur absolue de ces quantités et leur grande importance dans le calcul du débit des déversoirs, nous engageons les ingénieurs à observer directement H et e, et à se servir des tableaux précités comme moyen de vérification; ou bien, si l'on veut éviter une de ces deux mesures, ce sera celle de l'épaisseur e qu'il faudra effectuer, car les tableaux XIII et XIV du rapport $\frac{H}{e}$ donneront H avec une certitude suffisante.

La première de ces propriétés ne nous paraît pas devoir être prise dans un sens trop absolu ; car il est difficile d'admettre que la résistance des parois au mouvement de la veine liquide n'exerce pas sur la chute superficielle une influence d'autant plus prononcée que le canal est plus étroit : quoi qu'il en soit, cette influence est négligeable au point de vue pratique. La formule par laquelle M. Lesbros a représenté les résultats de ses observations sur un canal très-court de $0^m,20$ de largeur, est

$$H - h = (0,0221\,h + 2,515)^2 - 3,30,$$

dans laquelle h est l'épaisseur moyenne de la nappe.

Dans les expériences qui ont conduit à cette formule, les nappes tombaient et s'épanouissaient librement dans l'atmosphère en aval du déversoir. Elle n'indique point l'influence de la hauteur du barrage, et, par conséquent, n'est point applicable à l'ensemble des phénomènes que nous avons observés.

Cette influence est principalement due au mouvement ascensionnel des masses liquides inférieures vers le sommet du barrage, dont aucun auteur n'avait tenu compte jusqu'ici ; elle se complique, pour les nappes libres, à cause des variations de la pression de l'air renfermé entre ces nappes, le plan d'aval du barrage et les parois du canal.

§ II.

CALCUL DU DÉBIT DES BARRAGES-DÉVERSOIRS.

13. *Examen des formules qui ont été proposées pour le calcul des dépenses d'eau faites par les déversoirs.*— Dubuat, considérant la section liquide d'un déversoir comme un orifice rectangulaire complet composé de tranches horizontales infiniment minces, à chacune desquelles il appliquait la formule de Torricelli, avait obtenu l'expression suivante de la dépense théorique des déversoirs (*) :

$$Q = \frac{2}{3} L \sqrt{2g} \left(H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right),$$

(*) *Principes d'Hydraulique*, partie I, n° 142.

dans laquelle nous représentons par H la hauteur du niveau horizontal dans le réservoir au-dessus du seuil, et par h celle du même niveau au-dessus du sommet de cet orifice; c'est-à-dire la dépression totale de la nappe. Or, cette formule est inadmissible en principe, car elle exprime d'une manière générale que, toutes choses étant égales d'ailleurs, la dépense d'un déversoir diminue quand la chute superficielle augmente.

Le même auteur propose, au sujet des déversoirs ou barrages alimentés par un canal de même largeur L (*), de calculer la dépense.... « en supposant la section du déversoir égale à sa largeur multipliée par la hauteur » entière de la charge d'eau... ; » ce qui conduit à la formule théoriquement très-simple

$$Q = LH\sqrt{2gH}, \quad (1)$$

qui a été généralement employée jusqu'à présent, quelles que fussent les circonstances de l'écoulement. Malheureusement, la détermination des coefficients à appliquer à cette formule en complique singulièrement l'usage. En effet, si l'on considère d'abord le cas où l'orifice est alimenté par un réservoir à grande section, on voit que la disposition de l'un quelconque des trois côtés de cet orifice, par rapport à la paroi correspondante du réservoir, doit, jusqu'à une certaine limite d'éloignement, influer sur la dépense, en modifiant la courbure des filets liquides dont la formule ne tient pas compte; en outre, l'influence de la charge n'y est qu'imparfaitement représentée, comme l'expérience l'a appris, et on le conçoit d'ailleurs à priori en remarquant : 1° que la vitesse d'écoulement doit dépendre surtout de la chute à la surface de la nappe et que, pour une même charge, cette chute varie; 2° que les particules liquides tombent du réservoir dans l'espèce de gouttière formée par la nappe en amont de l'orifice, dans deux sens, l'un longitudinal, l'autre transversal au courant central.

Lorsque le déversoir est alimenté par un canal de même largeur, les phénomènes se simplifient, et la difficulté des contractions latérales disparaît; mais il s'en introduit une nouvelle, savoir, l'influence des vitesses acquises par les particules fluides dans le bief d'amont. Le premier auteur qui se soit

(*) Même ouvrage, partie II, n° 412.

inquiété de cette influence, Dubuat, prescrit d'ajouter... « à la charge d'eau » apparente... » sur le seuil de l'orifice... « la hauteur due à la vitesse de » l'eau immédiatement au-dessus du déversoir.... » Il entendait sans doute par cette dernière expression l'endroit où il mesurait la charge.

M. Weisbach (*) critique cette règle, et, décomposant l'orifice LH en tranches infiniment minces à chacune desquelles il l'applique, mais en employant la vitesse moyenne U dans la section correspondante, il obtient la formule

$$(2) \qquad Q = \frac{2}{3} L \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{U^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{U^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

Enfin, suivant M. Bélanger (**), en désignant par V la vitesse des particules liquides à la surface du courant immédiatement en amont de l'endroit où l'on mesure H, endroit qu'aucun auteur n'a d'ailleurs exactement précisé, on pourrait calculer approximativement la dépense d'un barrage par la formule

$$(3) \qquad Q = L \left(H + \frac{V^2}{2g} \right) \sqrt{2g \left(H + \frac{V^2}{2g} \right)},$$

affectée d'un coefficient obtenu par expérience.

Ces formules présentent toutes le défaut que nous reprochions tout à l'heure à la formule (1), dont elles dérivent, celui d'être complétement indépendantes de la chute à la surface de la nappe; de telle sorte que, pour une même valeur de H, un déversoir débiterait le même volume liquide pour les trois états des nappes que nous avons signalées, avec un barrage incliné ou vertical, un seuil à vive arête ou arrondi, épais ou mince,..., etc.

L'expérience et le raisonnement s'opposent à de pareilles conséquences, et l'on doit prévoir que les coefficients de ces diverses formules varieront avec toutes les circonstances que nous indiquons; il pourra même arriver que, dans certains cas, ces coefficients augmentent avec H, tandis que, dans d'autres, leurs variations aient lieu en sens inverse.

Relativement à la manière de tenir compte des vitesses initiales des particules fluides, la formule (3) ne contient qu'une vitesse à la surface, vitesse

(*) *Allgemeine Maschinen Encyclopædie*, tome I, article Ausfluss (Leipzig, 1841).

(**) *Notes sur le Cours d'Hydraulique fait à l'École des Ponts et Chaussées*, année 1845-1846.

qui n'est pas liée aux autres par un rapport simple et constant; en la faisant entrer dans le premier facteur, on s'écarte d'ailleurs, sans motif suffisant, de l'idée de Dubuat, qui consiste à considérer le déversoir comme un orifice rectangulaire, dont la hauteur est H. Quant à la formule, plus compliquée, de M. Weisbach, elle présente cette imperfection, qu'on y fait jouer le même rôle à toutes les vitesses initiales, tandis que l'examen des mouvements intérieurs nous apprend qu'une partie de ces vitesses, celles des portions inférieures du canal, en aidant les particules liquides à remonter vers le sommet du barrage malgré l'action de la pesanteur, contribuent à produire les phénomènes de la contraction sur le seuil de l'orifice.

Enfin, à ces inconvénients, à ces imperfections des formules précitées, se joint, dans l'application, la difficulté du choix du point de départ (*) de la charge H, et celle des nivellements qui devient une impossibilité quand l'atmosphère agitée, même par un vent léger, fait courir périodiquement, le long de la surface liquide, des ondulations longues et peu saillantes.

14. *Nouvelle formule.* — Nous désignerons par :

L la largeur du déversoir;

S la hauteur de la crête du barrage au-dessus du fond du bief d'amont;

Q la dépense ou le débit du déversoir dans chaque seconde sexagésimale;

k le rapport $\frac{e}{H}$, les lettres H et e continuant à représenter les mêmes quantités que dans l'article précédent.

On sait que la formule théorique de l'écoulement des liquides par un orifice dont l'aire est A, et qui s'alimente par un réservoir dont la section a pour aire O, est

$$(a) \qquad Q = A\sqrt{2g\frac{h}{1-\frac{A^2}{O^2}}},$$

(*) Les ingénieurs qui ont appliqué la méthode des barrages choisissaient très-probablement, pour mesurer les charges, un point de la portion de la nappe où sa courbure commence à être nettement accusée, et ont, par suite, été conduits à employer dans leurs calculs des charges un peu trop faibles. En admettant qu'on eût pris pour point de départ l'origine même de cette courbure, il faudrait, d'après l'étude des profils, augmenter les charges ainsi obtenues dans le rapport, sensiblement constant, de 983 à 1000.

si l'on désigne par h la charge ou *hauteur effective de pression statique* sur l'orifice. Cette formule, basée sur le principe des forces vives, serait exacte dans le cas où les vitesses des particules fluides seraient égales et parallèles dans la section O, et où, dans l'orifice, ces particules n'auraient que des vitesses perpendiculaires à son plan et égales entre elles, en admettant toutefois qu'entre les sections O et A la résistance des parois n'absorbât qu'une quantité de travail négligeable. Quoique l'hypothèse de l'égalité des vitesses ne soit jamais conforme à la réalité, la formule (a) peut donner des résultats suffisamment approchés pour les besoins ordinaires de la pratique, lorsque les vitesses sont parallèles respectivement et diffèrent peu entre elles dans chacune des sections dont il s'agit. Or cette condition est réalisée dans la section initiale de la veine, ou dans celle qui la précède immédiatement, et que nous regarderons comme la section alimentaire O. Il nous reste donc à assimiler l'écoulement en déversoir à celui d'un orifice dans la section duquel les vitesses seraient parallèles, et à trouver l'aire A de cet orifice, ainsi que la hauteur h correspondante.

Conformément à l'opinion de Dubuat, adoptée généralement par les ingénieurs, nous considérerons le déversoir comme un orifice rectangulaire dont la hauteur serait H, et, par conséquent, nous aurons $A = LH$, puisque cet orifice n'est autre chose que la portion DA de la section initiale DB (*fig.* 17, *Pl. III*), dans toute l'étendue de laquelle les vitesses sont parallèles. Pour déterminer la hauteur h, nous remarquerons d'abord que la région liquide comprise entre cette section et le barrage peut être partagée, par un plan horizontal SA, en deux parties, dont les mouvements sont très-différents, au moins quant à leur sens, et dans lesquelles les pressions, le poids des molécules et leur inertie jouent des rôles inverses.

Dans la portion inférieure N, en effet, les particules fluides remontent vers le plan horizontal précité, contrairement à l'action de la pesanteur: dans la portion M, au contraire, la pesanteur agit comme force motrice pour augmenter la force vive initiale des particules. En un mot, les forces de la veine travaillent utilement dans la partie supérieure, et dans l'autre, elles engendrent la contraction, les obstacles à l'écoulement.

L'effet de ces derniers phénomènes est évidemment de soutenir jusqu'en E, au-dessus du barrage, la masse liquide, et de *noyer* l'orifice DA, d'où elle

tomberait librement suivant un jet parabolique, si l'on pouvait supprimer la portion inférieure SAB de la veine, tout en conservant aux particules fluides, dans la section DA, leur mouvement effectif. Ainsi, dans le cas des déversoirs alimentés par un canal de même largeur (*), si l'on assimile l'écoulement à celui d'un orifice rectangulaire sans contraction et égal à la section précitée, il faut en même temps, pour tenir compte des forces relativement perdues, considérer cet orifice comme noyé de la hauteur $SE = e$, à laquelle ces forces, par suite de la présence du barrage, élèvent et soutiennent la surface liquide, et prendre pour hauteur accélératrice de la vitesse d'écoulement la quantité $H - e$.

Remarquons maintenant que, dans la pratique, la section BD ne se trouvera que très-rarement à une distance du barrage plus grande que 3 mètres, qu'elle en sera généralement plus rapprochée, et qu'on pourra toujours choisir, pour établir celui-ci, une partie du cours d'eau dont le fond s'éloigne assez peu de l'horizontalité pour que l'on puisse, sans erreur sensible, prendre $BD = S + H$. En définitive, nous substituerons, dans la formule générale (a), les valeurs

$$A = LH, \quad O = L(S + H), \quad h = H - e,$$

d'où il résulte, pour les canaux à section rectangulaire, et en faisant

$$\frac{H - e}{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2} = H',$$

la formule simple

$$Q = LH\sqrt{2gH'},$$

qui se présente sous la forme usitée et dont les praticiens pourront se servir en continuant à chercher les valeurs du facteur $\sqrt{2gH'}$ dans les Tables ordinaires des hauteurs dues à différentes vitesses.

Cette formule peut être également mise sous la forme

$$(a') \qquad Q = \frac{S + H}{\sqrt{(S + H)^2 - H^2}}\sqrt{1 - k}\,.\,LH\sqrt{2gH},$$

(*) Ces considérations ne seraient plus applicables, sans modification, aux déversoirs avec contraction latérale, parce qu'alors il faudrait, aux pertes de chute dues à l'ascension d'une partie des molécules dans des plans verticaux, ajouter celles qui correspondent aux forces vives transversales communiquées à une partie du courant liquide.

qui met en évidence la loi des coefficients de l'ancienne formule, le premier facteur se rapportant à l'influence de la charge et de la hauteur du barrage, le second à celle de la forme et de la nature de la nappe liquide.

Pour les canaux à section trapézoïdale, si l'on désigne par
L la longueur de la crête du barrage, c'est-à-dire du seuil du déversoir;
L' la largeur de la surface liquide dans la section initiale;
l celle du fond du lit dans cette section;
r le rapport de la base à la hauteur des talus latéraux; on aura

$$O = \tfrac{1}{2}(L' + l)(S + H), \quad A = \tfrac{1}{2}(L' + L)H, \quad L' = L + 2rH,$$

et, pour la formule de la dépense,

$$(b) \qquad Q = \frac{S + H}{\sqrt{(S+H)^2 - H^2\left(\frac{L'+L}{L'+l}\right)^2}} \sqrt{1 - k} \, . \tfrac{1}{2}(L' + L) H \sqrt{2gH},$$

qui peut être ramenée, comme la première, à la forme

$$Q = L_1 H \sqrt{2gH_1},$$

en faisant

$$\frac{L' + L}{2} = L_1 \quad \text{et} \quad H_1 = \frac{H - e}{1 - \left(\frac{L'+L}{L+l} \cdot \frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2}.$$

Les valeurs de Q, données par les formules (a) et (b), peuvent être obtenues au moyen de constructions géométriques qu'il serait superflu d'indiquer. Enfin, si l'on veut les calculer par logarithmes, il suffira de remarquer que

$$\sqrt{(S + H)^2 - H^2} = \sqrt{S(S + 2H)},$$

et d'effectuer une transformation analogue dans la formule (b).

15. *Détermination pratique des éléments du calcul.* — Les Tables précédentes dispensent de la mesure de l'une des quantités H et e. Si c'est la dernière que l'on veut effectuer, on posera au-dessus de la crête du barrage, sur les bords du canal, une traverse bien fixée; en un point de cette traverse, aussi rapproché que possible du milieu de la largeur du déversoir, on

clouera une règle verticale; le long de cette règle, on fera glisser une autre règle portant une pointe quelconque à sa partie inférieure, jusqu'à ce que cette pointe touche la crête du barrage, et l'on tracera sur les deux règles à la fois une petite ligne de repère; on retirera ensuite la règle mobile et on laissera à la nappe le temps de reprendre son mouvement de régime; enfin, on fera de nouveau glisser verticalement la tige mobile le long de la règle fixe jusqu'à ce que la pointe dont elle est armée affleure la surface de la nappe, et l'on marquera sur la règle fixe le point correspondant à la position actuelle du repère mobile.

Quant à la détermination de la charge H, on a vu comment, en appliquant verticalement un tube droit, ouvert à ses deux extrémités, contre le barrage, on peut mesurer immédiatement cette charge en un point quelconque de la longueur de sa crête, à partir d'une faible distance des bords du canal, si toutefois on a eu soin d'établir cette ligne horizontalement, précaution nécessaire dans toute hypothèse. Si l'on veut éviter la mesure de la colonne hydrostatique sur place, il suffira d'armer le tube de deux petites douilles évidées et à oreilles p, p' (*fig.* 12), serrées par une vis; on appuiera la saillie de la douille inférieure p' contre la crête du barrage, et l'on fera glisser la douille supérieure jusqu'à ce que l'une de ses arêtes horizontales soit au niveau du sommet de la colonne liquide. Cette douille pourra être, si l'on veut, remplacée par un fil noué autour du tube et la première p', par un petit prisme de bois dans lequel ce tube sera engagé. Il faut, avant de s'en servir, laver intérieurement le tube et s'assurer que l'eau le mouille bien dans toute sa longueur. En second lieu, il est nécessaire de connaître la hauteur du ménisque dû aux actions capillaires, ce qui serait facile en plongeant le tube dans un vase rempli d'eau. Mais on peut éviter cette opération : en effet, le tube qui m'a servi avait $0^m,013$ de diamètre intérieur, et la hauteur du ménisque était de $0^m,0023$; or elle sera la même dans tous les tubes où le milieu du sommet de la colonne liquide sera plan. Pour les tubes dits *capillaires*, la hauteur du ménisque sera assez exactement donnée par la formule $\frac{29,8}{d}$, d étant le diamètre intérieur en millimètres.

Quant aux oscillations de la colonne liquide, on a vu (9) qu'il suffit, pour les diminuer, de boucher l'entrée inférieure du tube en n'y laissant

qu'un petit orifice, de $0^m,001$ de diamètre par exemple; ces oscillations sont alors assez faibles pour ne causer aucune incertitude lorsque l'atmosphère est tranquille et que l'alimentation de l'orifice est régulière; si l'on est obligé d'opérer sous l'influence du vent, on mesurera la plus grande et la plus petite hauteur au-dessus du sommet du déversoir, et l'on adoptera pour valeur de la charge la moyenne entre ces deux hauteurs. Enfin, lorsque la largeur du barrage n'est pas très-grande par rapport au diamètre extérieur du tube, ce qui d'ailleurs arrivera rarement dans la pratique, il peut être utile de savoir tenir compte de la place occupée par ce tube dans la section d'écoulement. Pour déterminer cette correction, j'ai mis à profit l'une des propriétés énoncées ci-dessus, et j'ai mesuré les charges au moyen d'un tube recourbé $a'\,b'\,c'$ (*fig.* 15) introduit, à travers la paroi du canal, contre la face d'amont du barrage; ce tube était muni d'une douille en cuivre *d* à frottement doux et avec vis de pression *v*. On a placé le tube droit ordinaire TT′ dans le plan du barrage, on a mesuré directement la hauteur TS de la colonne dans ce tube au-dessus de la crête SS′ du barrage, puis on a fixé la douille *d* du tube recourbé de façon que la distance du plan supérieur de cette douille, au sommet *m* de la colonne dans le dernier tube, fût égale à TS; on a vérifié ensuite, pour une charge très-différente de la première, l'exactitude de ce procédé.

Cela posé, on a jaugé directement la dépense du barrage avec et sans la présence du tube TT′, et l'on a calculé la largeur qu'il fallait supposer à ce barrage dans le premier cas, pour que la dépense fût la même que dans le second, tout étant égal d'ailleurs. On a obtenu les résultats suivants, la largeur du barrage étant $0^m,896$.

TABLEAU N° XV.

CHARGE.	DÉPENSE PAR SECONDE		LARGEUR réduite.
	sans le tube.	avec le tube.	
m	mc	mc	m
0,0790	0,03728	0,03633	0,874
0,0880	0,04377	0,04227	0,865
0,1080	0,05868	0,05730	0,874
0,1220	0,06989	0,06903	0,885
0,1290	0,07829	0,07699	0,881
0,1455	0,09592	0,09371	0,875
0,1480	0,09878	0,09654	0,8755
0,1650	0,12663	0,12305	0,871
	Moyenne.............		0,875

Ainsi, la correction relative à un même tube est constante. Pour le tube de $0^m,015$ de diamètre extérieur, qui nous a servi dans ces expériences, la quantité à retrancher de la largeur du barrage était, comme on voit, $0^m,021$, ou $1^{fois},4$ le diamètre de ce tube. Pour un tube du calibre extérieur de $0^m,010$, j'ai trouvé en moyenne $0^m,013$ ou $1^{fois},3$ ce diamètre; ainsi la correction proportionnelle diminue avec le diamètre des tubes, et l'on pourra la négliger très-fréquemment. Cette correction est d'ailleurs nécessitée, non pas seulement par l'emplacement occupé sur la largeur du barrage, mais par les ondes excitées autour du tube; quand la charge augmente, la saillie de ces ondes s'accroît en même temps, mais, en compensation, elles s'étendent, latéralement, à une moins grande distance.

En outre, on peut éviter toute correction de largeur en plongeant le tube derrière le barrage au moment où l'on est disposé à mesurer la charge, et ne l'y laissant que pendant le temps strictement nécessaire pour amener une douille mobile au niveau du sommet de la colonne hydrostatique. Lorsqu'on aura acquis un peu d'habitude, on effectuera cette opération assez vite pour que la présence du tube ne puisse pas modifier sensiblement le régime du courant, ce dont on devra d'ailleurs s'assurer au moyen d'un repère fixe affleurant la surface d'amont. Enfin, dans un grand nombre de cas, on pourra se servir d'un tube recourbé inséré dans l'une des parois latérales du canal.

COMPARAISON DES RÉSULTATS DE L'EXPÉRIENCE AVEC CEUX DE LA FORMULE PROPOSÉE.

16. *Examen des influences perturbatrices.* — Avant d'entrer dans les détails numériques, il convient d'examiner si cette formule, qui renferme toutes les données essentielles de l'écoulement, ne laisse pas en dehors quelques phénomènes accessoires, mais susceptibles d'influer, dans certaines circonstances, sur l'exactitude des résultats du calcul.

Occupons-nous d'abord du cas des canaux rectangulaires et des nappes libres. La première cause perturbatrice qui se présente consiste en ce que, selon les observations précédemment rapportées, dans une certaine longueur du barrage, à partir de chaque extrémité, les molécules venant du fond du canal se dirigent vers ces extrémités, c'est-à-dire vers les angles de l'orifice. Or notre formule ne tient compte que des mouvements verticaux ; de sorte que, si une portion de la force vive initiale des particules liquides se dépense dans des mouvements horizontaux de déviation, la théorie doit donner des résultats trop forts ; mais cette circonstance n'ayant lieu que pour une partie des molécules inférieures, son influence ne sera sensible que dans le cas des faibles épaisseurs des nappes. D'un autre côté, la masse d'air contenue sous la nappe étant, pour les grandes et moyennes charges, à une pression variable avec la chute et inférieure à celle de l'atmosphère, la formule proposée, qui suppose la pression atmosphérique, tend alors à fournir des résultats trop faibles.

Ainsi, dans le cas des nappes libres et des canaux rectangulaires, cette formule doit conduire à des dépenses un peu en excès pour les petites charges, et un peu trop faibles sous les grandes ; de sorte qu'il doit y avoir, entre ces deux séries de résultats, une charge pour laquelle la dépense théorique est rigoureusement égale à la dépense effective.

Lorsque la nappe est noyée en dessous, on a vu (4) avec quelle facilité l'air extérieur peut se précipiter le long de la face d'aval du barrage. La promptitude de ce phénomène et l'explosion sourde qui l'accompagne prouvent que, dans cette région, la pression est notablement inférieure à celle de l'atmosphère, circonstance qui tend à rendre trop faibles les résultats théoriques. D'un autre côté, il ne faut pas oublier que le phénomène dont

nous parlons se produit seulement sous des charges inférieures à certaines limites variables avec la hauteur du barrage, et que le remous d'aval, qui noie les nappes en dessous, tend à s'élever d'autant plus haut que la charge du déversoir est plus considérable (*) : de sorte que cette masse d'eau doit transmettre partiellement, dans un sens défavorable à l'écoulement, la pression de la partie inférieure de la nappe (4). Il est évident, d'ailleurs, que cette influence doit devenir prépondérante sur la première pour les grandes charges, tandis que le contraire a lieu pour les autres. Ainsi, dans le cas des nappes noyées en dessous, comme dans celui des nappes libres, il doit y avoir une charge à laquelle corresponde une parfaite concordance entre la dépense effective et la dépense théorique. Quant à l'influence des déviations latérales vers les angles du barrage, elle est tout à fait secondaire, sinon négligeable ici, puisque les nappes noyées en dessous ne se produisent point pour les petites charges, à moins que la hauteur du barrage ne s'abaisse au-dessous de $0^{m},20$. Il en est de même quant à l'influence des mouvements oscillatoires signalés au n° **4**; car ils s'accomplissent seulement dans l'espace compris entre le glacis du barrage et la nappe proprement dite.

La hauteur du barrage nous paraît devoir aussi exercer une influence perturbatrice relativement à la théorie. En effet, l'accélération produite par la chute en aval du déversoir doit se communiquer des particules inférieures aux voisines et de celles-ci aux autres en remontant vers le sommet du barrage; c'est une conséquence des forces attractives qui relient entre elles les molécules contiguës. Cette action doit croître d'abord à mesure que la hauteur du barrage augmente; mais, comme la propagation moléculaire des mouvements inférieurs s'affaiblit en s'étendant, il y a nécessairement une hauteur de chute à partir de laquelle l'accélération ne s'élève plus jusqu'au déversoir. De plus, il paraît très-probable que cette chute influe sensiblement sur la pression de l'air intérieur dans le cas des nappes libres. Enfin, dans celles qui sont noyées en dessous, plus le sommet du barrage s'abaisse, plus doit augmenter, pour une même charge, la contre-pression due au remous d'aval.

(*) Cette considération, qui ne se trouve point dans mes premiers Mémoires, m'a été inspirée, dans les expériences de 1852, par la vue de phénomènes moins limités que ceux qu'il avait été possible de produire antérieurement.

Quant aux canaux à section trapézoïdale, il est facile de voir que leur forme même introduit des mouvements particuliers dont la théorie ne saurait tenir compte, savoir : 1° un resserrement latéral de la portion supérieure de la nappe, qui occupe une plus grande largeur à son origine que dans le plan du déversoir, en vertu de sa chute et des talus du canal; 2° un épanouissement des faisceaux de filets provenant du fond. Ainsi l'on voit à priori que, dans ce cas, la formule théorique devra être affectée d'un coefficient de correction. Ces diverses conséquences de l'observation des phénomènes physiques sont d'accord avec les résultats des expériences de jaugeage, comme le montrent les tableaux de ces résultats que nous allons donner successivement. Disons d'abord de quelle manière ces tableaux ont été composés.

17. *Composition des tableaux des résultats d'expériences.* — La formule de l'écoulement par-dessus les barrages-déversoirs, dont la théorie a été exposée précédemment, peut être mise sous la forme

$$Q = \frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{1+\frac{S}{H}}\right)^2}} LH\sqrt{2gH} :$$

comme d'ailleurs nous voulions comprendre dans nos calculs celui des coefficients de correction m de l'ancienne formule

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

nous avons simplifié la comparaison numérique de nos résultats théoriques avec ceux de l'expérience, en prenant pour objet de cette comparaison les valeurs expérimentales du coefficient m et les valeurs théoriques

$$\frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{1+\frac{S}{H}}\right)^2}} = (\alpha)$$

de ce même coefficient, ce qui avait l'avantage de présenter des nombres plus facilement comparables que ceux qui expriment directement les volumes liquides, tout en diminuant, pour nous, la quantité des opérations arithmétiques. En outre, la construction des courbes théoriques et des courbes

expérimentales, très-utile, comme on va le voir, a été considérablement facilitée par ce moyen; car les ordonnées de ces courbes, au lieu d'être les valeurs de la dépense, qui variaient entre des limites très-étendues, sont des quantités beaucoup moins variables, et qu'il a été possible, par conséquent, de construire à une échelle suffisante.

Les tableaux dont il s'agit contiennent donc : les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales du facteur (α) de la nouvelle formule; la comparaison de ces valeurs, ou le degré d'approximation de la formule proposée, correspondant à chaque expérience; la charge H du déversoir, et l'épaisseur e de la nappe liquide mesurée dans le plan vertical qui passerait par la crête du barrage; la dépense expérimentale D, exprimée en litres; enfin les éléments du calcul de ce volume liquide obtenus, suivant les cas, par trois différents procédés.

1°. Dans les expériences antérieures à l'année 1852, la dépense D a été obtenue au moyen du bassin de jauge; nous désignons par :

J la hauteur dont le niveau s'est élevé dans ce bassin pendant l'opération du jaugeage;

t le temps employé pour cette élévation de niveau, exprimé en secondes sexagésimales.

2°. Dans les expériences de l'année 1852, on a obtenu les dépenses correspondantes aux petites charges en employant les orifices rectangulaires en minces parois des expériences de MM. Poncelet et Lesbros. La largeur horizontale constante de ces orifices est, comme on sait, de $0^{m},20$. Nous désignons par :

o leur hauteur verticale;

h la charge sur leur centre.

3°. Les dépenses relatives aux moyennes et grandes charges ayant été jaugées à l'aide de déversoirs, nous désignons par :

L' la largeur de ces déversoirs;

e' l'épaisseur de la nappe;

H' la charge correspondante;

m' le coefficient de correction appliqué à la formule de Dubuat, d'après les expériences que nous avions effectuées en 1847 sur des barrages-dé-

versoirs identiques à ceux-ci. Toutes les dimensions sont exprimées en millimètres (*).

Nous donnons d'abord les résultats relatifs au cas des nappes libres, en commençant par la série qui correspond au barrage le plus élevé, c'est-à-dire celui de $1^m,109$ de hauteur: dans cette série, la largeur du déversoir était de $0^m,291$ pour les expériences numérotées 1, 4, 5, 6, 8, et $0^m,288$ pour les autres.

(*) Le defaut de stabilité propre aux nappes des deversoirs, surtoot lorsqu'elles sont sans contraction laterale, et l'influence du vent, ne m'ont pas toujours permis d'obtenir des donnees d'observation aussi exactes que je l'eusse désiré; d'un autre côté, pour recommeocer plusieurs fois chaque experience, il eût fallu réduire de moitie les limites de ces recherches. On trouvera dooc dans les tableaux des resultats quelques anomalies, d'autant plus qu'une erreur très-faible dans la valeur de $H - e$ suffit pour altérer sensiblement le facteur (2). J'ai discuté les principales de ces anomalies, désignées par un astérisque, et j'ai obtenu par interpolation graphique les valeurs corrigées, soit des observations, soit des résultats du calcul.

TABLEAU N° XVI.

Première série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, $S = 1^m,109$.

NUMÉROS d'ordre.	ÉLÉMENTS DU CALCUL de la dépense expérimentale						DÉPENSE expérimentale.			VALEURS DU FACTEUR (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE PROPORTIONNELLE entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	h	L'	e'	H'	m'		H	e	expérimentalem^t. m.	théoriquement.	en plus.	en moins.
1	30	91,0	»	»	»	»	5,114	45,7	38,0	0,4061	0,4107	$\frac{1}{88}$	»
2	50	94,0	»	»	»	»	8,560	65,0	54,0	0,4050	0,4119	$\frac{1}{59}$	»
3	50	190,0	»	»	»	»	12,185	82,0	68,5	0,4069	0,4068	$\frac{1}{4069}$	»
4	50	255,0	»	»	»	»	14,096	89,5	75,0	0,4085	0,4036	»	$\frac{1}{83}$
5	100	229,0	»	»	»	»	26,076	134,0	113,4	0,4125	0,3943	»	$\frac{1}{23}$
6	200	126,5	»	»	»	»	36,288	167,0	140,0	0,4125* / 0,4140	0,4056* / 0,3948	»	$(\frac{1}{22})$ $\frac{1}{60}$*
7	200	143,0	»	»	»	»	39,061	176,0	149,0	0,4147	0,3953	»	$\frac{1}{21}$
8	200	161,5	»	»	»	»	41,808	182,0	154,0	0,4179	0,3963	»	$\frac{1}{19}$
9	»	»	296	152,0	189	0,464	50,000	208,0	176,0	0,4132	0,3971	»	$\frac{1}{26}$*
10	»	»	296	182,0	223	0,455	62,836	239,0	202,0	0,4218	0,3997	»	$\frac{1}{19}$
11	»	»	296	209,0	253	0,452	75,439	268,0	227,0	0,4262	0,3988	»	$\frac{1}{16}$
12	»	»	296	223,0	269	0,451	82,443	285,0	241,0	0,4248	0,4013	»	$\frac{1}{18}$
13	»	»	896	129,5	163	0,476	124,260	375,0	320,0	0,4242	0,3959	»	$\frac{1}{15}$

18. *Observations et conséquences.* — La valeur théorique n° 6 du facteur (α) présente une notable anomalie. D'un autre côté, la courbe f(H et H — e), correspondante à cette série, indique que, pour H = 167, on devrait avoir H — e = 25,6, au lieu de 27 qu'a donné l'observation directe. Mais la valeur 0,4125 du coefficient m de la formule de Dubuat présentant, par rapport à celles qui la précèdent et la suivent, une légère erreur qui en fait présumer une dans l'observation de H, nous ne pouvons effectuer la correction que par le tracé des courbes F (H et m), F (H et α), qui donnent, pour H = 167, m = 0,4140, α = 0,3948, valeur dont la différence proportionnelle est $\frac{1}{21.6}$ ou $\frac{1}{22}$, en nombres ronds, au lieu de $\frac{1}{60}$.

La *fig.* 18 représente ces dernières courbes dans lesquelles nous distinguerons deux parties différentes : la première ABC, A'B'C', montre que, jusqu'à la charge de 0^m,15, les résultats théoriques ne varient pas dans le même sens que ceux de l'expérience; mais les valeurs absolues de ces quantités diffèrent peu : elles sont identiques pour H = 0^m,081.

Dans la seconde partie CD, C'D' des mêmes courbes, c'est-à-dire pour les charges supérieures à 0^m,15, le degré d'approximation de notre formule s'abaisse; mais les résultats qu'elle fournit présentent une marche parfaitement concordante avec celle des valeurs expérimentales. L'approximation est encore de $\frac{1}{15}$ pour la charge de 0^m,400, qui est très-rarement atteinte dans la pratique ordinaire.

19. Le tableau suivant contient deux séries réunies en une seule : pour la première, qui se compose des expériences numérotées de 1 à 8 inclusivement, la hauteur S du barrage était 0^m,920, et la largeur L du déversoir 0^m,290; dans la seconde, S = 0^m,917, L = 0^m,291.

TABLEAU N° XVII.

Deuxième série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, $S = 0^m,918$.

NUMÉROS d'ordre.	ÉLÉMENTS DU CALCUL de la dépense expérimentale						DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS DU FACTEUR (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE PROPORTIONNELLE entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	h	L'	e'	H'	m'				expérimentalem^t, m	théoriquement.	en plus.	en moins.
1	50	95,5	»	»	»	»	8,577	63,0	52,5	0,4222	0,4092	»	$\frac{1}{32}$
2	50	149,0	»	»	»	»	10,790	73,5	61,5	0,4216	0,4052	»	$\frac{1}{26}$
3	50	198,5	»	»	»	»	12,456	81,0	68,0	0,4205	0,4019	»	$\frac{1}{23}$
4	50	229,0	»	»	»	»	13,377	85,0	71,5	0,4204	0,4000	»	$\frac{1}{21}$
5	100	176,5	»	»	»	»	22,766	121,0	102,0	0,4213	0,3989	»	$\frac{1}{19}$
6	100	234,5	»	»	»	»	26,383	133,0	112,0	0,4235	0,4006	»	$\frac{1}{18}$
7	200	126,0	»	»	»	»	36,167	163,0	138,0	0,4279	0,3962	»	$\frac{1}{14}$
8	200	159,0	»	»	»	»	41,372	178,0	151,0	0,4288	0,3962	»	$\frac{1}{13}$
9	»	»	296	140,0	175	0,470	45,115	189,0	160,5	0,4261	0,3941	»	$\frac{1}{13}$
10	»	»	296	166,0	204	0,458	55,326	218,0	182,5	0,4217	0,4112* 0,3927	»	$(\frac{1}{15})$ $\frac{1}{40}$*
11	»	»	296	176,5	216	0,456	59,996	230,0	196,0	0,4220	0,3933	»	$\frac{1}{15}$
12	»	»	296	193,5	235	0,454	67,841	247,0	210,5	0,4271	0,3933	»	$\frac{1}{13}$
13	»	»	296	206,0	250	0,452	74,087	261,0	219,5	0,4311	0,4089	»	$\frac{1}{19}$
14	»	»	896	118,0	150	0,481	110,871	331,0	279,0	0,4507* 0,4440	0,4110* 0,4150	»	$(\frac{1}{15})$ $\frac{1}{11}$*
15	»	»	896	127,0	160	0,477	121,206	357,0	300,0	0,4409	0,4164	»	$\frac{1}{18}$
16	»	»	896	133,0	167	0,474	128,350	370,0	311,5	0,4425	0,4152	»	$\frac{1}{16}$
17	»	»	896	162,0	200	0,459	162,945	436,0	368,0	0,4392	0,4173* 0,4130	»	$(\frac{1}{17})$ $\frac{1}{20}$*
													Moyenne... $\frac{1}{16}$

Observations et conséquences. — La valeur n° 10 du facteur (α) est évidemment trop grande : effectivement, la courbe f(H et H — e) pour cette série indique que la chute superficielle correspondante à la charge $H = 0^m,218$ devrait être 32,8, au lieu de 35,5 qu'a donné l'observation directe ; comme, d'ailleurs, la valeur du coefficient m ne présente aucune anomalie, c'est l'observation de e qui est en défaut. Nous prendrons donc $e = 218 - 32,8 = 185,2$, d'où résulte $(\alpha) = 0,3927$ et une différence proportionnelle de $\frac{1}{75}$ au lieu de $\frac{1}{40}$.

Les courbes F(H et m), F(H et α), qui correspondent à cette série, sont représentées par la *fig.* 19. Elles donnent pour $H = 331$, $(\alpha) = 0,415$ et $m = 0,444$; différence proportionnelle $\frac{1}{15}$. Enfin la valeur n° 17 de (α) paraît un peu trop grande.

Pour les petites charges, ces courbes convergent très-rapidement à mesure que H diminue ; en les prolongeant un peu, on voit qu'elles se rencontreraient très-probablement au point correspondant à la charge de $0^m,046$. Les valeurs du coefficient de la formule de Dubuat présentent, dans leur ordre de variation, des changements alternatifs et réguliers que n'eussent pu faire prévoir les expériences antérieures renfermées toutes entre des limites trop restreintes de charges et de hauteurs de barrage. Il est, d'ailleurs, très-remarquable que, considérés dans leur ensemble, les résultats théoriques fournis par la nouvelle formule suivent, comme dans la série précédente, ces variations expérimentales : cela tient à l'introduction, dans cette formule, de l'épaisseur e de la nappe liquide, c'est-à-dire à l'emploi de la chute superficielle au lieu de la charge entière du déversoir dans le calcul des vitesses d'écoulement. On conçoit, en effet, que les nappes étant, dans l'endroit où l'on mesure cette épaisseur, en communication immédiate avec les phénomènes de la contraction et aussi avec la masse d'air, à pression variable, qui les détache du barrage en aval, l'influence de ces phénomènes s'introduit ainsi dans le calcul, sinon complétement, au moins en grande partie.

Le degré d'approximation des résultats théoriques est ici le même, pour les grandes charges, que dans la série précédente, mais il est plus faible pour les charges moyennes.

20. Nous passerons maintenant à la troisième série, dans laquelle $S = 0^m,820$, $L = 0^m,289$ pour les expériences de 1 à 7 inclusivement, et $S = 0^m,811$, $L = 0^m,290$ pour les autres.

TABLEAU N° XVIII.

Troisième série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, $S = 0^m,815$.

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS DU CALCUL de la dépense expérimentale						DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS DU FACTEUR (m) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE PROPORTIONNELLE entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	e	h	L'	e'	H'	m'				expérimentalem¹. m	théoriquement	en plus.	en moins.
1	50	68	»	»	»	»	7,199	57,0	48,0	0,4129	0,3982	»	1/28
2	50	147	»	»	»	»	10,714	74,0	62,5	0,4155	0,3956	»	1/21
3	50	185	»	»	»	»	12,025	80,0	67,5	0,4154	0,3971	»	1/23
4	50	250	»	»	»	»	13,966	88,5	74,5	0,4142	0,4001	»	1/29
5	100	108	»	»	»	»	17,652	103,5	87,0	0,4145	0,4024	»	1/34
6	100	174	»	»	»	»	22,619	122,0	103,0	0,4147	0,3980* / 0,4034	»	(1/37) 1/25*
7	200	132	»	»	»	»	37,264	168,0	142,0	0,4229	0,3992* / 0,4059	»	(1/25) 1/18*
8			296	160,5	198	0,461	53,287	209,0	176,0	0,4342	0,4060	»	1/15
9			296	188,0	229	0,455	65,402	238,0	201,0	0,4385	0,4048	»	1/13
10			296	206,5	250	0,457	74,069	258,0	218,0	0,4400	0,4057	»	1/13
11			896	112,0	143	0,482	103,437	321,0	268,5	0,4429	0,4218	»	1/21
12			896	118,5	150	0,480	110,640	336,0	283,0	0,4423	0,4153	»	1/16
13			896	122,0	154	0,479	114,883	344,0	289,0	0,4433	0,4189	»	1/18
14			896	130,0	163	0,475	123,999	363,0	307,0	0,4413	0,4130	»	1/16
15			896	132,5	166	0,474	127,222	368,5	311,0	0,4427	0,4165	»	1/17
16			896	151,0	188	0,4645	150,187	410,0	348,0	0,4454	0,4128	»	1/14
17			896	165,0	203	0,460	167,012	438,0	371,0	0,4486	0,4177	»	1/14
18			896	171,0	210	0,4575	174,788	452,0	384,0	0,4478	0,4156	»	1/14
19			896	191,0	233	0,454	202,670	495,0	418,0	0,4531	0,4262	»	1/17
													Moyenne... 1/15,7

Observations. — Les valeurs nos 6 et 7 de (α) sont, par rapport aux autres, des anomalies. Effectivement, la courbe f(H et H — e) correspondante à cette série indique que, pour H = 122 et H = 168, H — e doit être respectivement égale à 19, 5 et 27, au lieu de 19 et 26 qu'a donné l'observation de e. En effectuant cette correction, on obtient $\alpha = 0{,}4034$ et $\alpha = 0{,}4059$, d'où il résulte les différences proportionnelles $\frac{1}{36}$ et $\frac{1}{25}$, au lieu de $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{18}$.

Sous le double rapport de la régularité des résultats et de la concordance des variations théoriques avec les variations expérimentales, la première moitié de cette série est moins satisfaisante que les deux précédentes et que celles qui suivent. Il semble donc que l'exactitude des observations ait été troublée par une cause accidentelle, comme le dérangement du seuil du barrage sous la poussée de l'eau d'amont, dérangement assez faible, d'ailleurs, pour n'influer sensiblement que sur les résultats relatifs aux charges inférieures à $0^m{,}24$. N'ayant pu recommencer cette série, je l'aurais supprimée si de semblables suppressions me paraissaient permises. Il faut d'ailleurs remarquer que la hauteur du barrage différait peu de celle qui avait lieu dans la série précédente, et que, par conséquent, l'incertitude qui paraît affecter les huit premières observations n'a qu'un médiocre inconvénient.

21. Passons maintenant à la quatrième série, dans laquelle j'ai obtenu des nappes de deux genres différents. Le tableau suivant se rapporte seulement aux nappes libres. Pour les expériences numérotées de 1 à 8 inclusivement, $S = 0^m{,}618$, et pour les autres $S = 0^m{,}608$. Pour toutes, la largeur L du déversoir était $0^m{,}289$.

TABLEAU N° XIX.

Quatrième série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, S = 0m,613 (moyenne).

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS DU CALCUL de la dépense expérimentale						DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS DU FACTEUR (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE PROPORTIONNELLE entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	h	L'	e'	H'	m'				expérimentalemt. m	théoriquement	en plus.	en moins.
1	30	111,0	»	»	»	»	5,637	49,7	41,4	0,3977	0,4090	1/35	»
2	30	160,0	»	»	»	»	6,751	56,3	46,9	0,3948	0,4101	1/26	»
3	30	243,0	»	»	»	»	8,303	65,2	54,0	0,3897* / 0,396	0,4164* / 0,411	(1/26) 1/15*	»
4	50	226,5	»	»	»	»	13,301	87,0	72,5	0,4054	0,4113	1/69	»
5	100	88,0	»	»	»	»	15,834	97,0	81,0	0,4096	0,4099	1/1365	»
6	100	119,0	»	»	»	»	18,611	108,0	90,5	0,4098	0,4070	»	1/146
7	200	134,5	»	»	»	»	37,677	170,0	142,5	0,4200	0,4119	»	1/52
8	200	147,0	»	»	»	»	39,733	175,0	146,5	0,4240	0,4138	»	1/42
9	»	»	296	146,0	181,0	0,468	47,259	195,0	163,0	0,4287	0,4179	»	1/40
10	»	»	296	167,0	205,0	0,459	55,860	216,0	181,0	0,4346	0,4171	»	1/25
11	»	»	296	182,5	222,5	0,455	62,640	233,5	196,5	0,4337	0,4144	»	1/22
12	»	»	296	195,5	238,0	0,4535	68,991	249,0	209,0	0,4338	0,4188	»	1/29
13	»	»	296	216,5	261,0	0,4515	78,981	271,0	228,0	0,4375	0,4187	»	1/23
14	»	»	296	217,0	262,0	0,4515	79,324	272,0	228,5	0,4368	0,4205	»	1/27
15	»	»	296	231,0	278,0	0,452	86,861	289,0	242,5	0,4368	0,4237	»	1/33

Moyenne (n°s 9 à 15, en moins) : 1/36,7

Observations. — La construction des courbes F (H et α), F (H et m) montre que les valeurs n° 3 de (α) et de m sont inexactes; la première est trop grande et la seconde trop petite, ce qui semble indiquer que l'erreur réside principalement dans la valeur de la charge. Cependant, en admettant comme bonne celle de l'épaisseur $e = 54$ de la nappe, on voit par la courbe $f\left(e \text{ et } \frac{H}{e}\right)$ que le rapport $\frac{H}{e}$ devrait être égal à 1,204, d'où $H = 65$ au lieu de 65,2, et la valeur du coefficient m est trop peu modifiée par cette correction; ainsi, pour l'expérience n° 3, l'erreur paraît provenir des observations relatives au jaugeage du volume liquide : nous aurons donc recours à la courbe F′ (H et m) qui donne, pour $H = 65$, $m = 0,396$, et à la courbe F (H et α) qui fournit (α) = 0,411 ; d'où il résulte une différence proportionnelle de $\frac{1}{26}$.

La charge du déversoir pour laquelle la dépense théorique est égale à la dépense expérimentale est ici $H = 0^m,098$. A partir de la charge $0^m,125$, les variations des résultats théoriques s'accordent avec celles des résultats de l'expérience. Enfin, l'on voit que, pour cette hauteur de barrage, correspondante aux circonstances les plus fréquentes du jaugeage des petits cours d'eau, la nouvelle formule donne un moyen de calculer, sans coefficient de correction, le débit des barrages déversoirs à $\frac{1}{27}$ près *dans les cas les plus défavorables,* la nappe étant détachée du barrage en aval.

22. Dans la série qui compose le tableau suivant, la hauteur du barrage était de $0^m,411$, et la largeur du déversoir $L = 0^m,287$: le jaugeage a été fait, pour toutes les expériences, en employant les orifices rectangulaires à minces parois, de MM. Poncelet et Lesbros.

TABLEAU N° XX.

Cinquième série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, S = 0m,411.

NUMÉROS d'ordre.	ÉLÉMENTS du calcul de la dépense expérimentale		DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	*h*				expérimentalement *m*	théoriquement	en plus.	en moins
1	30	113,5	5,702	48,7	40,0	0,4176	0,4251	$\frac{1}{56}$	»
2	30	169,5	6,946	56,0	47,0	0,4124	0,4038* 0,4230	$\frac{1}{39}$	$\frac{1}{48}$*
3	30	226,0	8,011	61,7	49,4	0,4113	0,4211	$\frac{1}{42}$	»
4	50	202,0	12,563	83,5	69,0	0,4096	0,4230* 0,4180	* $\frac{1}{31}$ ($\frac{1}{49}$)	»
5	50	249,0	13,945	89,2	74,0	0,4119	0,4196	$\frac{1}{53}$	»
6	100	197,0	24,115	125,0	103,0	0,4292	0,4314	$\frac{1}{195}$	»
7	200	125,0	36,018	156,0	124,5	0,4600	0,4673	»	»
				160,0	133,0	0,4426	0,4283	»	»
				Moyennes...		0,4513	0,4478	»	$\frac{1}{129}$

Observations. — La dernière expérience de cette série offre un exemple de l'état variable des nappes qui établit la transition entre celles du premier genre et celles qui sont noyées en dessous : l'air contenu entre le jet liquide et la face d'aval du barrage s'évanouit périodiquement; puis, quelques instants après, le fluide atmosphérique se précipite dans cet espace, détache la nappe, et refoule jusqu'au pied du barrage le remous d'aval : mais celui-ci remonte bientôt progressivement pour noyer le dessous de la nappe, et ce jeu alternatif continue sans être provoqué par aucune circonstance étrangère aux mouvements naturels. Les valeurs de H et de *e* comprises sous le n° 7 peuvent être regardées comme correspondant à peu près aux périodes extrêmes de ce phénomène.

La courbe *abcd* (*fig.* 20) qui a pour abscisses les charges H du déversoir et pour ordonnées les valeurs du coefficient *m* de l'ancienne formule, est régulière; ainsi, les charges et les dépenses sont probablement exactes pour toutes les expériences de cette série. D'un autre côté, la courbe *efcg* des résultats théoriques montre que la valeur n° 3 de (α) est trop petite : l'erreur

réside dans l'observation de l'épaisseur e ou l'inscription de cette donnée sur la minute des expériences, car la courbe f (H et H — e) correspondante à S = $0^m,411$ indique que, pour H = 56, H — e = 10, d'où e = 46 au lieu de 47, et (α) = 0,424. La courbe $efcg$, tracée à une échelle suffisante, donne pour le même point, (α) = 0,423 : d'où résulte une différence proportionnelle de $\frac{1}{30}$ entre le résultat théorique et celui de l'expérience. La même courbe indique encore, pour H = 83,5, que la valeur n° 4 de (α) est un peu trop grande ; elle devrait être 0,418 au lieu de 0,423, ce qui donne une différence proportionnelle de $\frac{1}{49}$.

La charge pour laquelle les résultats théorique et expérimental coïncident est $0^m,135$.

Enfin, l'on voit que le degré d'approximation fourni par la formule nouvelle est encore, pour cette hauteur de barrage, et pour toutes les charges sous lesquelles se produisent les nappes libres, suffisamment élevé pour les applications pratiques ordinaires.

23. *Expériences de l'année* 1846. — Le tableau suivant contient les résultats d'expériences effectuées avec quatre barrages de hauteurs et de largeurs différentes. Pour le premier et le quatrième groupe, le barrage était placé dans le canal de $0^m,900$ de largeur : pour le troisième, dans la portion rélargie et rectangulaire d'aval ; enfin, pour le deuxième, nous avions établi le barrage dans le bief à parois divergentes (livre I, *fig.* 1), qui servait de transition entre la première et la dernière partie de cet ensemble expérimental. Dans toutes ces expériences, le tube indicateur des charges restait en permanence contre la face d'amont du barrage, de sorte que, pour avoir la largeur L qui devait entrer dans les calculs, nous avons dû retrancher de la largeur du déversoir la correction constante $0^m,021$, dont la détermination a été exposée précédemment (**15**).

Ces expériences, à l'exception de celles du deuxième groupe, étant les premières de celles que j'ai faites sur le débit des déversoirs, je ne connaissais point encore l'importance que j'ai été conduit plus tard à attribuer à la mesure de l'épaisseur e des nappes liquides, de sorte que cette mesure avait été omise : mais il a été facile d'y suppléer à l'aide des observations postérieures résumées dans les tableaux n°s XI, XII, XIII et XIV.

TABLEAU N° XXI.

Sixième série. — *Expériences de l'année 1846. Nappes libres.*

NUMÉROS d'ordre.	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale: J	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale: t	DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEUR du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues: expérimentalement m	VALEUR du facteur (α): théoriquement.	DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience: en plus.	DIFFÉRENCE: en moins.
Hauteur du barrage, S = 0m,340.				*Largeur du déversoir* (réduite), L = 0m,874.					
1	226,0	180,0	22,603	57,7	46,3	0,4212* / 0,4300	0,4492	* 1/16 (1/23)	»
2	374,5	240,0	28,091	65,7	52,9	0,4310* / 0,4286	0,4474	* 1/27 (1/23)	»
3	658,0	240,0	49,356	96,7	78,8	0,4241	0,4411	1/25	»
4	842,0	184,0	82,379	134,0	110,0	0,4340	0,4413	1/60	»
5	705,0	120,5	105,323	155,0	127,7	0,4457* / 0,439	0,4418	(1/158)	1/113 *
6	927,0	120,0	139,386	188,0	156,0	0,4419	0,4414	»	1/883
7	885,0	90,0	177,020	219,0	182,0	0,4462	0,4467	1/893	»
Hauteur du barrage, S = 0m,453.				*Largeur du déversoir* (réduite), L = 1m,175.					
8	961,0	301,0	57,475	89,2	73,8	0,4145	0,4211	1/64	»
9	1018,0	184,5	99,328	127,0	105,5	0,4219	0,4217	»	1/2110
10	1007,0	126,5	143,305	160,0	132,3	0,4302	0,4307	»	1/861
Hauteur du barrage, S = 0m,468.				*Largeur du déversoir* (réduite), L = 1m,595.					
11	657,0	178,5	66,259	79,7	66,1	0,4167	0,4174	1/596	»
12	538,5	120,0	80,784	88,7	73,4	0,4328	0,4206*	»	1/34 *
13	646,0	135,0	86,143	93,7	77,6	0,4251	0,4204	»	1/89
14	723,0	120,0	108,462	110,0	91,4	0,4211	0,4188	»	1/182
Hauteur du barrage, S = 0m,490.				*Largeur du déversoir* (réduite), L = 0m,877.					
15	560,0	299,0	33,716	75,2	62,0	0,4208	0,4227	1/222	»
16	683,0	180,0	68,308	121,0	100,5	0,4180	0,4199	1/221	»
17	964,0	179,5	96,679	148,0	123,0	0,4371	0,4225*	»	1/29 *

Observations. — Les sept résultats dont se compose le premier groupe, permettent de construire une courbe ayant pour coordonnées H et m : or,

cette courbe indique que la première des valeurs du coefficient m est trop faible et devrait être 0,430; d'où il résulte une différence proportionnelle de $\frac{1}{22.6}$ ou $\frac{1}{23}$. Les valeurs n°s 2 et 5 du même coefficient sont, au contraire, un peu trop grandes.

L'ensemble des derniers résultats et de ceux des deux séries précédentes montre que, pour les barrages de 0^m,400 à 0^m,650 de hauteur, la nouvelle formule fournit un degré d'approximation suffisant pour la pratique (*), sans qu'il soit nécessaire d'y appliquer aucun coefficient de correction. Elle présente encore cet avantage pour les barrages de 0^m,34 seulement de hauteur, lorsque la charge du déversoir indiquée par le tube est égale ou supérieure à 0^m,10.

24. La série suivante appartient aux expériences de l'année 1852; elle ne contient qu'un très-petit nombre de résultats, parce que, pour la faible hauteur de barrage (S = 0^m,206) à laquelle elle se rapporte, les nappes cessent d'être libres quand la charge est supérieure à 0^m,075. La largeur du déversoir était de 0^m,292.

TABLEAU N° XXII.

Septième série. — *Nappes libres. Hauteur du barrage*, S = 0^m,206.

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale		DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	h				expérimentalement m	théoriquement.	en plus.	en moins.
1	30	93	51,716	45,0	36,5	0,4187	0,4419	$\frac{1}{18}$ (Moy. $\frac{1}{25}$)	»
2	30	197	74,787	57,7	47,6	0,4172	0,4286	$\frac{1}{38}$	»
3	50	141	104,902	72,7	59,9	0,4137	0,4346	$\frac{1}{20}$	»

(*) Il y a très-probablement quelque inexactitude dans les données relatives aux expériences n°s 12 et 17, car l'on ne saurait admettre que le degré d'approximation de la formule passe brusquement de $\frac{1}{195}$ à $\frac{1}{34}$, ou de $\frac{1}{321}$ à $\frac{1}{30}$.

Les résultats de cette série confirment l'observation relative à l'affaiblissement du degré d'approximation de la formule théorique, pour les petites charges, quand la hauteur du barrage devient très-petite. Ces faibles hauteurs ont encore l'inconvénient pratique d'introduire de l'irrégularité dans le mouvement des nappes liquides, par suite du choc trop rapproché de celles-ci contre le fond du canal d'aval et des réactions qui en résultent; irrégularités qui s'augmentent encore par l'action du remous-tourbillon formé au pied du barrage dans l'angle d'amont que fait celui-ci avec le fond du canal d'alimentation (4).

On conçoit d'ailleurs que ces irrégularités doivent se traduire plus ou moins dans les observations, quelques soins qu'on y apporte : aussi pensons-nous devoir adopter, pour exprimer le degré d'approximation de la formule théorique correspondant aux trois expériences, la moyenne $\frac{1}{25}$.

25. *Nappes noyées en dessous.* — Nous allons maintenant faire connaître et examiner les résultats de nos expériences sur les nappes du second genre : dans cet examen, nous suivrons le même ordre que précédemment, et nous commencerons par la quatrième série, qui est la première de celles dans lesquelles nous avons obtenu les nappes noyées en dessous. La hauteur S du barrage était de $0^m,608$, et la largeur du déversoir $L = 0^m,289$.

TABLEAU N° XXIII.

Quatrieme série. — *Nappes noyées en dessous. Hauteur du barrage,* $S = 0^m,608$.

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS du calcul de la depense expérimentale				DÉPENSE experimentale.	H	e	VALEURS du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience.	
	L'	e'	H'	m'				expérimentalement.	theoriquement.	en plus.	en moins.
1	896	120,0	152	0,479	112,778	323	264,0	0,4800	0,4557		$\frac{1}{20}$
2	896	129,5	163	0,476	124,248	348	286,0	0,4728	0,4540		$\frac{1}{25}$
3	896	140,0	175	0,472	137,128	376	308,5	0,4665	0,4556		$\frac{1}{43}$
4	896	148,0	184	0,466	146,002	394	325,0	0,4612	0,4552		
5	896	149,0	185	0,466	147,205	395	326,0	0,4632	0,4548		
							Moy.	0,4622	0,4550		$\frac{1}{64}$
6	296 896	140,0 137,0	175 171	0,472 0,473	177,990	454	376,0	0,4545	0,4585	$\frac{1}{114}$	
7	296 896	157,0 149,0	194 185	0,462 0,466	198,925	495	412,0	0,4463	0,4583	$\frac{1}{37}$	

Observations. — La courbe MNP (*fig.* 21) représente la loi des variations des coefficients *m* de la formule de Dubuat, et la courbe M'N'P' celle des valeurs théoriques des mêmes coefficients, calculées au moyen de la nouvelle formule : ces lieux géométriques indiquent, par leur intersection, que les valeurs précitées sont identiques pour la charge de $0^m,429$. Le degré d'approximation de la nouvelle formule, qui, dans le cas des nappes libres, n'était que de $\frac{1}{15}$ pour les grandes charges supérieures à $0^m,350$, est au contraire ici très-élevé pour les mêmes charges: il s'abaisse à $\frac{1}{20}$ lorsqu'elles se rapprochent de celle pour laquelle les nappes commencent à être noyées en dessous.

26. Nous passerons maintenant à la cinquième série, pour laquelle $S = 0^m,406$ et $L = 0^m,287$. La dépense expérimentale a été jaugée, comme dans la précédente, au moyen des déversoirs d'amont, en exceptant toutefois l'expérience n° 1, pour laquelle on a employé l'orifice rectangulaire en minces parois de $0^m,20$ de hauteur; la charge sur le centre de cet orifice était $0^m,1735$.

TABLEAU N° XXIV.

Cinquième serie. — *Nappes noyées en dessous. Hauteur du barrage,* S = 0^m,406.

NUMÉROS d'ordre.	ÉLÉMENTS du calcul de la dépense expérimentale				DÉPENSE expéri-mentale.	H	e	VALEURS du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	L'	e'	H'	m'				expérimentalement m	théoriquement.	en plus.	en moins.
1	»	»	»	»	43,424	167	132,0	0,5006	0,4782	»	1/22
2	296	137,0	171	0,472	43,777	171	137,5	0,4872	0,4635		1/21
3	296	154,0	191	0,463	50,643	190	154,0	0,4809	0,4565		1/20
4	296	230,0	277	0,450	86,013	275	228,0	0,4691	0,4507		1/25
5	890	117,5	149	0,480	109,584	333	278,0	0,4486	0,4532	1/98	
6	296 896	117,0 125,0	149 157	0,480 0,478	154,229	421	355,0	0,4441	0,4603	1/27	
7	896 296	132,0 124,5	166 157	0,475 0,477	166,770	445	376,0	0,4419	0,4626	1/21	
8	296 896	130,0 137,0	163 171	0,475 0,472	173,336	457	387,0	0,4414	0,4614	1/22	
9	296 896	154,5 161,5	191 199	0,463 0,460	212,712	537	459,0	0,4253*	0,4637	1/11 *	

Observations. — Les courbes F (H et m), F (H et α) montrent que la charge pour laquelle la valeur théorique de (α) est identique à celle que fournit l'expérience, est 0^m,325.

Dans cette série nous avons atteint la très-grande charge 0^m,537 et nous n'avons plus trouvé, pour la formule théorique, qu'une approximation de $\frac{1}{11}$, moitié seulement de celle qui avait lieu pour H = 0^m,457. Il est possible que ce résultat soit exact, mais nous devons cependant remarquer que, depuis la charge de 0^m,333 jusqu'à cette dernière inclusivement, le coefficient m de la formule de Dubuat ne diminue que très-lentement, tandis que, de H = 0^m,457 à H = 0^m,537, il s'abaisse beaucoup, sans qu'aucune cause apparente puisse expliquer cette variation, qui ne se remarque point dans la valeur théorique (α) de ce coefficient. Il paraît donc très-probable que sa valeur expérimentale est trop faible, ainsi que le degré d'approximation, ce

qui peut provenir d'une erreur dans les données relatives au jaugeage de la dépense.

27. *Expériences de l'année* 1846. — Nous placerons ici les résultats des expériences exécutées en octobre 1846 dans le canal de 70 mètres de longueur de l'observatoire hydraulique. Les charges ont été encore obtenues au moyen d'un tube de $0^m,013$ de diamètre intérieur, mais je ne le laissais immergé contre le plan d'amont du barrage que pendant le temps très-court qui était nécessaire pour mesurer la hauteur de la colonne liquide ; de cette manière, je m'étais affranchi de toute correction, et l'on a pris en conséquence pour L, dans les calculs, la valeur effective de la largeur du déversoir, qui était $0^m,896$.

La hauteur du barrage était $0^m,335$, et la dépense expérimentale a été obtenue dans le bassin de jauge en maçonnerie. La partie de ces expériences qui se rapporte aux nappes non adhérentes est celle qui m'a servi en 1852 pour le jaugeage par les déversoirs.

TABLEAU N° XXV.

Sixième série. — *Expériences de l'année* 1846. *Nappes noyées en dessous*, $S = 0^m,335$.

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale		DÉPENSE expérimentale.	H	e	VALEURS du facteur (α) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	J	t				expérimentalement. m	théoriquement.	en plus.	en moins
1	873,5	124,5	126,303	165,0	131,5	0,4748	0,4777	$\frac{1}{164}$	»
2	975,0	116,0	151,310	189,0	153,0	0,4641	0,4685	$\frac{1}{105}$	»
3	1053,0	110,0	172,328	208,0	169,5	0,4577	0,4655	$\frac{1}{59}$ } Moy. [illegible]	»
4	1222,0	107,5	204,637	233,0	191,0	0,4585	0,4649	$\frac{1}{73}$	»
5	1229,0	89,0	248,488	268,0	222,5	0,4510	0,4597	$\frac{1}{53}$	»
				Nappes adhérentes.					
6	416,0	390,0	19,202	49,2	39,7	0,4434	0,4416	»	$\frac{1}{246}$
7	696,0	290,0	43,205	78,7	60,3	0,4929	0,4930	»	$\frac{1}{4929}$

Observations. — On voit que, pour un barrage de $0^m,335$ de hauteur et jusqu'aux charges de $0^m,270$ au moins, la nouvelle formule reproduit les

dépenses expérimentales avec un degré d'approximation très-élevé. Cette approximation diminue quand la charge augmente, ce qui n'avait lieu, avec le barrage de 0m,406 de hauteur, que pour les charges supérieures à 0m,333, et avec celui de 0m,608 que pour les charges supérieures à 0m,455. On conçoit, en effet, que plus le barrage s'abaisse et plus tôt l'influence du remous d'aval (4) doit devenir prépondérante. Nous voyons ainsi se confirmer pour les nappes de ce genre comme pour celles de la première catégorie, les conséquences que nous avions déduites (16) de considérations générales basées sur la connaissance des phénomènes naturels. Quant aux deux expériences relatives aux nappes adhérentes, pour lesquelles cette influence perturbatrice n'existait pas, la formule donne, comme l'on voit, des résultats sensiblement exacts.

28. Le tableau suivant contient les résultats de la série d'expériences faites en 1852 avec un barrage de 0m,206 de hauteur pour les expériences numérotées 1 et 3, et 0m,209 pour les autres; la largeur du déversoir était de 0m,292.

TABLEAU N° XXVI.

Septième série. — *Nappes noyées en dessous. Hauteur du barrage*, S = 0m,208.

NUMÉROS d'ordre	ÉLÉMENTS DU CALCUL de la dépense expérimentale						DÉPENSE expéri-mentale.	H	e	VALEURS du facteur (m) de la nouvelle formule, obtenues		DIFFÉRENCE proportionnelle entre les résultats de la théorie et ceux de l'expérience	
	o	h	L'	e'	H'	m'				expérimentalement.	théoriquement.	en plus.	en moins.
1	100	175,5	»	»	»	»	22,713	110	89,0	0,4817*	0,4660	»	1/31*
2	»	»	296	117,0	149,0	0,480	36,197	153	126,0	0,4675	0,4636	»	1/120
3	200	134,5	»	»	»	»	37,677	158	129,0	0,4637	0,4612	»	1/186
4	»	»	296	142,0	177,0	0,470	45,881	183	153,0	0,4531	0,4578	1/97	»
5	»	»	296	173,5	212,5	0,457	58,670	218	183,5	0,4456	0,4630	1/26	»
6	»	»	296	98,0	125,0	0,486	107,561	341	290,0	0,4175	0,4930	1/6,5	»
	»	»	896	106,0	129,0	0,432							
7	»	»	896	117,5	149,5	0,480	142,454	406	347,0	0,4260	0,5075	1/5,7	»
	»	»	296	108,0	138,0	0,483							

Observations. — On voit que, malgré la très-petite hauteur de ce barrage, la formule proposée donne encore, jusqu'à la charge de 0m,218, une

approximation dont la plus faible valeur est de $\frac{1}{26}$; pour la charge de $0^m,165$, la dépense théorique est égale à la dépense expérimentale.

Mais pour les très-grandes charges, l'influence perturbatrice du remous d'aval devient tellement prépondérante, que la formule nouvelle ne peut plus être employée sans un coefficient de correction dont la valeur moyenne serait 0,8431, c'est-à-dire qu'elle donne encore, pour ce cas extrême et en dehors des limites ordinaires de la pratique, un degré d'approximation à peu près quadruple de celui que présente la formule de Dubuat, dont le coefficient est 0,4217.

Conséquences générales.

29. En considérant maintenant l'ensemble des résultats qui viennent d'être exposés, on est conduit aux conclusions suivantes :

A chaque hauteur du barrage correspond une charge pour laquelle la dépense théorique est égale à la dépense expérimentale.

A partir de cette charge, le degré d'approximation fourni par la nouvelle formule, d'abord très-élevé, va en diminuant. Pour les barrages hauts, qui ne donnent lieu qu'à des nappes libres, c'est aux faibles charges que correspond la plus grande approximation.

Nappes libres. — 1°. Le degré d'approximation de la nouvelle formule est de $\frac{1}{50}$, ou plus élevé, c'est-à-dire suffisant dans tous les cas de la pratique :

Pour toutes les charges du déversoir, quand la hauteur du barrage est comprise entre $0^m,400$ et $0^m,500$. Ainsi, pour ces barrages, la nouvelle formule peut être admise, sans restriction ni correction, dans la pratique.

On obtient la même approximation avec les barrages de $0^m,300$ à $0^m,350$ de hauteur quand la charge est supérieure à $0^m,120$.

Il en est de même des barrages de $0^m,600$ environ de hauteur, les charges étant comprises entre $0^m,075$ et $0^m,175$.

Enfin, pour les barrages de 1 mètre à $1^m,20$ de hauteur, quand la charge est inférieure à $0^m,120$.

2°. La nouvelle formule donne encore une approximation de $\frac{1}{25}$ ou supérieure :

Pour les barrages de $0^m,600$ environ de hauteur et toutes les charges ;

Pour ceux de $0^m,200$ et les charges très-limitées pour lesquelles les nappes ne sont point noyées en dessous;

Pour les barrages de $0^m,300$ à $0^m,350$ de hauteur et les charges supérieures à $0^m,060$;

Pour les barrages de $0^m,800$ environ de hauteur quand la charge est inférieure à $0^m,190$;

Enfin, avec les barrages de 1 mètre à $1^m,20$ de hauteur pour les charges inférieures à $0^m,130$.

3°. La plus petite valeur de l'approximation fournie par la nouvelle formule est de $\frac{1}{15}$.

Nappes noyées en dessous. — 1°. Le degré d'approximation de la dépense théorique est de $\frac{1}{50}$, ou plus élevé, c'est-à-dire suffisant dans les applications pratiques :

Pour toutes les charges quand la hauteur du barrage est de $0^m,30$ à $0^m,35$;

Pour les charges inférieures à $0^m,200$ avec les barrages de $0^m,200$ environ de hauteur;

Pour les charges comprises entre $0^m,280$ et $0^m,400$ quand la hauteur du barrage est d'environ $0^m,400$;

Enfin, pour les charges de $0^m,380$ à $0^m,480$ quand cette hauteur est d'environ $0^m,600$.

2°. La formule dont il s'agit fournit encore une approximation de $\frac{1}{25}$ ou supérieure :

Pour toutes les charges quand la hauteur du barrage est de $0^m,600$ environ;

Pour les charges de $0^m,225$ à $0^m,360$ et les barrages de $0^m,400$ environ de hauteur;

Pour les charges inférieures à $0^m,220$ quand la hauteur du barrage est de $0^m,200$ à $0^m,210$.

3°. En exceptant le cas des barrages très-bas avec de grandes charges, qui ne peut qu'être très-rare dans la pratique, et doit y être évité, la plus petite approximation fournie par la dépense théorique est de $\frac{1}{20}$ jusqu'aux charges extrêmes de $0^m,500$.

Les variations qui se présentent dans le degré d'exactitude pratique de notre formule trouvent, comme on l'a vu (16), leur explication dans l'examen des phénomènes naturels. Assurément, nous ne saurions espérer que ces

considérations soient complètes, ni même être certain qu'elles sont exactes, car il reste encore trop d'obscurité dans les notions que l'on possède sur les mouvements des molécules ou même des masses liquides. Mais nous n'avons pas cru devoir nous borner à un simple exposé des résultats d'expérience, parce que les essais de théories ou d'explications, quelque imparfaits qu'ils soient, sont un des moyens par lesquels les sciences marchent vers la vérité; et n'eussent-ils d'autre utilité que de provoquer des travaux qui plus tard les détruisent, ce serait toujours un tort que de taire, dans la crainte de la critique, des réflexions suggérées par la vue des faits.

30. *Examen des expériences dues antérieurement à divers auteurs.* — Il n'existe qu'un bien petit nombre d'éléments pour l'étude comparative que nous voudrions pouvoir faire ici. En effet, aucun des observateurs précédents n'a établi la distinction des différentes espèces de nappes; quelques-uns n'ont point indiqué la hauteur ou même la forme du barrage dont ils se sont servis, d'autres le point de départ adopté pour la mesure des charges. Celles qu'indique M. Bidone, et les valeurs correspondantes de l'épaisseur e de la nappe, laissent trop d'incertitude, comme on peut s'en convaincre par l'examen de ces valeurs, savoir :

H.......	74	— 95	— 115	— 149	— 169	— 196;
$\frac{H}{e}$.......	1,222	— 1,254	— 1,275	— 1,269	— 1,304	— 1,217.

Le rapport $\frac{H}{e}$, bien que variant irrégulièrement, paraît augmenter ici avec la charge H, tandis que les nombreuses observations consignées dans les tableaux XIII et XIV prouvent qu'entre les mêmes limites des charges, ce rapport varie régulièrement dans le sens inverse.

Dubuat (*) a fait cinq expériences sans contraction latérale, dans un canal rectangulaire de $0^m,487$ de largeur, barré par une planche de $0^m,110$ seulement de hauteur et de $0^m,027$ d'épaisseur, équarrie au sommet; circonstance différente de celle du barrage à biseau que nous avons employé, et qui a pour effet aux faibles charges de faire adhérer la nappe contre la plate-forme

(*) *Principes d'Hydraulique*, tome II, section II, chapitre I.

horizontale supérieure: en outre, la manière dont l'auteur désigne les charges laisse de l'incertitude sur leur valeur exacte. Enfin, dans trois de ces cinq expériences, l'eau d'aval s'élevait jusqu'à une distance du sommet du barrage, nulle ou égale à $0^m,018$ seulement; dans la quatrième et la cinquième, la nappe tombait sur la surface d'un réservoir dont la hauteur n'est pas indiquée. Pour une seule de ces expériences, Dubuat dit que «... l'eau re» versait en l'air et *faisait nappe*.... » Mais ici la charge qu'il indique n'était que de $0^m,034$; de sorte que l'adhérence à la plate-forme du barrage devait diminuer la dépense, sans préjudice de l'influence que pouvait exercer, dans le même sens, la hauteur inconnue de la surface liquide sur laquelle tombait la nappe.

M. Castel a fait avec beaucoup de soin, en 1835, au château d'eau de Toulouse, un grand nombre d'expériences sur des déversoirs verticaux en minces parois placés à l'extrémité d'un canal horizontal (*). L'eau d'alimentation, fournie par une colonne verticale de $9^m,95$ de hauteur, était projetée, à $5^m,50$ en amont des déversoirs avec une grande vitesse, dans une petite caisse en zinc placée sur le fond de ce canal. Il résultait de ce mode d'alimentation des impulsions perturbatrices sur la masse liquide qui se rendait au déversoir; aussi M. Castel a-t-il été obligé, pour les amortir, d'établir en travers du canal, d'abord un diaphragme percé d'un orifice avec contraction sur les côtés horizontaux, puis une toile métallique, puis enfin successivement deux écrans verticaux forçant l'eau à passer par l'ouverture qu'ils laissaient entre leur côté inférieur et le fond du canal : la hauteur de cette ouverture a varié dans le cours des expériences, ainsi que la distance du dernier écran au déversoir. On a sans doute, par ce procédé, calmé l'agitation de l'eau dans la plupart des cas; mais on a créé, à une petite distance du déversoir, des vitesses initiales de la veine liquide et des mouvements de fond tout à fait différents de ceux qui se produisent dans un canal non obstrué; de sorte que, pour comparer ces expériences à des recherches faites dans des circonstances normales, il faut se borner aux résultats qui se rapportent au cas où la section du déversoir était assez petite par rapport à celle de l'eau dans le canal, pour que les vitesses dont il s'agit fussent très-faibles. C'est

(*) *Mémoires de l'Académie de Toulouse*, tome IV, partie I (1837).

ce qui ne pouvait avoir lieu dans des expériences faites sur des déversoirs de même largeur que le canal, d'autant plus que la hauteur du barrage, d'abord de $0^m,032$ seulement, puis successivement augmentée, n'a pas dépassé $0^m,225$. On ne trouve point d'ailleurs dans le Mémoire où sont relatées ces expériences, ni la distance (*) des écrans au déversoir, ni la hauteur de l'orifice variable qu'ils laissaient entre eux et le fond du canal; de sorte que tout essai de correction ne saurait être que conjectural.

Expériences de M. Lesbros. — Parmi les nombreuses expériences que M. Lesbros a faites (**) pour compléter celles qu'il avait entreprises en commun avec M. Poncelet, on trouve une série relative au cas des barrages verticaux à arête vive de $0^m,540$ de hauteur, établis en travers d'un canal horizontal de $0^m,20$ de largeur; mais le dispositif présente des circonstances étrangères aux cas pratiques que nous avons considérés. Ainsi ce canal, qui n'avait que $1^m,95$ de long, était alimenté, sans transition ni raccordement, par un grand réservoir rectangulaire, ce qui produisait un rétrécissement brusque et considérable dans la section liquide, à une faible distance du déversoir. Il en est résulté à cet endroit une perte de force vive dont l'auteur ne tient point compte, et qui a dû exercer sur les coefficients de l'ancienne formule une influence variable avec la grandeur des charges, M. Lesbros continuant à prendre pour mesure de celles-ci la hauteur du niveau tranquille dans le grand réservoir au-dessus du seuil du déversoir. Cet ingénieur donne, pour une seule des expériences dont il s'agit, les cotes d'un grand nombre de points du profil longitudinal ondulé de la surface liquide; la hauteur du niveau dans le réservoir était de $0^m,1551$. Ce profil présente à l'entrée du canal une chute de $3^{mm},2$ dont le point inférieur appartient à une section contractée à partir de laquelle la surface liquide se relève progressivement de $1^{mm},3$ pour aboutir à une partie horizontale en aval de laquelle se produit la dépression ordinaire des déversoirs.

Il en résulte que cette dépression commence ici à $0^m,80$ en amont du barrage, tandis que, d'après nos recherches de l'année 1847 (6), elle com-

(*) Dans une série d'expériences sur le cas des deversoirs avec contraction latérale, celle distance était de $1^m,30$.

(**) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau....* (Paris, 1851.)

mencerait à $1^{m},50$ environ, dans un long canal à surface entièrement libre. Quant à la valeur de la charge, il est évident qu'elle doit être plus petite que la hauteur du niveau dans le réservoir ; mais, d'un autre côté, si on la prend au point où commence la dépression, il faudrait tenir compte de l'impulsion dynamique produite sur la masse entière du remous en vertu de l'excès de la vitesse de l'eau dans la section contractée sur celle qui a lieu dans la section initiale de la nappe, impulsion qui refoule le remous vers le déversoir.

Quant à la valeur qu'il faudrait donner à H dans le facteur LH de la formule de Dubuat, on ne saurait, sans s'écarter de l'idée qui sert de base à cette formule, lui en attribuer une autre que celle de la hauteur du niveau dans le canal à l'origine du déversoir, c'est-à-dire de la dépression de la nappe. Ainsi, les coefficients calculés par M. Lesbros sont un peu trop faibles pour les cas analogues au dispositif dont il s'agit, et ils le sont vraisemblablement d'autant plus que la hauteur du niveau dans le réservoir est plus considérable. Enfin ces coefficients varient en sens inverse des charges adoptées par l'auteur, tandis que dans toutes nos expériences sur les canaux à surfaces libres, nous avons obtenu un ordre de variation inverse, au moins jusqu'à la plus forte des charges employées par M. Lesbros, qui est $0^{m},244$.

Les mêmes observations s'appliquent, à plus forte raison, à une autre série d'expériences effectuées par le même ingénieur sur des barrages de différentes hauteurs et de $0^{m},202$ de large, placés à l'extrémité d'aval d'un canal horizontal de 3 mètres de longueur. En effet, ce canal était alimenté par un orifice à minces parois de $0^{m},05$ de hauteur dont il prolongeait le seuil et les côtés verticaux ; de sorte que la veine liquide, jaillissant de cet orifice, devait encore exercer sur le remous d'amont du déversoir une influence perturbatrice qui variait avec la vitesse de cette veine, influence en quelque sorte comparable à celle des écrans dans les expériences de M. Castel, et à celle de la section contractée dans les circonstances qui viennent de nous occuper.

Les profils de la surface liquide dans le canal, que donne M. Lesbros, présentent en général, comme précédemment, une section contractée en aval de l'orifice, puis la surface liquide se relève, mais beaucoup plus que dans le premier dispositif, et présente une partie horizontale à l'extrémité de laquelle commence la nappe du déversoir. Ici l'auteur ne prend plus la charge

égale à la hauteur du niveau dans le réservoir, mais à celle de la surface horizontale dans le canal, augmentée de la hauteur due à la vitesse moyenne v de la section du canal en cet endroit, d'où résulte la formule

$$(1) \qquad L\left(H + \frac{v^2}{2g}\right)\sqrt{2g\left(H + \frac{v^2}{2g}\right)}.$$

Les coefficients de cette formule sont d'ailleurs tout aussi variables que ceux de la formule

$$(2) \qquad LH\sqrt{2gH},$$

et comme, en outre, les valeurs absolues de ces coefficients sont plus petites, il en résulte que la formule (2) lui est préférable sous le rapport du degré d'approximation comme sous celui de la simplicité.

Nous avons vu que, pour le dispositif précédent, les coefficients de la formule (2), calculés par M. Lesbros, diminuaient quand la charge augmentait. Si nous extrayons maintenant du tableau des dernières expériences les résultats qui correspondent aux deux hauteurs de barrages les moins différentes, nous trouvons, toutes les dimensions étant exprimées en millimètres :

CHARGE sur le seuil de l'orifice d'amont.	HAUTEUR du barrage.	CHARGE statique du déversoir H	$H + \frac{v^2}{2g}$.	COEFFICIENTS	
				de la formule (2).	de la formule (1).
mm 71,6	mm 50	mm 22,8	mm 23,0	0,273	0,270
237,5	48	95,5	105,3	0,476	0,411

Ici les coefficients augmentent considérablement avec la charge et suivant des proportions qu'on ne rencontre dans aucune autre série d'expériences sur les déversoirs, résultat qui ne paraît pouvoir s'expliquer que par l'influence de la force impulsive de la veine liquide jaillissant de l'orifice d'amont contre la masse interposée entre elle et le déversoir.

31. *Examen de l'influence de la largeur des barrages-déversoirs.* — M. Lesbros, comparant les résultats de ses expériences sur les déversoirs de $0^m,20$ de largeur avec contraction latérale, à ceux qui ont été obtenus par d'autres auteurs pour le même cas, mais en employant des dimen-

sions très-différentes, a reconnu que les coefficients de la formule $LH\sqrt{2gH}$ sont indépendants de la largeur du déversoir, pourvu que celle-ci n'excède pas $\frac{1}{10}$ de la largeur propre du réservoir, et soit supérieure à $0^m,08$.

Il ne faudrait cependant point trop se hâter d'en conclure que, dans ce cas, la dépense des déversoirs est exactement proportionnelle à leur largeur, car la courbure transversale des nappes varie avec cette dimension, et le fait de la non-variation des coefficients pourrait bien provenir d'une compensation entre deux influences inverses.

Il ne nous paraîtrait pas rigoureux, à plus forte raison, d'appliquer, sans examen préalable, cette conclusion aux barrages-déversoirs alimentés par un canal de même largeur, parce qu'alors la contraction latérale est remplacée par la résistance des parois du canal au mouvement de la veine, et que cette dernière influence peut, dans certains cas, être comparable à la première, comme nous l'avons remarqué, ainsi que M. Lesbros. Il est même à peu près certain, lorsqu'on prend les choses en toute rigueur, que la dépense d'un barrage-déversoir, par mètre courant de sa largeur, n'est pas indépendante de cette dimension, car, dans le canal d'amont, les filets liquides ont des vitesses croissantes, depuis les parois latérales jusqu'à vers le milieu, suivant une certaine fonction qui dépend de l'écartement total des parois. Plusieurs observations faites à ce sujet nous ont appris que la courbe qui représente cette fonction a une courbure d'autant plus prononcée que la distance réciproque des parois est plus faible, c'est-à-dire que la vitesse relative des filets est plus grande dans les canaux étroits que dans les canaux larges. D'un autre côté, leur vitesse absolue, c'est-à-dire le mouvement général de translation du courant, est retardé par le rapprochement des parois, de sorte que la largeur du canal introduit deux causes de variation inverses, dont l'une peut prédominer dans certains cas, et la seconde dans d'autres.

Si l'on considère maintenant ces causes au point de vue de leurs conséquences pratiques, on doit reconnaître qu'à l'exception des barrages très-bas et des faibles charges dans les canaux à forte pente, elles ne sauraient avoir qu'une influence négligeable. En effet, les profils transversaux du courant liquide étant rectilignes, la charge et la chute superficielle de la nappe sont les mêmes sur tous les points de la largeur du déversoir, et les vitesses dues à cette chute sont d'ailleurs de beaucoup supérieures à celles qui ont lieu

dans le canal en amont de la section initiale du déversoir. En outre, la force retardatrice provenant des parois du canal, depuis cette section initiale jusqu'au barrage, n'est qu'une fraction très-petite de la chute dont il s'agit, lorsque l'on reste toutefois dans les limites des dimensions qui se présentent dans la pratique.

Les résultats directs de l'expérience s'accordent d'ailleurs avec ces conséquences rationnelles, ainsi que le montre le tableau suivant dans lequel nous avons compris, en même temps que des résultats de nos expériences de l'année 1846 relatifs aux nappes libres, deux de ceux de M. Castel, qui paraissent comparables entre eux, s'ils ne le sont point avec les autres :

TABLEAU N° XXVII.

	NUMÉROS d'ordre.	HAUTEUR du barrage.	CHARGE du déversoir.	LARGEUR du déversoir.	COEFFICIENTS de la formule de Dubuat.	DIFFÉRENCES proportionnelles
Expériences de de M. Castel.	1	170	49,4	737	0,441	$\frac{1}{147}$
			49,8	361	0,444	
	2	170	80,4	361	0,448	$\frac{1}{64}$
			80,6	737	0,441	
	3	490	75,2	898	0,421	$\frac{1}{105}$
		468	79,7	1616	0,417	
	4	453	127,0	1196	0,422	$\frac{1}{105}$
		490	121,0	898	0,418	
	5	490	148,0	898	0,437	$\frac{1}{145}$
		540		200*	0,434 (*)	

(*) Ce dernier coefficient est un de ceux que M. Lesbros a calculés d'après les expériences relatives à son premier dispositif (**30**). Nous l'avons compris dans ce tableau comparatif, parce que, d'après les cotes du profil relatif à la charge de $0^m,155$, nous étions sûr que, pour celle de $0^m,148$, l'erreur dans l'estimation de cette quantité ne pouvait être que relativement faible. Quant aux charges inférieures à celle-ci, les coefficients tirés des expériences de M. Lesbros diffèrent en sens inverse, et beaucoup plus, de ceux qui résultent des nôtres, effectuées, en 1846, sur les barrages de $0^m,490$ et $0^m,468$ de hauteur, c'est-à-dire les plus rapprochés de celui de M. Lesbros, qui était élevé de $0^m,540$; ce qui tient à l'entière liberté avec laquelle les nappes obtenues par cet ingénieur tombaient et s'épanouissaient dans l'atmosphère. Pour les charges supérieures, au contraire, les phénomènes anormaux de l'alimentation devenaient prédominants et tendaient à la diminution des coefficients. Voir l'ouvrage intitulé : *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau, etc.* Paris, 1851; page 494.

En remarquant que, d'après les considérations précédentes, l'influence de la largeur du barrage doit être plus grande pour les petites charges que pour

les autres, on voit que cette influence est pratiquement négligeable. En outre, les résultats précédents tendent à faire penser que, dans les limites de la largeur où ils sont compris, la dépense par mètre courant, sous les petites charges, augmente un peu quand la largeur du canal diminue, ce qui s'accorde d'ailleurs avec les considérations générales que nous venons d'exposer.

52. *Observation relative aux déversoirs sans barrage.*— On a fait à la nouvelle formule ce reproche que, pour $S = o$, c'est-à-dire quand la hauteur du barrage est nulle, elle donne une dépense infinie; reproche qui pourrait tout aussi bien s'adresser à la formule générale de l'écoulement des liquides, dans laquelle le diviseur

$$\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{O^2}}$$

devient nul lorsque l'on suppose l'aire O de la section d'alimentation égale à celle ω de l'orifice d'écoulement. Cela prouve seulement que la *mécanique des masses* est insuffisante pour représenter mathématiquement les effets de toutes les influences mises en jeu dans les mouvements des fluides, surtout dans l'ignorance où nous sommes des lois qui en régissent les forces intérieures. En outre, il faut remarquer, en ce qui concerne spécialement les barrages-déversoirs, que l'hypothèse de $S = o$ supprime une partie importante des phénomènes, savoir, le mouvement ascensionnel des particules liquides inférieures; de sorte qu'il ne reste plus, des deux considérations principales sur lesquelles nous avons basé la nouvelle formule, que celle qui consiste à évaluer la vitesse théorique d'écoulement par la chute superficielle, et non par la charge entière du déversoir. Ce qu'il y aurait donc à faire dans le cas d'un déversoir sans barrage, ce serait de supprimer, en même temps que les phénomènes dus à la hauteur des barrages, le terme de notre formule qui est destiné à en tenir compte, et d'employer alors la formule simplifiée

$$(5) \qquad LH\sqrt{2g\,(H - e)}.$$

Nous observerons d'ailleurs qu'au point de vue du jaugeage des cours d'eau, la difficulté dont il s'agit n'a aucune importance pratique, car alors le barrage est établi dans l'intérieur du courant, et, lorsqu'on abaisse progressivement

sa hauteur, il se trouve bientôt noyé, de sorte que la chute superficielle $H - e$ diminue et devient nulle en même temps (*).

33. Mais il n'en serait point de même de l'objection qui consisterait à remarquer que la formule dont il s'agit exprime d'une manière générale que la dépense des déversoirs augmente à mesure que la hauteur du barrage diminue, conséquence que l'expérience ne confirme pas toujours. Ici, nous observerons que la question doit être partagée en deux, savoir : celle des circonstances principales représentées par cette formule, et celle des influences secondaires que l'état actuel des connaissances hydrauliques ne permet point d'y comprendre, influences que nous avons signalées et expliquées autant qu'il nous a été donné de le faire. Or, en thèse générale, il est bien évident que, toutes choses étant égales d'ailleurs, quand la hauteur du barrage diminue, la section d'amont dans le canal diminue en même temps, et que, par conséquent, la vitesse initiale de la veine liquide augmente, ce qui doit faire croître la dépense relative à une charge donnée si des phénomènes particuliers ne s'interposent. Ces phénomènes sont l'augmentation de la con-

(*) Si le cas où la hauteur du barrage serait nulle n'est point réalisable dans l'intérieur des canaux, il est facile, au contraire, de le produire à leur extrémité lorsqu'elle est libre, car il suffit d'y laisser couler sans obstacle un courant liquide. M. Lesbros a fait quelques expériences à ce sujet, dans un canal de $2^m,50$ de longueur avec la largeur de $0^m,20$; mais ce canal était encore alimenté par un réservoir à grande section sans raccordement latéral ni de fond, de sorte qu'il s'y produisait à l'entrée une contraction et une chute superficielle, croissantes avec les charges. En outre, l'extrémité du canal, au lieu d'être libre, avait été rétrécie par deux parois latérales à biseau, s'avançant de $0^m,020$ de chaque côté : aussi le profil transversal de la nappe présente-t-il en cet endroit une concavité onduleuse. Nous ne pouvons donc nous servir des résultats de ces expériences pour vérifier la formule (β), qui nous paraît convenir pour ce genre d'écoulement. M. Lesbros, continuant à prendre pour charges du déversoir, la hauteur du niveau horizontal dans le grand réservoir, trouve que les coefficients de la formule de Dubuat sont plus faibles que quand, toutes choses étant égales d'ailleurs, le déversoir est produit par un barrage de $0^m,540$ de hauteur, et qu'ils sont même inférieurs à ceux des déversoirs avec contraction latérale complète : la diminution est de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{12}$ relativement au premier cas, et de $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{16}$ lorsqu'on part du second. Nous ne pensons pas qu'il soit possible d'admettre ces conclusions avant d'avoir effectué, dans la mesure des charges, les modifications que nécessitent évidemment les mouvements particuliers et les pertes de chute produits dans le canal par le mode d'alimentation. Nous devons enfin remarquer que, dans un canal à courant libre terminé par un déversoir sans barrage, il faut remonter très-loin en amont pour trouver le point de départ de la dépression relative à ce genre de déversoirs, et que la détermination des éléments du calcul est difficile ; de sorte que ce n'est point par ce mode d'écoulement qu'il convient d'évaluer le débit des canaux.

traction sur le seuil du déversoir et la réaction des remous d'amont et d'aval formés au pied du barrage, l'accroissement de la pression de l'air sous les nappes libres; enfin, dans certains cas, l'affaiblissement de l'accélération due à la chute de la nappe en aval du déversoir.

54. *Des corrections expérimentales de la nouvelle formule.* — Au point de vue de l'utilité pratique, ce qu'il est réellement important de considérer, c'est le degré d'approximation fourni, dans les divers cas qui peuvent se présenter, par la nouvelle formule employée sans coefficients de correction. L'examen qui en a été fait nous donne l'espoir que cette formule sera regardée par les ingénieurs comme constituant un progrès réel et considérable par rapport à l'ancienne, qui donnait des dépenses variant du double au triple des dépenses expérimentales. Mais il résulte en même temps de cet examen, que si, dans un grand nombre de cas, les résultats théoriques sont suffisamment exacts, il en est d'autres aussi pour lesquels leur degré d'approximation n'est plus que de $\frac{1}{16}$ à $\frac{1}{20}$, de sorte qu'alors une correction expérimentale peut devenir nécessaire. Pour éviter aux ingénieurs tout embarras à cet égard, nous avons formé le tableau suivant (*), qui permettra de calculer dans tous les cas, à l'aide de la nouvelle formule et avec une approximation de $\frac{1}{60}$ au moins, la dépense des déversoirs types (1) dont il s'est agi jusqu'à présent, les charges étant comprises entre $0^m,040$ et $0^m,500$, les hauteurs de barrages entre $0^m,200$ et $1^m,120$:

(*) Pour composer ce tableau, on a pris sur les courbes F (H et m), F (H et α) les valeurs expérimentales du coefficient m de la formule de Dubuat et les valeurs théoriques du facteur (α) de la nouvelle formule, correspondantes aux mêmes charges croissantes de dix en dix millimètres; puis on a calculé les rapports de ces valeurs, et enfin on a partagé ces rapports en séries pour chacune desquelles leur moyenne ne différait que de $\frac{1}{50}$ *au plus* des valeurs extrêmes.

Tableau N° XXVIII.

Valeurs des coefficients expérimentaux qui doivent être appliqués à la nouvelle formule pour qu'elle fournisse la dépense effective des barrages types avec une approximation de $\frac{1}{50}$ ou d'un degré supérieur.

Charges du déversoir	1°. Pour les nappes libres et des barrages dont les hauteurs sont de :								2°. Pour les nappes noyées en dessous et des barrages dont les hauteurs sont de :				Charges du déversoir
	200 à 210.	325 à 350.	400 à 420.	450 à 500.	600 à 620.	800 à 820.	900 à 920.	1100 à 1120.	200 à 210.	330 à 340.	400 à 410.	600 à 610.	
40													40
50			0,979				Point de coefficient						50
60	0,960				0,969			Point de coefficient.					60
70		0,964											70
80													80
90													90
100	Les nappes ne sont plus libres								1,03				100
110													110
120			Point de coefficient.	Point de coefficient		1,03	1,05						120
130													130
140		Les nappes ne sont plus libres à moins que le tube ne reste en permanence contre le barrage, et alors aucun coefficient n'est nécessaire.			Point de coefficient.								140
150													150
160									Point de coefficient				160
170													170
180													180
190			Les nappes ne sont plus libres.							Point de coefficient			190
200													200
220									0,961		1,045		220
240													240
260				Les nappes ne sont plus libres.	1,036			1,05					260
280									0,904				280
300													300
320													320
340							1,07			Les expériences ne vont pas plus loin.	Pas de coefficient.		340
360					Les nappes ne sont plus libres.	1,07			0,844			1,045	360
380													380
400										"			400
420										"			420
440										"	0,952		440
460									Les expériences ne vont pas plus loin	"		Point de coefficient	460
480										"			480
500										"			500

Observations et applications. — On voit que les coefficients à employer sont en très-petit nombre. Les charges ont, d'ailleurs, été portées à une grandeur suffisante, dans nos expériences, pour suffire à toutes les applications. Quant à la hauteur du barrage, il est certain que les cours d'eau profonds en exigeront une plus grande; mais on doit remarquer qu'il sera dans ce cas très-facile de ramener les circonstances de l'écoulement à celles qui ont lieu lorsque le barrage n'a que $1^m,10$ de hauteur, car il suffira d'établir en amont et en aval du pied du barrage un plancher qui exhausse de la quantité nécessaire le fond du canal (*).

La formule qui nous occupe présente encore, pour les applications au jaugeage des cours d'eau, cet avantage que, contenant la hauteur du barrage, elle pourra servir à déterminer à l'avance cette hauteur, de manière à ne point faire gonfler le courant au-dessus de ses rives : il suffira pour cela de faire un calcul préalable et grossièrement approximatif du débit du cours d'eau en jetant un flotteur dans le thalweg et multipliant l'aire de la section liquide par les 0,82 de la vitesse de ce flotteur.

34 *bis. Remarque relative à la possibilité d'admettre une valeur constante pour le facteur* $\sqrt{1-k}$. — Dans notre premier Mémoire, inséré au XXXIIIe cahier du *Journal de l'École Polytechnique,* nous avions cru pouvoir conclure des expériences de l'année 1846 sur les nappes libres que, dans ce cas, l'on pouvait se dispenser du calcul du facteur $\sqrt{1-k}$ de la formule nouvelle, en attribuant à ce facteur une valeur moyenne constante. Les limites de ces expériences s'étant considérablement étendues en 1852, nous avons dû rechercher si la conclusion dont il s'agit était applicable à leur ensemble, et l'on a, à cet effet, calculé les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$. Il résulte de ces calculs que la valeur moyenne à attribuer à ce facteur n'est point la même pour les différentes hauteurs S du barrage, et que le degré d'approximation de cette valeur moyenne varie beaucoup avec ces hauteurs. Ainsi, pour $S = 1^m,109$ la moyenne dont il

(*) Une longueur de madrier de sapin du commerce suffira de chaque côté; le panneau étant préparé, on attachera en dessous des croisillons verticaux formant support et quelques grosses pierres, puis on l'immergera.

s'agit serait 0,4106; la valeur particulière qui s'en écarte le plus est 0,4170, et la différence proportionnelle $\frac{1}{65}$. Pour $S = 0^m,815$, nous avons obtenu la moyenne 0,4185, qui diffère de $\frac{1}{50}$ de la valeur qui s'en écarte le plus. Enfin pour $S = 0,613$, la moyenne serait 0,4087, qui diffère de $\frac{1}{38}$ des valeurs extrêmes. Nous pensons qu'il convient de renoncer à cette simplification, rendue d'ailleurs inutile par les Tables de $H - e$ et de $\frac{H}{e}$, qui ont été dressées d'après l'ensemble de nos expériences (*).

33. *Coefficients de la formule de Dubuat.* — Malgré les considérations diverses qui font ressortir les avantages de la formule proposée, nous avons, pour faciliter l'emploi de l'ancienne, composé les deux tableaux suivants :

(*) M. Lesbros, remarquant que, pour des charges comprises entre $0^m,06$ et $0^m,22$, la moyenne 0,434 des coefficients de la formule de Dubuat tirés de ses propres expériences ne diffère que de $\frac{1}{108}$ des valeurs extrêmes, tandis que la moyenne des valeurs du facteur $\sqrt{1-k}$ déduites de nos premières expériences de l'année 1846 diffère de $\frac{1}{43}$ de celles qui s'en écartent le plus, en a conclu, d'une manière générale, que l'emploi de l'ancienne formule est préférable à celui de la nouvelle : mais il faut observer que les circonstances particulières des expériences de M. Lesbros et la quantité qu'il adopte pour mesure des charges tendent à égaliser entre elles les valeurs des coefficients. Pour comparer la formule de Dubuat à la nôtre, même au point de vue où se place M. Lesbros, il eût évidemment fallu partir des mêmes expériences et non point d'expériences dissemblables. Or il résulte des calculs mêmes de cet ingénieur, que la valeur moyenne des coefficients de la formule de Dubuat correspondant à notre série d'expériences diffère de $\frac{1}{33}$ des valeurs extrêmes, tandis que celle du facteur $\sqrt{1-k}$ est approximative à $\frac{1}{75}$ près; de sorte que les conclusions à tirer de ce mode d'appréciation sont précisément inverses de celles qui en ont été déduites. Cette conséquence trouve d'ailleurs une confirmation remarquable dans les résultats beaucoup plus étendus des expériences de l'année 1852 : ainsi, tandis que, pour les hauteurs de barrages $1^m,109$, $0^m,815$ et $0^m,613$, la moyenne des valeurs du facteur $\sqrt{1-k}$ fournit les approximations respectives de $\frac{1}{95}$, $\frac{2}{58}$, $\frac{1}{77}$, celles que donne la moyenne des coefficients de l'ancienne formule ne sont que de $\frac{1}{38}$, $\frac{1}{35}$, $\frac{1}{37}$, c'est-à-dire environ moitié moindres.

TABLEAU N° XXIX.

Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal et présentant au sommet un biseau avec arête vive.

1°. Nappes libres, ou detachées du barrage en aval.

CHARGES du déversoir.	Coefficients de la formule $LH\sqrt{2gH}$, correspondant à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont :																			CHARGES du déversoir.
	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	650.	700.	750.	800.	850.	900.	950.	1000.	1050.	1100.	
40(*)	0,421	0,425	0,426	0,424	0,418	0,411	0,408	0,405	0,402	0,402	0,404	0,407	0,413	0,420	0,425	0,423	0,418	0,413	0,408	40
50	0,419	0,422	0,423	0,422	0,419	0,415	0,409	0,404	0,399	0,397	0,398	0,402	0,409	0,419	0,423	0,421	0,416	0,411	0,406	50
60	0,416	0,420	0,422	0,420	0,414	0,407	0,404	0,400	0,398	0,398	0,400	0,404	0,410	0,419	0,422	0,420	0,416	0,411	0,406	60
70	0,418	0,420	0,422	0,420	0,415	0,409	0,404	0,400	0,398	0,398	0,400	0,404	0,410	0,419	0,422	0,420	0,416	0,414	0,406	70
80	0,418	0,422	0,424	0,421	0,415	0,409	0,405	0,402	0,399	0,399	0,401	0,405	0,411	0,419	0,422	0,420	0,416	0,411	0,406	80
90		″	0,424	0,423	0,422	0,419	0,416	0,412	0,408	0,406	0,407	0,409	0,413	0,417	0,419	0,419	0,416	0,413	0,409	90
100			0,425	0,425	0,424	0,422	0,418	0,414	0,410	0,409	0,409	0,410	0,413	0,417	0,419	0,419	0,416	0,414	0,411	100
120			0,428	0,429	0,427	0,425	0,421	0,417	0,411	0,409	0,409	0,410	0,412	0,416	0,420	0,420	0,419	0,416	0,413	120
140				0,434	0,432	0,429	0,424	0,418	0,413	0,410	0,408	0,408	0,410	0,416	0,422	0,425	0,424	0,420	0,414	140
160					0,436	0,434	0,430	0,425	0,418	0,412	0,408	0,408	0,410	0,418	0,426	0,427	0,425	0,420	0,415	160
180						0,435	0,432	0,428	0,424	0,419	0,416	0,415	0,417	0,422	0,428	0,427	0,424	0,420	0,416	180
200							0,436	0,434	0,431	0,428	0,427	0,426	0,428	0,429	0,430	0,429	0,426	0,422	0,418	200
220								0,438	0,435	0,433	0,432	0,432	0,433	0,433	0,432	0,430	0,428	0,424	0,419	220
240								0,438	0,435	0,434	0,434	0,436	0,437	0,437	0,434	0,432	0,429	0,426	0,423	240
260									0,435	0,436	0,437	0,438	0,439	0,439	0,437	0,434	0,431	0,428	0,425	260
280									0,437	0,438	0,439	0,439	0,441	0,441	0,440	0,437	0,434	0,430	0,427	280
300										0,439	0,441	0,441	0,444	0,445	0,444	0,442	0,437	0,432	0,427	300
320													0,445	0,447	0,445	0,447	0,442	0,435	0,427	320
340													0,443	0,446	0,445	0,446	0,441	0,434	0,427	340
360													0,440	0,444	0,443	0,442	0,437	0,432	0,426	360
380													0,441	0,442	0,441	0,438	0,433	0,428	0,424	380
400													0,443	0,442	0,440	0,436	0,432	0,428	0,423	400
420													0,445	0,443	0,440	0,437	0,433	″	″	420
440													0,447	0,445	0,442	0,438	0,434	″	″	440
460													0,449	0,447	0,444	0,440	0,436	″	″	460
480													0,451	″	″	″	″	″	″	480
500													0,454	″	″	″	″	″	″	500

(*) *Nota.* Les valeurs correspondantes à la charge de $0^m,040$ ont été obtenues en prolongeant des courbes dans une faible étendue, mais elles sont très-probables

TABLEAU N° XXX.

Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur du canal et présentant au sommet un biseau avec arête vive.

2°. Nappes noyées en dessous.

CHARGES du deversoir.	COEFFICIENTS DE LA FORMULE $LH\sqrt{2gH}$, correspondant à différentes charges et à des barrages dont les hauteurs sont :									CHARGES du déversoir.
	200.	250.	300.	350.	400.	450.	500.	550.	600.	
90	0,485									90
100	0,483									100
110	0,481	»								110
120	0,479	»	»							120
130	0,476	»	»	»						130
140	0,473	»	»	»						140
150	0,468	0,472	0,477	0,483						150
160	0,463	0,466	0,472	0,479						160
170	0,458	0,462	0,467	0,475	0,486					170
180	0,453	0,458	0,463	0,470	0,481					180
190	0,451	0,455	0,459	0,467	0,478					190
200	0,448	0,452	0.456	0,464	0,476					200
220	0,445	0,448	0,452	0,460	0,472	0,489				220
240	0,441	0,444	0,449	0,457	0,470	0,486				240
260	0,437	0,440	0,446	0,454	0,467	0,483				260
280	0,432	0,437	0,444	0,452	0,466	0,480				280
300	0,427	0.435	0,444	0,452	0,462	0,469	0,475	0,480	0,486	300
320	0,421	0,430	0,438	0,446	0,454	0,461	0,468	0,474	0,480	320
340	0,418	0,424	0,431	0,438	0,445	0,453	0,460	0,467	0,474	340
360	0,417	0,424	0,431	0,438	0,444	0,450	0,457	0,463	0,469	360
380	0.417	0,424	0,431	0,438	0,444	0,450	0,455	0,460	0,464	380
400	0,417	0,424	0,431	0,438	0,444	0,449	0,453	0,457	0,461	400
420	»	»	»	»	0,444	0,448	0.452	0,455	0,456	420
440	»	»	»	»	0,443	0,447	0,450	0,453	0,456	440
460	»	»	»	»	0,441	0,445	0,448	0,451	0,454	460
480	»	»	»	»	0,439	0,442	0,446	0,448	0,450	480
500	»	»	»	»	0,437	0,439	0,442	0,444	0,445	500

Observations. — Ces tableaux et les courbes ayant pour coordonnées les éléments dont ils se composent, montrent que :

1°. *Les coefficients de correction de la formule de Dubuat varient, toutes choses étant égales d'ailleurs, avec l'état des nappes; leurs valeurs corres-*

pondantes à la même charge du déversoir sont plus faibles pour les nappes libres que pour celles du second genre;

2°. *Les nappes étant libres, ces coefficients varient avec la charge du déversoir et avec la hauteur du barrage, alternativement dans le même sens et dans le sens inverse; mais, pour une hauteur donnée, leurs plus grandes valeurs correspondent aux plus fortes charges.*

3°. *Pour les nappes noyées en dessous, les coefficients croissent d'une manière continue avec la hauteur du barrage et diminuent quand la charge augmente.*

36. *Observation relative aux vitesses d'écoulement par les déversoirs et aux chutes superficielles.* — En comparant les variations des coefficients de la formule de Dubuat avec celles des chutes superficielles pour les deux genres de nappes, on voit que, pour une même charge du déversoir, ces variations se correspondent: ainsi les coefficients et les chutes sont plus faibles quand les nappes sont libres, que lorsqu'elles sont noyées en dessous; les unes et les autres, pour ce second genre de nappes, croissent d'une manière continue avec la hauteur du barrage. On est donc conduit à penser que les différences considérables qui se remarquent dans tous les cas, entre les résultats de l'ancienne formule et ceux de l'expérience, proviennent principalement de l'emploi qu'on y fait de la charge entière du déversoir pour le calcul de la vitesse d'écoulement.

Pour déterminer la conviction à cet égard et montrer en même temps que l'élément essentiel de ce calcul est l'accélération due à la chute superficielle depuis la section initiale de la veine liquide jusqu'au barrage, nous rapprocherons, dans le tableau suivant, quelques résultats relatifs à des circonstances d'écoulement très-différentes, mais correspondant à une charge constante de $0^m,160$:

Tableau N° XXXI.

NUMÉROS d'ordre.	HAUTEUR du barrage.	CHUTE superficielle.	DÉPENSE par mètre courant de la largeur du deversoir.	VITESSE due à la chute superficielle.	RAPPORT de la dépense par mètre courant à la vitesse due à la chute superficielle.	OBSERVATIONS.
1	453	26,7	121,96	724	0,169	Nappe libre.
2	340	27,8	125,87	739	0,170	*Id*
3	335	31,8	134,66	788	0,171	Nappe noyée en dessous.
4	327	5,9	56,70	340	0,167	Nappe du même genre, mais genee par un gonflement considérable des eaux d'aval (*voir* le tableau n° XXXII).
			Moyenne......		0,169	

Nous aurions pu augmenter ce tableau en y comprenant des résultats relatifs à différentes formes de barrages ou de digues, qui sont rapportés plus loin; mais, en se bornant à ce qui concerne les barrages verticaux à biseau qui nous ont occupé jusqu'ici, on voit que la dépense correspondante à *une même charge du déversoir* peut varier de 1 à 2,4, tandis que le rapport de cette dépense à la vitesse due à la chute superficielle reste sensiblement constant, car la moyenne 0,169 des valeurs de ce rapport ne diffère que de $\frac{1}{84.5}$ de la plus grande et de la plus petite de ces valeurs, malgré la différence considérable des circonstances de l'écoulement. Ainsi, d'une part, l'ancienne formule, qui ne contient que la charge du déversoir, est entachée d'un vice radical; de l'autre, l'évaluation des vitesses d'écoulement par les chutes superficielles est, sinon exacte, du moins aussi approximative qu'on puisse l'obtenir par l'application des principes connus aux notions d'hydraulique que nous possédons.

37. *Emploi de la nouvelle formule pour établir les rapports du débit des barrages et digues de diverses formes.* — On trouvera, dans la suite de cet ouvrage, un grand nombre de résultats que nous avons obtenus pour divers dispositifs de barrages ou de digues; mais le temps dont il nous était possible de disposer eût été loin de suffire pour faire, dans chaque cas, une étude aussi complète que celle qui concerne les barrages types; or la nouvelle formule nous sera ici d'un grand secours pour y suppléer. En effet, le degré

d'approximation de cette formule étant souvent très-élevé et ne s'abaissant pas au-dessous de $\frac{1}{16}$ pour les nappes libres et de $\frac{1}{20}$ pour les autres, sauf un seul cas exceptionnel; cette formule contenant en outre les éléments principaux qui influent sur la dépense des barrages-déversoirs, on peut admettre que, dans le passage d'un dispositif à l'autre, le rapport des coefficients de la dépense théorique dépend très-peu de la hauteur du barrage.

On verra plus loin comment doit être faite l'application de cette méthode et par quels calculs simples on peut, en attendant des recherches expérimentales complètes, passer de la dépense des barrages types à celle qui résulte des autres dispositifs, en employant un petit nombre de facteurs numériques ou de *modules de transition*.

§ III.

BARRAGES NOYÉS PAR UN GONFLEMENT DES EAUX D'AVAL.

38. Pour compléter l'étude de la question des barrages types, nous rapporterons maintenant et nous examinerons les résultats des expériences que nous avons faites en septembre 1847 dans notre canal de 70 mètres de longueur, relativement au cas où le barrage, n'ayant qu'une faible hauteur, est exposé à l'action des remous d'aval produits par un obstacle quelconque au libre écoulement des eaux versées dans le canal de fuite.

A $7^m,70$ du barrage d'expériences et dans la portion élargie du canal, on a établi, pour faire gonfler les eaux d'aval, un barrage dont on variait à volonté la hauteur; le volume liquide débité par le premier s'écoulait, tantôt en déversoir par-dessus l'obstacle, tantôt par une fente verticale, orifice que nous nommerons *du troisième genre*, et sur la dépense duquel nous voulions obtenir quelques données expérimentales. Dans l'un comme dans l'autre cas, le plan moyen de la surface fluide, à une faible distance en amont de l'obstacle, devenait à peu près parallèle au fond du canal, mais cette surface était généralement ondulée. Entre ce point, où le remous était à sa plus grande hauteur, et le barrage d'expériences, il se produisait des phénomènes variés : d'abord le courant tombant de ce barrage suffisait pour refouler le remous et dégager la nappe, de sorte que, ni la forme de celle-ci,

ni la dépense du déversoir, ne subissaient d'altération (*); nous citerons une expérience avec nappe noyée en dessous, dans laquelle, la charge H étant $0^m,195$, le courant formé en aval refoulait le remous jusqu'à 3 mètres du barrage. La hauteur de ce remous était de $0^m,245$ à $0^m,250$, et les eaux d'aval s'écoulaient en déversoir. La partie inférieure de la nappe du premier barrage était raccordée avec la surface supérieure du remous par une surface d'abord concave, puis sensiblement parallèle au fond du canal, puis en contre-pente à peu près plane, et enfin présentant un talus courbe. La section où les filets étaient parallèles avait pour hauteur $0^m,09$, et pour largeur $0^m,900$; le volume liquide écoulé par seconde était d'ailleurs de $178^{lit},98$.

L'influence du remous sur la dépense ne commençait réellement à se faire sentir que quand il s'élevait jusqu'à $0^m,15$ environ en dessous du plan horizontal passant par le sommet de la nappe du déversoir. La *fig.* 22 (*Pl. III*) représente le profil des surfaces liquides pour cet état du système hydraulique. En augmentant un peu l'obstacle d'aval, on faisait naître, entre la nappe et le point culminant du remous, une série d'ondulations très-saillantes suivies d'une surface en contre-pente et couronnées par une petite vague repliée sur elle-même (*fig.* 23). L'obstacle au dégagement des eaux d'aval s'accroissant encore, ces ondulations disparaissent, la partie supérieure du remous se rapproche progressivement, et fait retomber sur la nappe, de plus en plus altérée dans sa forme, de petites vagues qui s'y brisent (*fig.* 24). Il semble que le talus courbe qui soutient le gonflement s'écroule, en quelque sorte, périodiquement vers l'amont. Enfin, dans un dernier état des phénomènes, le bief d'aval présente une surface unie et tranquille, et la courbure de la nappe du déversoir reste à peine sensible (*fig.* 25 et 26).

C'est la limite à laquelle nous nous sommes arrêté. Dans ce dernier cas, les charges et les épaisseurs de la nappe liquide ont été obtenues par nivel-

(*) Cette indépendance remarquable entre deux masses liquides en mouvement et formant un courant continu pourrait s'expliquer, comme le phénomène des tubes indicateurs des charges, par les pressions dues à la courbure de leurs surfaces et aux attractions réciproques des particules rangées sur un même filet courbe.

lement; mais le tube indicateur des charges est encore resté immergé contre la face d'amont du barrage.

La hauteur S du barrage était $0^m,327$; sa largeur L, réduite de $0^m,021$ pour tenir compte de la partie interceptée par le tube, était $0^m,877$. Afin de donner une idée des modifications de courbure que subissait la nappe du déversoir, nous avons inscrit dans le tableau suivant, en regard des valeurs de la chute superficielle $H-e$ qui avaient effectivement lieu, celles qu'aurait prises cette chute si l'écoulement eût été libre et sous les mêmes charges, la nappe n'étant pas détachée du barrage.

39. *Mode de vérification de la nouvelle formule.* — Pour comparer les résultats de l'expérience avec ceux du calcul dans cette série et dans celles qui vont suivre, nous avons mis la nouvelle formule sous la forme

$$Q = N\sqrt{1-k};$$

on y a substitué pour Q la dépense mesurée dans le bassin de jauge et l'on en a déduit la valeur expérimentale du facteur $\sqrt{1-k}$, puis l'on a calculé la valeur théorique du même facteur, c'est-à-dire celle qui résulte de l'observation directe de la charge H du déversoir et de l'épaisseur e de la nappe prise dans le plan vertical de la crête du barrage. Le rapport de ces valeurs est évidemment celui des dépenses expérimentale et théorique.

Tableau N° XXXII.

H	e	VALEUR de la chute $H - e$, effective.	VALEUR de la chute $H - e$, pour l'écoulement libre.	J	t	D	VALEUR du facteur $\sqrt{1-\lambda}$, théorique.	VALEUR du facteur $\sqrt{1-\lambda}$, expérimentale.	RAPPORT de ces deux valeurs.	COEFFICIENT de l'ancienne formule.	ETAT DES NAPPES.
227	193,0	34,0	40,0	1040	103,5	180,89	0,393	0,387	1,015	0,431	La courbure de la nappe se raidit (*fig.* 22).
195	171,0	24,0	36,0	1009	156,0	116,44	0,322	0,351	0,917	0,348	Il se produit une serie d'ondulations entre la nappe et le remous (*fig.* 23).
165	139,0	26,0	33,0	977,5	151,0	116,54	0,420	0,395	1,063	0,448	Le remous se rapproche et sa hauteur relative augmente. Les ondulations ont cessé (*fig.* 24).
184	160,0	24,0	35,0	1034	165,0	112,81	0,342	0,360	0,950	0,368	*Id.*
128	108,0	20,0	28,0	986	243,0	73,05	0,392	0,397	0,987	0,411	*Id.*
164	138,5	25,5	33,0	936	146,0	115,40	0,421	0,395	1,065	0,447	*Id.*
					Moyenne..................				0,9995		
					État extrême des nappes.			*Courbure peu sensible.*			
162	156,0	6,0	32,6	966	343,0	50,756	0,1893	0,1923	0,984	0,200	La surface liquide est devenue unie et brillante (*fig.* 25).
228	224,0	4,0	40,0	1,000	278,0	64,555	0,1397	0,1326	1,053	0,153	La courbure du courant est a peine sensible (*fig.* 26).
					Moyenne				1,004		

Nous observerons que le volume d'eau dépensé par le déversoir, avant de se rendre dans le bassin de jauge, franchissait un orifice dont l'écoulement était nécessairement soumis à une sorte de périodicité par suite des fluctuations que le choc de la veine liquide imprimait, dans les six premières expériences, à la masse d'eau située entre ce courant et le débouché d'aval, circonstance à laquelle sont dues, très-probablement, les différences irrégulières que l'on remarque entre les rapports de la dépense effective à la dépense théorique. Mais l'ensemble de ces rapports montre que l'on peut calculer la dépense des barrages noyés en employant la nouvelle formule et au moyen des mêmes observations que dans le cas des déversoirs versant librement l'eau dans le canal de fuite.

Quant à l'ancienne formule, on voit que, pour une même charge, ses coefficients de correction peuvent varier de 0,15 à 0,43 ou de 0,20 à 0,45, et l'on reconnaîtra sans doute qu'elle ne serait d'aucun usage dans la pratique pour le cas des barrages noyés. Ces variations si considérables s'expliquent d'ailleurs par celles de la chute superficielle des nappes et font ressortir avec une certaine évidence la nécessité de substituer, dans le calcul des vitesses, cette chute superficielle à la charge entière du déversoir, qui exprime seulement la hauteur de l'orifice d'écoulement.

§ IV.

BARRAGES ÉTABLIS DANS UN CANAL A SECTION TRAPÉZOIDALE.

40. Les canaux artificiels à parois non revêtues et les cours d'eau naturels présentent des talus dont l'inclinaison est constante dans les premiers et variable dans les autres. Toutefois cette circonstance n'est point, en général, de nature à exiger des modifications sensibles dans les résultats obtenus pour les canaux à section rectangulaire, parce que la projection horizontale des talus n'est qu'une partie aliquote peu considérable de la largeur totale du lit. Dans le cas contraire, pour le jaugeage d'un ruisseau par exemple, il sera facile de recouper verticalement les talus sur une longueur de planche de sapin ordinaire en amont et en aval de l'emplacement choisi pour le barrage et d'y appliquer, en les soutenant par des piquets, des panneaux en bois. Cependant, pour ne laisser aucune partie inexplorée dans la

question dont j'avais entrepris l'étude, j'ai fait deux séries d'expériences relatives aux canaux à section trapézoïdale, dont les résultats pourront servir soit pour les cours d'eau très-étroits, soit pour certains canaux de conduite en charpente qui se rencontrent quelquefois dans le système des constructions hydrauliques des usines établies en pays de montagnes.

Dans la première de ces deux séries, les talus étaient inclinés à 1,00 de hauteur sur 0,565 de base (*fig.* 27) : à $0^m,600$ environ de l'extrémité d'aval du nouveau canal ainsi formé, on a placé un barrage vertical à biseau; l'extrémité d'amont des parois latérales du même canal était raccordée avec celles du canal rectangulaire, et des précautions ont été prises pour empêcher toute filtration d'eau susceptible d'introduire des anomalies dans les résultats.

D'après les dimensions des diverses parties de ce dispositif, on avait, en conservant les notations adoptées dans l'exposition des formules,

$$L = 0^m,570, \quad l = 0^m,211, \quad r = 0,565;$$

d'où

$$L' = 0^m,570 + 1,13H.$$

Quant à la hauteur S du barrage au-dessus du fond du canal, elle était, pour la première expérience du tableau suivant, égale à $0^m,322$; mais un certain temps s'étant écoulé entre cette expérience et les autres, le bois s'était gonflé, et la hauteur S était devenue égale à $0^m,324$.

Dans une partie de ces expériences, on ne laissait pas le tube indicateur des charges plongé dans la nappe, de sorte qu'il n'y a eu lieu à aucune correction de largeur. Dans les autres, au contraire, le tube est resté en permanence contre la face d'amont du barrage, et, pour tenir compte de cette circonstance, l'on a eu soin de faire la correction convenable, que nous avons déterminée par la méthode exposée précédemment; cette correction est encore ici à très-peu près indépendante des charges, et consistait, pour le tube de $0^m,015$ de diamètre extérieur, à réduire la largeur moyenne de la nappe dans le rapport de 1 à 0,976 : on fera bien, dans les applications, de l'éviter. Le remous qui se formait en aval au pied du barrage, empêchait, par suite de la convergence des talus, même sous les petites charges, la nappe

de se détacher; effet qui doit se produire dans tous les cas de barrages peu saillants, établis entre des talus rapprochés.

Dans le tableau suivant, on a désigné par un astérisque les expériences dans lesquelles le tube restait en permanence contre la face d'amont du barrage. Celles-ci et les autres ont été exécutées du 10 au 15 septembre 1847. Dans le calcul des coefficients de la formule de Dubuat, on a pris pour largeur de la section du déversoir la moyenne $\frac{L+L'}{2}$ en appliquant à L, lorsqu'il y avait lieu, la correction due à la présence du tube. La même correction a été appliquée à L'.

TABLEAU N° XXXIII.

Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur d'un canal à section trapézoïdale et présentant au sommet un biseau avec arête vive.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	LARGEUR superficielle. L'	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale J	t	DÉPENSE expérimentale. D	VALEUR du facteur $\sqrt{1-k}$, calculée au moyen de la nouvelle formule.	résultant de l'observation.	RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENT de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
	Talus à $\frac{1}{1,13}$.			*Longueur de la crête du barrage, $0^m,570$.*					*Hauteur du barrage, $S = 0^m,323$.*		
1*	115	93,5	700	942,0	361,0	46,975	0,408	»	»	0,433	Dans
2	160	129,0	751	1003,0	211,0	85,573	0,408	»	»	0,457	toute cette série,
3	160	129,0	751	989,0	207,5	85,822	0,409	»	»	0,458	les nappes
4*	162	130,5	753	999,5	209,5	85,847	0,410	»	»	0,454	étaient noyées
5*	162	130,5	753	1005,0	211,5	85,541	0,409	»	»	0,452	en
					Moyennes......		0,4090	0,4360	0,938	0,455	dessous.
6*	219	182,0	817	1008,0	133,5	135,925	0,372	»	»	0,436	
7*	219	182,0	817	1004,0	133,0	135,962	0,372	»	»	0,436	
8	217	180,0	815	1012,0	133,5	136,563	0,371	»	»	0,440	
9	217	180,0	815	2015,0	134,0	136,358	0,370	»	»	0,440	
					Moyennes......		0,3712	0,4107	0,904	0,438	
10	234	194,5	834	1013,0	118,5	153,894	0,361	»	»	0,437	
11*	237	197,0	838	1045,0	122,6	153,443	0,360	»	»	0,431	
					Moyennes......		0,3605	0,4107	0,877	0,434	
12	283	237,0	890	1017,0	89,5	204,559	0,331	»	»	0,420	
13*	288	241,0	895	1074,0	94,0	205,682	0,330	»	»	0,414	
					Moyennes......		0,3305	0,4030	0,820	0,417	

Dans l'examen général des causes qui peuvent influer sur le degré d'approximation de la nouvelle formule, nous avons dit quels étaient les effets de la convergence des parois des canaux ; on voit ici que ces effets se font d'autant plus sentir, pour une même inclinaison des talus, que la chute à la surface de la nappe, depuis la section initiale jusqu'au barrage, est plus considérable. Lorsque les talus sont en terre, leur pente est plus allongée et la convergence de la nappe liquide augmente, de sorte que les coefficients de réduction de la dépense théorique doivent être un peu plus faibles, à égalité de valeur des charges, que ceux qui sont inscrits dans la dernière colonne de ce tableau. C'est pourquoi, continuant ces recherches en 1848, nous avons établi, dans la portion élargie d'aval de ce canal, des talus en charpente sous une inclinaison égale à celle des terres coulantes. Ainsi qu'en 1847, des précautions suffisantes ont été employées pour empêcher toute fuite d'eau susceptible de causer des anomalies dans les résultats. La portion de canal trapézoïdal ainsi construite avait $3^m,80$ de longueur, et le barrage était placé à $3^m,40$ environ de son origine d'amont raccordée d'ailleurs avec les parois du canal rectangulaire. La longueur AB (*fig.* 28) de ce barrage était $1^m,030 = L$, et l'on avait, par suite de l'inclinaison des talus, le rapport

$$r = \frac{DE}{EC} = \frac{0,811}{0,577} = 1,4055, \quad \text{d'où} \quad L' = L + 2rH = 1^m,030 + 2,811.H;$$

enfin, la hauteur S du barrage était $0^m,352$. Des expériences comparatives faites avec ou sans tube ont montré que, pour tenir compte de la présence de celui-ci contre la crête du barrage pendant l'écoulement, il suffisait de réduire, dans le rapport constant de 1 à 0,978, la largeur moyenne $\frac{1}{2}(L'+L)$ de la section $A = \frac{1}{2}(L'+L)H$ du déversoir dans le second facteur de la formule

$$Q = \sqrt{1-k}.A\sqrt{2g\frac{H}{1-\frac{A^2}{O^2}}}.$$

Le tableau suivant contient les résultats de l'observation et ceux du calcul; on y a désigné par un astérisque ceux qui correspondent aux cas où le tube indicateur des charges restait en permanence contre la face d'amont du barrage. Les expériences ont été exécutées du 13 au 17 juillet 1848.

TABLEAU N° XXXIV.

Barrages verticaux établis perpendiculairement à la longueur d'un canal à section trapézoïdale et présentant au sommet un biseau avec arête vive.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	LARGEUR superficielle. L'	ÉLÉMENTS du jaugeage de la dépense expérimentale. J	t	DÉPENSE expérimentale. D	VALEUR du facteur $\sqrt{1-k}$, calculée au moyen de la nouvelle formule.	résultant de l'observation.	RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
	Talus à terre coulante.				*Longueur de la crête du barrage, 1m,030.*				*Hauteur du barrage, S = 0m,352.*		
1*	75,0	59,3	1213	678,5	274,0	44,578	0,4175	0,4572	0,913	0,436	Nappes
2*	82,7	65,5	1234	861,0	302,0	51,323	0,4080	"	"	0,435	libres.
3	80,7	63,9	1257	716,0	242,0	53,262	0,4316	"	"	0,459	
					Moyennes........		0,4198	0,4565	0,920	0,447	
4*	106,0	84,3	1299	865,5	186,0	83,767	0,4334	"	"	0,475	*Id*
5*	105,0	83,5	1306	871,0	190,0	82,525	0,4342	"	"	0,476	*Id.*
6	103,0	81,9	1319	820,0	182,0	81,108	0,4316	"	"	0,472	*Id.*
					Moyennes........		0,4331	0,4515	0,957	0,474	
7*	123,0	98,2	1336	995,0	164,0	109,220	0,4329	"	"	0,486	Nappes
8*	122,0	97,4	1343	976,0	160,0	109,812	0,4410	"	"	0,495	noyées
9	121,0	96,6	1370	911,0	150,0	109,332	0,4370	"	"	0,489	en
					Moyennes........		0,4370	0,4489	0,973	0,490	dessous.
10*	137,0	100,0	1384	956,0	134,0	128,432	0,4183	0,4444	0,941	0,478	
11*	147,0	118,0	1411	1043,0	132,0	142,243	0,4064	"	"	0,472	
12	146,0	117,5	1440	986,0	125,0	142,000	0,4123	"	"	0,466	
					Moyennes........		0,4093	0,4418	0,927	0,469	
13*	156,0	126,0	1436	985,5	113,0	157,000	0,4016	"	"	0,471	*Id.*
14*	155,0	125,0	1434	986,5	113,5	156,546	0,4039	"	"	0,475	*Id.*
					Moyennes........		0,4027	0,4385	0,918	0,473	
15*	163,0	132,0	1455	1042,0	112,5	166,818	0,3877	0,4362	0,889	0,465	*Id.*
16*	174,0	141,6	1486	1077,0	106,0	182,907	0,3747	"	"	0,456	*Id.*
17*	174,0	141,6	1486	993,0	98,0	182,408	0,3737	"	"	0,455	*Id.*
					Moyennes........		0,3742	0,4313	0,868	0,455	
18*	193,0	158,0	1538	1003,0	84,0	214,936	0,3643	"	"	0,450	*Id.*
19	192,0	157,0	1570	1032,0	87,0	213,616	0,3579	"	"	0,441	*Id.*
					Moyennes........		0,3611	0,4263	0,847	0,445	
"	200,0	"	"	"	Par interpolation .		0,355	"	0,839	0,440	

Observations. — L'ensemble des rapports de la dépense expérimentale à la dépense théorique contenus dans les deux tableaux précédents, montre que ces rapports diminuent, pour une même pente des talus, quand les charges augmentent, et, pour une charge déterminée quelconque, à mesure que les talus s'inclinent à l'horizon, résultats qui, tous deux, viennent à l'appui de l'explication que nous avons donnée de l'influence de la forme trapézoïdale dans les canaux étroits. De cette explication et de la grandeur des coefficients dont il s'agit, on peut conclure aussi que, dans ce cas encore, la formule proposée tient compte des éléments principaux de l'écoulement, de tous ceux auxquels il est possible d'appliquer directement le calcul.

41. *Applications pratiques.* — L'évasement des sections d'amont de la veine, cette espèce de dilatation géométrique qui exige des coefficients de correction, introduit dans les calculs un élément variable avec le degré d'accroissement des largeurs à partir du fond du courant; mais il est facile de voir qu'on sera généralement dispensé d'en tenir compte dans les cas ordinaires de la pratique. En effet, dans les expériences du tableau n° XXXIV, ce degré d'accroissement avait été porté à sa limite supérieure, puisque la largeur du fond était nulle, et les talus à l'inclinaison naturelle des terres. Or, si déjà dans ce cas extrême, et pour la charge de $0^m,200$, le coefficient atteignait la valeur 0,84, on peut certainement admettre que, pour les canaux ordinaires dont la largeur, au fond, est d'environ cinq fois la profondeur, et, à plus forte raison, pour les rivières, ce coefficient devient inutile, ou plutôt que les calculs relatifs aux canaux rectangulaires sont applicables sans modification spéciale.

Observation relative aux jaugeages effectués antérieurement dans des canaux étroits à section trapézoïdale. — Dans le cas où ces jaugeages auraient été faits au moyen d'un déversoir sans contraction latérale, en appliquant à la formule ancienne $Q = LH\sqrt{2gH}$ les coefficients jusqu'alors usités, et prenant pour L la longueur de la crête du barrage, on aurait admis une évaluation de la dépense d'eau trop faible par une double raison.

Le tableau suivant contient les coefficients qui conviendraient aux deux cas de nos expériences. On y a joint ceux qui devraient être appliqués à la

même formule dans laquelle on prendrait pour largeur du déversoir la moyenne $\frac{L+L'}{2}$.

TABLEAU N° XXXV.

CHARGES du déversoir.	COEFFICIENTS DE CORRECTION DE L'ANCIENNE FORMULE, selon qu'on prend pour largeur du déversoir				OBSERVATIONS
	la longueur de la crête du barrage		la largeur moyenne $\frac{1}{2}(L+L')$		
	pour talus à $\frac{1}{2}$ environ.	pour talus à terre coulante.	pour talus à $\frac{1}{2}$ environ.	pour talus à terre coulante.	
70 (*)	»	0,470	»	0,430	Nappes libres.
80	»	0,502	»	0,443	*Id.*
90	»	0,523	»	0,457	*Id*
100	0,467	0,536	0,424	0,469	*Id.*
110	0,480	0,545	0,430	0,479	*Id.*
120	0,496	0,568	0,436	0,490	Nappes noyées en dessous.
130	0,508	0,571	0,442	0,488	*Id.*
140	0,518	0,572	0,448	0,481	*Id.*
150	0,527	0,571	0,452	0,473	*Id.*
160	0,533	0,569	0,454	0,465	*Id.*
170	0,536	0,565	0,455	0,458	*Id.*
180	0,537	0,559	0,453	0,452	*Id.*
190	0,537	0,553	0,450	0,447	*Id.*
200	0,538	0,547	0,447	0,441	*Id.*
225	0,538	»	0,436	»	*Id.*
250	0,539	»	0,430	»	*Id.*
275	0,539	»	0,422	»	*Id.*
300	0,540	»	0,413	»	*Id.*

(*) Nous avions fait des expériences avec faibles charges pour les talus à $\frac{1}{2}$, mais la feuille qui en contenait les résultats a été entraînée dans la Moselle, et l'on n'a pu la retrouver. On y suppléera en adoptant pour largeur du déversoir la moyenne $\frac{L+L'}{2}$, et pour coefficient de correction celui qui convient aux canaux rectangulaires.

Ces données terminent la série de nos recherches relatives aux déversoirs que nous proposons comme types pour le jaugeage des courants que l'on peut barrer passagèrement. Le grand nombre des expériences et la simplicité du dispositif engageront peut-être les constructeurs, les propriétaires d'usines et les personnes chargées d'expertises à l'adopter : dans tous les

cas, nous n'aurons rien négligé de ce qui nous était possible pour fournir une base de mesures légales. Cette première partie de la tâche que nous nous étions imposée étant accomplie, nous rapporterons les expériences que nous avons faites sur des déversoirs ou digues présentant les dispositions et les formes diverses en usage dans la pratique, en commençant par ceux qui étaient, comme les précédents, terminés au sommet par un biseau avec arête vive : les résultats qui les concernent sont destinés à indiquer les effets de l'inclinaison des barrages et de leur obliquité par rapport à la direction du courant qui les alimente.

DEUXIÈME SECTION.

ÉCOULEMENT PAR LES DÉVERSOIRS OU DIGUES, DE FORMES ET DISPOSITIONS DIVERSES.

§ I.

BARRAGES OBLIQUES ET BARRAGES EN CHEVRONS.

L'établissement d'un barrage transversal pouvant donner lieu, en amont, à une surélévation du niveau du cours d'eau, nuisible aux riverains, on sera quelquefois obligé d'éviter cet inconvénient en augmentant la longueur du déversoir. Le but pourra être atteint, soit au moyen d'un barrage oblique à la direction du courant, soit par la réunion de deux barrages obliques, formant une ligne brisée, et qu'on nomme *barrage en chevrons;* constructions bien connues dans le service de la navigation des rivières (*).

M. Mary a fait, sur ce genre de déversoirs, quelques observations dont les résultats tendent à montrer que la dépense d'un barrage en chevrons est la même que celle d'un barrage oblique de même étendue, établi dans le même canal, et que le débit de ce dernier barrage augmente avec sa longueur correspondante à différents degrés d'obliquité (**).

(*) *Voir* le *Cours de Construction* de M. Minard; Paris, 1841.

(**) *Voir* le résumé lithographié du Cours de navigation fait par M. Mary à l'École des Ponts et Chaussées; 1842-1843.

Pour résoudre la question par des jaugeages directs, nous avons fait les trois séries d'expériences et d'observations suivantes :

1. *Barrages obliques.* — En amont d'un barrage oblique, les filets liquides sont des lignes parallèles à la longueur du canal, jusqu'à une très-faible distance du déversoir, puis ils se détournent pour prendre une nouvelle direction dépendante de leur vitesse et de l'obliquité du barrage. Cependant, les particules fluides les plus voisines des rives du cours d'eau continuent à en suivre la direction, ce qui constitue à chaque extrémité du barrage un déversement particulier raccordé avec l'ensemble de la nappe par une surface courbe, qui est convexe dans l'angle aigu et concave dans l'angle obtus du côté d'amont. La gerbe liquide qui tombe de ce dernier angle se gonfle au moment d'atteindre le fond du bief d'aval, et se retourne vers le pied du barrage en s'élançant parallèlement à celui-ci; mouvements qui doivent devenir, dans le lit des cours d'eau, une cause énergique de destruction, et exiger des constructions défensives particulières, s'étendant le long du pied du barrage jusqu'à 3 mètres environ de la rive avec laquelle celui-ci fait un angle obtus du côté d'amont (*). Les expériences ont été exécutées sur deux barrages verticaux en madriers, avec seuil en biseau, conformément au type précédemment adopté. La direction de l'un de ces barrages faisait, avec les parois du canal d'expériences, un angle de 45 degrés, c'est-à-dire que son inclinaison, sur ces parois, était, suivant le langage des ingénieurs, à $\frac{1}{1}$; celle du second était à 2 de hauteur sur 1 de base. Les expériences ont été exécutées (ainsi que celles relatives au barrage en chevrons, qui nous occuperont tout à l'heure) du 24 au 28 septembre 1847. Voyons d'abord comment variait ici le rapport $\frac{H}{e}$.

(*) Ces observations, ainsi que celles qui concernent les chevrons, les barrages noyés et les canaux à section trapézoïdale, ont été publiées en janvier 1850 dans le XXXIIIe cahier du *Journal de l'École Polytechnique.*

Tableau N° XXXVI.

BARRAGES OBLIQUES			
A $\frac{1}{1}$.	S = 434.	A $\frac{2}{1}$.	S = 458.
H	$\frac{H}{e}$	H	$\frac{H}{e}$
62,5	1,238	55,0	1,233
»	»	70,5	1,205
90,0	1,216	90,0	1,192
120,0	1,200	114,0	1,178
»	»	116,0	1,177
136,5	1,198	137,0	1,171
157,0	1,198	»	»
186,0	1,189	»	»

Ces observations se rapportent toutes au cas des nappes libres, ou détachées du barrage; en les comparant à celles qui ont été faites sur les barrages perpendiculaires au courant, et rapportées plus haut, on peut voir que, toutes choses étant égales d'ailleurs, le rapport $\frac{H}{e}$ est plus petit pour les barrages obliques à $\frac{1}{1}$ que pour les barrages normaux. Toutefois, la différence est assez faible pour qu'il soit permis d'admettre qu'elle serait négligeable dans le cas d'une obliquité inférieure à celle-ci. L'obliquité augmentant, le rapport $\frac{H}{e}$ diminue, mais lentement, car cette inclinaison croissant de $\frac{1}{1}$ à $\frac{2}{1}$, il varie seulement de $\frac{1}{45}$ environ.

Passons maintenant aux résultats des expériences de jaugeage, composant le tableau qui suit. Dans toutes ces expériences, la nappe liquide était détachée du barrage: le tube indicateur des charges étant resté en permanence contre la face d'amont du barrage, il y a lieu de faire la correction ordinaire ($0^m,021$) sur la largeur totale de celui-ci.

TABLEAU N° XXXVII.

Barrages verticaux obliques.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental		DÉPENSE expérimentale. D	VALEURS DU FACTEUR $\sqrt{1-\lambda}$ de la nouvelle formule		RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.
			J	t		expérimentale.	théorique.		
	Obliquité du barrage, $\frac{1}{4}$.		*Hauteur.* $S = 0^m,434$.			*Largeur réduite,* $1^m,263$.			
1	62,5	50,5	1035,0	539,0	34,568	0,393	0,438	0,897	0,396
2	89,7	74,0	974,0	292,0	60,048	0,394	0,418	0,942	0,402
3	120,0	100,0	1012,0	196,0	92,949	0,390	0,408	0,956	0,400
4	136,0	113,5	1026,0	163,0	113,313	0,392	0,407	0,963	0,404
5	157,0	131,0	1019,0	131,0	140,031	0,392	0,407	0,963	0,402
6	186,0	156,0	1020,0	101,0	181,802	0,387	0,402	0,963	0,405
			Moyennes.			0,391			0,402
	Obliquité du barrage, $\frac{3}{4}$.		*Hauteur.* $S = 0^m,458$,			*Largeur réduite,* $1^m,996$.			
1	55,0	44,6	1074,5	446,0	43,370	0,378	0,435	0,869	0,380
2	70,5	58,5	1044,0	300,0	62,647	0,375	0,412	0,909	0,379
3	89,7	75,0	1012,0	200,0	91,090	0,377	0,405	0,931	0,386
4	114,0	97,0	960,0	131,0	131,923	0,380	0,386	0,984	0,388
5	137,0	117,0	1027,0	106,5	173,597	0,377	0,382	0,987	0,387
6	152,5	130,5	1004,0	87,0	207,747	0,382	0,380	1,005	0,394
			Moyennes.			0,378			0,386

Observations et conséquences. — Les déviations transversales que subissent les filets liquides en approchant du barrage, ainsi que les phénomènes particuliers qui se produisent aux deux extrémités de celui-ci, ne sont point représentés dans notre formule, et, par conséquent, il est naturel qu'elle fournisse un degré d'approximation plus faible que dans le cas des déversoirs perpendiculaires au courant; mais on voit que cette approximation est encore considérablement plus élevée que celle de la formule de Dubuat. Celle-ci toutefois pourrait paraître, au premier abord, plus avantageuse dans l'usage pratique, puisque l'on pourrait adopter un coefficient constant pour chacune des séries précédentes. Mais il faut remarquer que la valeur expérimentale du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule varie moins encore, surtout dans la seconde série, que les coefficients de l'ancienne. Comme, en outre, cette formule tient compte, en grande partie, de l'influence de la hauteur du barrage, tandis que celle de Dubuat y reste complétement étrangère, on voit qu'elle est encore préférable, dans ce cas, à celle dont on s'est servi jusqu'à présent.

2. Cela posé, pour obtenir un *module de transition* applicable aux barrages obliques, nous avons cherché la valeur expérimentale du facteur $\sqrt{1-k}$ correspondante au cas du barrage type, normal au courant. Or la cinquième série des expériences de 1852 pour les nappes libres et une hauteur de barrage de $0^m,411$ donne, pour valeur moyenne de ce facteur, 0,412, les charges étant comprises entre $0^m,049$ et $0^m,160$; en outre, les expériences de l'année 1846 pour un barrage de $0^m,468$ de hauteur et des charges comprises entre $0^m,079$ et $0^m,111$ donnent $\sqrt{1-k} = 0,418$: or les hauteurs des barrages obliques que nous avons employés étant comprises entre celles-ci, nous adopterons la moyenne $\frac{0,418+0,412}{2} = 0,415$. Le module de transition est donc, dans le cas que nous considérons, $\frac{391}{415} = 0,942$ pour l'obliquité à $\frac{1}{1}$ ou 45 degrés, et $\frac{378}{415} = 0,911$ pour l'obliquité à $\frac{2}{1}$ ou environ 65 degrés. On voit que, malgré la différence de 20 degrés qui existe entre les angles, ces rapports diffèrent peu entre eux, et que, par conséquent, chacun d'eux est applicable à des obliquités qui ne s'éloignent pas beaucoup de celles qui avaient lieu dans les expériences.

Si l'on considère maintenant que, dans le cas des nappes libres et des barrages normaux, la valeur expérimentale du facteur dont il s'agit varie peu, même entre des limites étendues de charges et de hauteurs de barrage, on sera conduit à admettre que le rapport des valeurs de ce facteur correspondantes respectivement à la disposition normale et à l'orientation oblique des barrages, varie encore moins. Ainsi la règle la plus probable, eu égard aux données dont nous disposons, est celle-ci :

Pour obtenir le débit d'un barrage oblique, on calculera celui du barrage normal de même longueur et on le multipliera par 0,942 *si l'obliquité est de* 45 *degrés, par* 0,911 *si elle est de* 65 *degrés. Ces deux modules de transition pourront être appliqués à des obliquités qui ne différeront pas beaucoup de celles-ci, et leur moyenne à l'obliquité intermédiaire.*

3. *Remarque relative aux déversoirs parallèles au courant qui les alimente.* — J'aurais désiré faire encore quelques expériences sur les déversoirs pratiqués dans la paroi longitudinale des canaux d'alimentation, mais le temps et les circonstances locales ne l'ont point permis. Comme induction probable, l'on remarquera que le module de transition diminuant quand l'obliquité augmente, il ne paraît point exagéré de présumer que la valeur moyenne de ce module descend à 0,80 dans le cas dont il s'agit, d'autant plus qu'alors la vitesse du cours d'eau, loin de favoriser la dépense comme lorsqu'il est barré entièrement, devient une cause de diminution.

4. *Barrages en chevrons.* — Le barrage était vertical et à biseau sur toute son étendue, selon le type général adopté ; ses ailes *ac* et *bd* (*fig.* 29, *Pl. III*) faisaient un angle de 45 degrés avec les parois du canal. Comme, dans toute construction de ce genre, quand elle est permanente, on ne doit point admettre d'arête verticale saillante exposée au choc du courant, les deux ailes *ac* et *bd* ont été raccordées par un arrondissement circulaire *aob*.

Outre les mouvements particuliers qui ont lieu aux extrémités des barrages obliques, il se produit, au saillant d'un barrage en chevrons, par suite de la rencontre des filets convergents, un gonflement, une sorte de crête liquide à section arrondie et croissante de haut en bas. Il est certain que l'on ne saurait à priori assigner à l'influence de ces phénomènes sa valeur exacte, mais il paraît probable qu'elle pourra se traduire par une diminution dans

la longueur libre du barrage. Désignant donc par x la quantité qu'il convient de substituer pour L dans la formule générale

$$D = \sqrt{1-k}\,.\,LH\sqrt{2g\frac{H}{1-\left(\frac{1}{1+\frac{S}{H}}\right)^2}} = \sqrt{1-k}\,.\,xM,$$

nous chercherons d'abord la valeur de

$$x\sqrt{1-k} = \frac{D}{M}.$$

Dans ces expériences, la nappe était constamment détachée du barrage : la hauteur S de celui-ci était $0^m,433$; la longueur des ailes, mesurée sur les arêtes vives *ac*, *bd* du seuil du déversoir, était de $0^m,633$; le tube indicateur des charges est resté immergé contre le plan d'amont d'une de ces ailes, et fournissait, dans toute la longueur du barrage, jusqu'à une très-faible distance des parois du canal, les mêmes hauteurs de colonne hydrostatique ; mais l'épaisseur e de la nappe était un peu plus forte au-dessus de l'arrondissement *aob* que dans les autres points, où elle était constante, à l'exception toutefois des deux extrémités c et d, contiguës aux parois du canal. La comparaison des valeurs de e et de H a donné les résultats suivants :

H..............	87,7	115	141	165,
$\frac{H}{e}$..............	1,221	1,204	1,204	1,204.

La valeur du rapport $\frac{H}{e}$ est donc un peu plus grande pour un barrage en chevrons que pour un barrage droit, de même hauteur et de même obliquité, et varie d'ailleurs très-peu avec la charge H.

Passons aux conséquences du jaugeage expérimental.

TABLEAU N° XXXVIII.

Barrages en chevrons; nappes libres.

H	J	t	D	$x\sqrt{1-k}$
87,7	974,0	300,0	58,446	0,501076
115,0	1043,0	213,0	88,151	0,498104
141,0	1052,0	157,0	120,625	0,498542
165,0	1051,5	122,5	154,450	0,50000
		Moyenne....................		0,499431

La quantité $x\sqrt{1-k}$ est indépendante de H, et, par suite, il en doit être ainsi du facteur $\sqrt{1-k}$, que nous avons trouvé peu variable dans tous les cas examinés jusqu'ici, des nappes libres et des canaux rectangulaires; il paraît en outre à peu près certain que la valeur expérimentale de ce facteur est la même pour le barrage oblique de même inclinaison, au moins en ce qui concerne l'écoulement par-dessus les ailes *ac*, *bd* de celui qui nous occupe; de sorte que la question se réduit à l'appréciation de l'influence des mouvements de convergence qui ont lieu sur l'arrondissement *aob*. Or, en divisant la quantité moyenne 0,499431 par la valeur 0,391 de $\sqrt{1-k}$, trouvée tout à l'heure pour le barrage oblique à $\frac{1}{1}$, on obtient la longueur $x = 1^m,277$; d'un autre côté, la somme des longueurs des ailes est $1^m,266$, qui, diminuée de $0^m,021$ pour la correction ordinaire relative à la partie interceptée par le tube, se réduit à $1^m,245$. Cela posé, remarquons que les filets liquides se présentaient normalement à la corde $ab = 0^m,065$ de l'arrondissement : donc, sans les effets de la convergence des filets dans l'angle saillant, il faudrait ajouter la longueur $0^m,065$ de cette corde à celle des ailes; par suite des mêmes effets, c'est une fraction seulement de cette longueur qu'il faut ajouter pour tenir compte de la quantité d'eau qui passe au saillant du chevron. Quelle est cette fraction? La longueur totale d'écoulement libre trouvée par le calcul est

$$1^m,277 = 1^m,245 + 0,032 = (ac + bd - 0^m,021) + \tfrac{1}{2}ab;$$

d'où résulte cette règle pratique :

19

Le volume liquide débité par un barrage en chevrons est égal à celui qui passerait dans le même temps par-dessus le barrage droit de même obliquité par rapport au courant d'amont et dont la longueur serait égale à la somme de celles des ailes du chevron augmentée de la moitié de la corde de l'arrondissement au saillant (*).

§ II.

BARRAGES INCLINÉS VERS L'AMONT.

5. Après avoir étudié l'influence de l'obliquité des barrages qui nous ont occupé jusqu'ici, il ne restait plus qu'à considérer celle de leur inclinaison par rapport au fond du lit. Dans les expériences que j'ai faites à ce sujet, le barrage, établi normalement à la longueur du canal, était penché vers l'amont de manière à former, en projection verticale, l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont la hauteur, égale à $0^m,458$, était triple de la base. Cette inclinaison à $\frac{3}{1}$ est moyennement celle que l'on adopte pour les déversoirs alimentaires de certaines roues hydrauliques. Le tube indicateur des charges était fixé verticalement contre la crête du barrage. La largeur du déversoir, diminuée de $0^m,021$, était $0^m,876$.

Les nappes étaient du premier genre, c'est-à-dire libres; elles tombaient sur le fond du canal de fuite, plus près du pied du barrage que s'il eût été vertical, et cette circonstance en altérait sensiblement la courbure inférieure. En outre, sous les petites charges, jusqu'à $0^m,07$ environ, le talus ou glacis du biseau, qui aurait fait un angle de 45 degrés avec l'horizon si ce barrage eût été vertical, occasionnait un léger aplatissement dans la partie correspondante de la nappe.

Le tableau suivant contient les résultats de l'observation et ceux du calcul:

(*) Dans le cas où cette corde serait oblique à l'axe du canal, il faudrait la remplacer par sa projection perpendiculaire à cet axe.

Tableau N° XXXIX.

Barrage à biseau et arête vive au sommet, incliné vers l'amont.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du deversoir H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expéri-mentale. D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule expéri-mentale.	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule théo-rique.	DIFFÉRENCE proportion-nelle.	COEFFICIENT de l'ancienne formule.
1	69,7	58,0	288,0	180″	28,803	0,4000	0,4097	$\frac{1}{41}$	0,4034
2	109,0	91,8	384,5	120	57,681	0,4054	0,3977	$\frac{1}{48}$	0,4131
3	128,0	108,0	486,0	120	72,908	0,4007	0,3952	»	0,4105
4	128,0	108,0	487,0	120	73,058	0,4016	0,3952	»	0,4113
Moyennes pour les expériences 3 et 4...						0,4011	0,3952	$\frac{1}{67}$	0,4109
5	137,0	115,0	553,0	120	82,959	0,4030	0,4007	$\frac{1}{175}$	9,4215
6	158,0	132,0	691,0	121	102,805	0,4068	0.4057	$\frac{1}{370}$	0,4218

Observations et conséquences. — On voit que le degré d'approximation de la nouvelle formule est aussi élevé pour les barrages inclinés que pour les barrages verticaux de même forme et de même hauteur, tandis qu'il s'abaissait sensiblement dans le cas des barrages obliques, ce qui tient à ce que l'inclinaison du barrage n'introduit aucun phénomène nouveau et non représenté dans cette formule. Quant à celle de Dubuat, ses coefficients de correction varient trop pour admettre une valeur moyenne constante. Ces coefficients sont d'ailleurs plus faibles que pour le cas des barrages verticaux : il en est de même des *chutes superficielles* H — e, et cette coïncidence, qui est un *fait général,* n'est pas la moindre preuve de la vérité de notre opinion relativement à l'emploi de cette chute dans les calculs.

6. Un autre fait général est que les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$ varient beaucoup moins que celles des coefficients de l'ancienne formule. Ici la moyenne 0,4038 de ces valeurs expérimentales ne diffère pas de $\frac{1}{100}$ de celle qui s'en écarte le plus ; nous pouvons donc nous baser sur cette moyenne pour établir le *module de transition* relatif aux barrages inclinés. Or l'on vient de voir que la valeur moyenne du facteur $\sqrt{1-k}$

pour le cas des nappes libres et pour les barrages verticaux de hauteur peu différente de la dernière est 0,415; ainsi le module de transition est ici $\frac{4038}{4150} = 0,973$, d'où résulte la règle suivante:

Pour obtenir le débit d'un barrage à biseau normal aux rives du canal et penché vers l'amont sous une inclinaison peu différente de $\frac{3}{1}$, on réduira dans le rapport de 1000 à 973 le débit du barrage vertical de même largeur et de même hauteur.

§ III.

BARRAGES VERTICAUX AVEC PLATE-FORME HORIZONTALE.

7. Les ordonnances qui régissent l'usage industriel des cours d'eau prescrivent l'établissement d'un déversoir de décharge en amont de chaque usine: dans ce cas, le barrage est généralement construit en madriers de chêne surmontés par une pièce de $0^m,080$ à $0^m,100$ d'équarrissage, et présente au sommet un plan horizontal. Cette forme du seuil a été imitée dans nos expériences effectuées le 19 septembre 1847.

L'épaisseur du barrage était de $0^m,095$; sa hauteur S de $0^m,404$, et la largeur L du déversoir, diminuée de $0^m,021$ pour tenir compte de l'emplacement occupé par le tube indicateur des charges, était $0^m,877$.

8. *Phénomènes hydrauliques.* — Les nappes libres ne se détachaient du barrage qu'à partir de l'arête d'aval de la plate-forme supérieure, et leur adhérence à ce plan horizontal faisait naître dans leur courbure, en cet endroit, un raidissement, une sorte de plan incliné d'autant plus sensible que la charge du déversoir était plus petite. Cette région était le siége de mouvements oscillatoires qui s'étendaient horizontalement sur les deux tiers environ de la largeur du seuil à partir de son arête d'amont, et verticalement dans une zone de faible épaisseur: ces oscillations sont dues à la contraction qui se produit sur l'arête d'amont du seuil; la nappe, qui est adhérente un peu plus loin, s'en sépare dans une certaine étendue; d'où il résulte qu'entre cette partie de sa surface inférieure et le seuil il y a un espace à faible pression dans lequel se précipitent alternativement les molécules liquides avoisinantes (*).

(*) Lorsqu'on emploie des barrages plus élevés que celui qui a servi à ces expériences, et sous

Les *fig.* 30, 31 et 32, *Pl. II*, représentent les profils relevés au-dessus du barrage, de trois nappes correspondantes aux charges H de $0^m,0537$, $0^m,0737$, $0^m,1085$ pour lesquelles l'influence du seuil du déversoir était sensible; les cotes inscrites en millimètres sont les hauteurs des points correspondants de la surface liquide au-dessus du niveau du même seuil. On a pris l'échelle des hauteurs quintuple de celle des distances horizontales, afin de mieux accuser les modifications de courbure.

9. *Résultats d'expériences.* — Le tableau suivant contient les résultats des expériences et ceux du calcul. L'épaisseur e des nappes a été prise, comme précédemment, dans le plan vertical de l'arête d'amont du seuil du déversoir.

TABLEAU N° XL.

Barrage vertical épais équarri au sommet.

NUMÉROS d'ordre	CHARGE du déversoir H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J		DÉPENSE expéri-mentale. D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule expéri-mentale.		RAPPORT de la dépense expéri-mentale à la dépense théorique.	COEFFICIENT de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS
			J	t		expéri-mentale.	théo-rique.			
1	53,7	47,7	1053,0	1204″	15,744	0,3236	0,3343	0,9679	0,3259	Nappes libres
2	73,7	64,0	971,5	660	26,498	0,3370* / 0,3420	0,3628	0,9289* / 0,9427	0,3410* / 0,3470	Id
3	108,5	92,3	1061,0	360	53,056	0,3733	0,3864	0,9661	0,3822	Id.
4	140,0	117,3	992,5	213	83,883	0,3983	0,4027	0,9897	0,4126	Id
5	164,0	137,0	996,5	155	115,735	0,4295	0,4058	1,0584	0,4487	Nappes noyées en dessous
6	190,0	156,0	1009,0	122	148,885	0,4385	0,4230	1,0366	0,4628	
7	213,0	173,0	1008,0	101	179,664	0,4416	0,4334	1,0189	0,4716	

Observations et conséquences. — En construisant la courbe dont les abscisses sont les valeurs de la charge H et dont les ordonnées sont les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$, on reconnaît que celle de l'expérience n° 2 constitue une anomalie et devrait être 0,342 au lieu de 0,337;

certaines charges, il peut arriver que la nappe se détache complètement, à partir de l'arête d'amont du seuil; mais alors l'écoulement rentre dans le cas des barrages types, et l'on doit appliquer les données numériques qui concernent ce cas.

de sorte que le rapport de la dépense expérimentale à la dépense théorique serait 0,9427 au lieu de 0,9289. La courbe ayant mêmes abscisses et pour ordonnées les coefficients de l'ancienne formule, indique également une anomalie pour la même expérience; ainsi l'erreur réside probablement dans le jaugeage de la dépense : la valeur n° 2 de ce coefficient serait d'ailleurs 0,347 au lieu de 0,341.

La nouvelle formule a donné ici des dépenses trop fortes pour les nappes libres et trop petites pour celles du second genre. La résistance due à l'épaisseur du seuil du déversoir explique le premier de ces résultats, parce qu'alors les charges sont faibles et que cette résistance a une valeur relative suffisante pour rendre son influence sensible.

Quant au second cas, le remous d'aval, s'introduisant entre le dessous de la nappe et le seuil du déversoir, détruit d'autant plus l'adhérence que la charge est plus considérable; à cette adhérence il substitue une contre-pression inférieure d'abord à celle de l'atmosphère, puis croissant avec les charges : au moment où ces deux pressions sont égales entre elles, la dépense théorique doit être sensiblement égale à la dépense expérimentale, et la construction des lieux géométriques montre que cette coïncidence aurait lieu pour une charge d'environ $0^{m},235$. L'une des courbes précitées, tracée à une échelle suffisante pour fournir des indications exactes, donne les valeurs suivantes des coefficients de la formule de Dubuat :

TABLEAU N° XLI.

CHARGES du deversoir.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
50	0,323	Nappes libres.
60	0,333	*Id.*
70	0,344	*Id.*
80	0,354	*Id.*
90	0,364	*Id.*
100	0,374	*Id.*
110	0,384	*Id.*
120	0,394	*Id.*
130	0,403	*Id.*
140	0,413	*Id.*
»	»	État transitoire.
160	0,446	Nappes du second genre.
170	0,452	*Id.*
180	0,458	*Id.*
190	0,463	*Id.*
200	0,467	*Id.*
210	0,470	*Id.*
220	0,474	*Id.*
230	0,476	*Id.*

On voit combien varient les coefficients de la formule de Dubuat pour un même état des nappes et une même hauteur de barrage. Ceux de la nouvelle formule varient aussi, mais beaucoup moins. Comme, d'ailleurs, le degré d'approximation de cette formule est considérablement plus élevé que celui de l'ancienne, c'est sur elle que nous nous baserons pour déterminer le *module de transition* relatif aux barrages qui nous occupent.

10. *Module de transition*. — A cet effet, considérant d'abord le cas des nappes libres, nous prenons la moyenne 0,967 des coefficients 0,968, 0,943, 0,966, 0,990 de la nouvelle formule fournis directement par l'expérience; cette moyenne ne diffère que de $\frac{1}{43}$ de la valeur extrême 0,990. Or, dans le cas des barrages types, pour les mêmes charges et la même hauteur de barrage, les coefficients de notre formule sont respectivement : 0,978, 0,978, 0,986, 0,998, dont la moyenne 0,985 ne s'écarte que

de $\frac{1}{77}$ de celle qui en diffère le plus. Nous adopterons donc, pour module de transition, le rapport $\frac{967}{985} = 0,982$. Ainsi l'épaisseur et l'équarrissage du seuil réduisent la dépense des déversoirs sans contraction latérale dans le rapport de 1 à 0,982, c'est-à-dire occasionnent un déchet de $\frac{1}{55}$ de la dépense des barrages types à biseau, dans le cas où les nappes sont libres, mais seulement à partir de l'arête d'aval du seuil équarri.

Quant aux nappes du second genre, les coefficients de la nouvelle formule, obtenus directement par l'expérience, sont, d'après le tableau n° XL, 1,058, 1,037, 1,019, dont la moyenne 1,038 ne diffère que de $\frac{1}{53}$ de celle qui s'en écarte le plus. Or, d'après nos expériences de l'année 1852, le coefficient correspondant aux mêmes charges et à la même hauteur du barrage type est 1,045 (tableau n° XXVIII); nous prendrons donc, pour module de transition, le rapport $\frac{1038}{1045} = 0,993$. Remarquant maintenant que la valeur 0,987, comprise entre celle-ci et la précédente, ne diffère que de $\frac{1}{165}$ de la plus grande, nous adopterons cette moyenne pour les deux cas, et poserons en conséquence la règle approximative suivante :

Pour obtenir le débit d'un barrage vertical équarri au sommet, ayant une épaisseur d'environ $0^m,10$, *dans le cas où la nappe liquide ne se détache pas complétement du seuil du déversoir à partir de son arête d'amont, on multipliera par* 0,987 *le débit du barrage type de même hauteur. Dans le cas contraire, le débit est le même pour ces deux genres de barrages.*

§ IV.

BARRAGES VERTICAUX ARRONDIS AU SOMMET.

11. J'ai fait sur ce genre de déversoirs deux séries d'expériences, l'une en septembre 1847, avec un barrage de $0^m,048$ d'épaisseur, l'autre en juillet 1848, après avoir porté cette épaisseur à $0^m,120$: dans l'une comme dans l'autre de ces séries, le barrage était arrondi à la partie supérieure suivant une demi-circonférence ayant son épaisseur pour diamètre (*fig.* 33).

12. *Phénomènes hydrauliques.* — Le dernier de ces dispositifs a donné lieu à une circonstance qui ne s'était point encore présentée, savoir que, même quand le tube indicateur des charges restait immergé en permanence, la nappe ne se détachait point du barrage : ainsi, pour les petites charges,

on n'a obtenu que des nappes adhérentes, et pour les autres des nappes noyées en dessous, mais point de nappes libres. Dans le cas du barrage de $0^m,048$ d'épaisseur, et sous les petites charges, j'ai observé, sur toute la longueur du déversoir, des plis ou sillons liquides *abcd* (*fig.* 33 *bis*) limités latéralement par deux courbes *ad*, *bc*, qui, prenant naissance vers l'endroit où la dépression des nappes devient très-sensible, se rapprochaient d'abord pour diverger ensuite jusqu'à la partie inférieure de la chute d'aval; aux deux extrémités du déversoir, la nappe se relevait contre les parois du canal comme s'il eût été trop étroit pour la contenir. La largeur de ces plis diminue quand la charge augmente; en outre, déjà pour $H = 0^m,06$, ils n'atteignaient plus la surface liquide supérieure, qui les recouvrait comme d'un voile transparent. Ces phénomènes n'ont point été observés dans le cas des nappes noyées en dessous, et tout porte à croire qu'ils s'engendrent au contact du sommet du barrage.

J'ai déterminé par la méthode exposée au n° 15 (section I) la correction à introduire dans la largeur du déversoir pour tenir compte de l'emplacement occupé par le tube; dans le cas du barrage épais, la moyenne de quatre expériences dans lesquelles la charge a varié de $0^m,090$ à $0^m,211$ a donné pour coefficient de réduction 0,989; en conséquence, la quantité absolue à retrancher de nos largeurs de 0,900 environ était moitié moindre que dans le cas des barrages à arêtes vives, ce qui a dû provenir en partie de ce que le tube, au lieu d'être appliqué contre le barrage, était situé à $0^m,05$ en amont : la forme du seuil du déversoir n'est point d'ailleurs étrangère à ce résultat, car, pour un autre barrage arrondi dont il sera parlé plus loin, le tube étant appliqué contre le seuil, on a trouvé pour coefficient de réduction 0,983, ce qui donne une correction absolue de $0^m,015$ au lieu de $0^m,021$ qui convient aux seuils à arête vive. Cette dernière réduction est celle que nous devons appliquer au premier des deux barrages qui nous occupent actuellement.

13. *Observation générale relative à la mesure des charges dans le cas des déversoirs à seuils arrondis.* — Les déversoirs dont le seuil ne présente point d'arête vive en amont donnent lieu à une difficulté qui n'avait point été résolue rationnellement, savoir le choix du point du seuil au-dessus du-

quel on doit prendre la hauteur de la surface liquide pour mesurer, soit les charges, soit l'épaisseur des nappes. Or l'on en obtiendra facilement la solution en se rappelant que l'étude des mouvements qui ont lieu en amont du barrage, dans la région où s'engendrent les nappes, a conduit à partager la masse liquide de cette région en deux parties, dans l'une desquelles la pesanteur agit comme force accélératrice sur les molécules liquides, tandis que, dans l'autre, elles se meuvent de bas en haut vers le seuil du déversoir : il résulte en effet de ces considérations que, quelle que soit la forme du barrage, les charges doivent être prises par rapport à son arête la plus élevée, car le plan horizontal qui passe par cette arête est celui qui sépare les molécules ascendantes des autres. Remarquons en outre que, dans l'application pratique, la mesure des charges au-dessus de toute autre ligne d'un seuil arrondi introduirait une source d'erreurs et des difficultés d'exécution qu'il est nécessaire d'éviter dans des opérations de ce genre. Je n'ai donc point hésité à mesurer les charges et les épaisseurs des nappes au-dessus de la génératrice culminante des seuils qui ne présentent point d'arête vive en amont.

14. *Résultats d'expérience.* — Revenant maintenant au cas particulier des barrages verticaux avec seuil demi-cylindrique, nous donnons dans le tableau suivant les résultats de l'expérience et ceux du calcul :

TABLEAU N° XLII. — *Barrages verticaux arrondis au sommet suivant un demi-cylindre circulaire.*

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expérimentale D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule : expéri-mentales.	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule : théoriques.	RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
	Épaisseur du barrage, 0m,048. Hauteur, S = 0m,431. Largeur réduite, 0m,900 × 0,983 = 0m,885.									
1	42,2	28,5	222,0	265,0	15,081	0,4428	0,5697	0,7773	0,4409	Nappes libres.
2	58,2	40,7	903,5	600,0	27,168	0,4903	0,5484	0,8941	0,4903	Id.
3	90,7	66,4	1005,0	335,5	53,976	0,4962	0,5176	0,9587	0,5012	Id.
4	112,0	83,5	994,0	240,0	74,558	0,4966	0,5045	0,9843	0,5048	Id.
5	138,0	104,0	1041,0	180,0	104,112	0,5028	0,4964	1,0129	0,5134	Id.
6	158,0	118,6	990,5	135,0	132,081	0,5171	0,4994	1,0354	0,5336	Id.
	Épaisseur du barrage, 0m,120. Hauteur, S = 0m,384. Largeur non réduite, 0m,903; réduite, 0m,893.									
1*	90,0	59,0	760,0	164,0	51,824	0,4725	0,5869	0,8051	0,4796	Nappes adhérentes.
2*	90,0	60,2	932,0	323,0	51,944	0,4736	0,5753	0,8231	0,4807	Id.
3*	89,0	59,0	680,0	236,0	51,870	0,4811	0,5806	0,8286	0,4884	Id.
				Moyennes	....	0,4757	0,5809	0,8189	0,4829	Id.
4	150,0	100,5	981,0	142,5	123,930	0,5210	0,5744	0,9070	0,5393	Id.
5*	149,0	101,2	991,0	144,5	123,459	0,5193	0,5664	0,9168	0,5368	Id.
				Moyennes	....	0,5201	0,5704	0,9119	0,5380	
6	164,0	109,6	966,0	130,0	144,916	0,5301	0,5759	0,9205	0,5514	Id.
7*	162,0	109,4	977,0	122,5	143,575	0,5296	0,5698	0,9294	0,5504	Id.
				Moyennes	....	0,5298	0,5728	0,9249	0,5509	
8	189,0	131,0	1005,0	102,0	177,372	0,5197	0,5540	0,9381	0,5459	Nappes noyées en dessous.
9*	188,0	131,0	1009,0	101,0	170,842	0,5254	0,5506	0,9542	0,5526	
				Moyennes	....	0,5225	0,5523	0,9461	0,5487	
10	211,0	149,5	1057,0	89,0	213,799	0,5268	0,5399	0,9757	0,5576	Id.
11*	210,0	147,2	1009,0	85,0	213,494	0,5245	0,5468	0,9592	0,5552	Id.
				Moyennes	....	0,5256	0,5433	0,9674	0,5564	Id.
12	232,0	177,0	1091,0	80,0	245,502	0,5200	0,4847*	1,0469*	0,5555	Id.
							0,5293	0,9824		

Nota. Les numéros marqués d'un astérisque sont ceux des expériences dans lesquels le tube ne restait point immergé.

Observations et conséquences. — En traçant une courbe dont les coordonnées sont H et e, on reconnaît que, pour $H = 232$ (expérience n° 12) l'épaisseur e doit être 167 au lieu de 177; il y a donc eu très-probablement une méprise dans l'inscription de cette cote sur le carnet des expériences. Il en résulte que la valeur théorique du facteur $\sqrt{1-k}$, c'est-à-dire celle qui résulte de l'observation directe de H et e, doit être 0,5293, et le rapport de la dépense expérimentale à la dépense théorique 0,9824 au lieu de 1,0469, qui, d'ailleurs, présentait dans l'ensemble des autres une notable anomalie.

15. *Coefficients de l'ancienne formule.* — Le tracé des lieux géométriques exprimant la loi de variation des coefficients de l'ancienne formule donne :

TABLEAU N° XLIII.

CHARGES du déversoir.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
		Barrage de $0^m,048$ d'épaisseur.
40	0,435	Nappes libres.
50	0,466	*Id.*
60	0,490	*Id.*
70	0,496	*Id.*
80	0,498	*Id.*
90	0,501	*Id.*
100	0,502	*Id.*
120	0,507	*Id.*
140	0,516	*Id.*
150	0,524	*Id.*
160	0,534	*Id.*
		Barrage de $0^m,120$ d'épaisseur.
80	0,464	Nappes adhérentes.
90	0,483	*Id.*
100	0,493	*Id.*
110	0,502	*Id.*
120	0,510	*Id.*
130	0,520	*Id.*
140	0,529	*Id.*
150	0,538	*Id.*
160	0,546	*Id.*
170	0,550	*Id.*
180	0,555	Nappes noyées en dessous.
190	0,557	*Id.*
200	0,558	*Id.*
210	0,558	*Id.*
220	0,558	*Id.*
230	0,556	*Id.*

La dépense des barrages à arête vive est plus petite lorsque les nappes sont libres que dans les autres cas, toutes choses étant égales d'ailleurs : ici c'est un résultat contraire qui se présente, jusqu'à la charge de $0^m,12$ exclusivement, et il provient de la résistance du seuil épais au mouvement de la veine liquide.

Les effets de cette résistance se manifestent également dans le degré d'approximation de la nouvelle formule. Ainsi, pour les nappes libres et le

barrage de $0^m,048$ seulement d'épaisseur, on voit ce degré d'approximation s'abaisser rapidement quand les charges diminuent à partir de $0^m,09$, tandis que, pour cette dernière, il est déjà de $\frac{1}{25}$: la dépense théorique est exactement égale à la dépense expérimentale pour la charge de $0^m,125$.

Dans la seconde série, l'épaisseur du seuil étant deux fois et demie celle du premier barrage, et la surface inférieure de la nappe ne s'en détachant plus, le degré d'approximation de la formule est plus faible pour les mêmes charges, mais il augmente sensiblement avec celles-ci; déjà, pour $H = 0^m,19$ il est de $\frac{1}{20}$, et pour $H = 0^m,23$, de $\frac{1}{60}$, tandis que l'ancienne formule donne encore des résultats presque doubles de ceux de l'expérience.

16. *Modules de transition.* — Considérant d'abord le cas des nappes libres, nous remarquerons que les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule varient peu à partir de la deuxième, et que la moyenne 0,496 des valeurs numérotées de 2 à 5 ne différant que de $\frac{1}{83}$ de celle qui s'en écarte le plus, on peut l'adopter pour les charges comprises entre $0^m,055$ et $0^m,140$. Pour les charges de $0^m,140$ à $0^m,200$, nous prendrons la dernière valeur 0,517, qui correspond à une charge comprise entre celles-ci. Cela posé, la valeur moyenne de $\sqrt{1-k}$ pour les barrages types de $0^m,411$ à $0^m,468$ de hauteur étant 0,415, les modules de transition seront $\frac{496}{415} = 1,20$ et $\frac{517}{415} = 1,25$. Sous les très-petites charges, l'adhérence de la nappe à la moitié du seuil qui est tournée vers l'amont prend trop d'influence pour qu'il nous paraisse possible d'admettre un module constant.

Observation générale relative à la détermination des modules de transition pour le cas des nappes non détachées du barrage. — Pour le barrage de $0^m,120$ d'épaisseur, on n'a obtenu que des nappes adhérentes ou des nappes noyées en dessous, et nous aurons tout à l'heure à nous occuper de déversoirs où toutes les nappes, s'appliquant le long du barrage, doivent être classées dans la première de ces deux catégories. Ici, il se présente une difficulté particulière, attendu que, sur les barrages types, les nappes de ce genre ne se forment point toujours pour les mêmes charges que sur ceux que nous aurons à leur comparer. Or, considérant d'abord le cas des nappes adhérentes, nous remarquerons qu'en faisant abstraction du frottement, ces nappes coulent librement comme celles qui sont détachées du barrage, et

que la hauteur de celui-ci doit exercer à très-peu près la même influence. En outre, la promptitude avec laquelle les nappes adhérentes se détachent lorsqu'on introduit l'air extérieur entre elles et le seuil du déversoir prouve que, comme dans le cas des nappes libres, la pression en cet endroit est inférieure à celle de l'atmosphère. En conséquence de ces considérations, nous prendrons pour base de la détermination des modules de transition, la valeur du facteur $\sqrt{1-k}$ qui correspond aux nappes libres pour les barrages types.

Mais, dans le cas des nappes noyées en dessous, il s'introduit une circonstance essentielle qui ne permet plus de supposer une influence à peu près égale à la hauteur du barrage, c'est l'obstacle à l'écoulement produit par le remous d'aval, obstacle qui, pour la même charge, augmente quand la hauteur du barrage diminue. Les dépenses relatives aux nappes dont il s'agit pour les déversoirs de diverses formes ne peuvent donc être comparées qu'à celles des nappes du même genre pour les barrages types.

Cela posé, dans le cas des barrages épais qui nous occupent actuellement, c'est seulement pour les charges supérieures à $0^m,10$ que le facteur $\sqrt{1-k}$ est sensiblement constant, et sa valeur moyenne est 0,525 pour les nappes adhérentes : or, pour le barrage type de $0^m,340$ de hauteur et les nappes libres, nous avons trouvé, en 1846, $\sqrt{1-k}=0,417$, et en 1852, pour $S=0^m,411$, $\sqrt{1-k}=0,412$; comme d'ailleurs la hauteur de notre barrage arrondi est moyenne entre ces dernières, c'est encore 0,415 que nous devons adopter, et le module de transition sera $\frac{525}{415}=1,26$. Quant aux charges de $0^m,080$ à $0^m,100$, nous prendrons $\frac{476}{415}=1,15$.

Passant maintenant au cas des nappes noyées en dessous, nous avons :

		m	m	m
Charges du déversoir		0,188	0,210	0,232
Facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule	pour le seuil arrondi	0,522	0,525	0,520
	pour le barrage type de hauteur très-peu différente ($0^m,340$)	0,433	0,425	0,421
Rapport de ces valeurs		1,205	1,235	1,235

Ainsi le module de transition sera 1,22.

Enfin nous remarquerons que, dans le cas des nappes libres et des seuils arrondis qui nous occupent, la surface inférieure de la nappe se détachant

un peu en amont du sommet de l'arrondissement, l'épaisseur du barrage ne peut exercer qu'une influence bien faible sur la dépense : nous poserons en conséquence la règle approximative suivante :

Pour obtenir la dépense d'un barrage vertical arrondi au sommet, on mesurera la charge au-dessus de son arête culminante, on calculera le débit du barrage type de même hauteur avec nappe libre, puis on le multipliera, dans le cas des nappes libres, par 1,20 *si la charge est comprise entre* 0^{m},050 *et* 0^{m},140 ; *par* 1,25 *si elle est plus grande. Dans le cas des nappes adhérentes, et l'épaisseur du seuil étant de* 10 *à* 15 *centimètres, on adoptera le multiplicateur* 1,26 *si la charge du déversoir est supérieure à* 0^{m},10, *et* 1,15 *pour les charges de* 0^{m},08 *à* 0^{m},10. *Enfin, si les nappes sont noyées en dessous, on multipliera par* 1,22 *le débit du barrage type de même hauteur avec nappes du même genre.*

§ V.

BARRAGES INCLINÉS VERS L'AMONT AVEC SEUIL ARRONDI SUIVANT UN DEMI-CYLINDRE CIRCULAIRE.

17. Après avoir expérimenté les barrages verticaux surmontés d'un demi-cylindre convexe, j'ai repris celui de 0^{m},120 d'épaisseur en l'inclinant vers l'amont à trois de hauteur sur un de base, ce qui en a réduit la saillie verticale à 0^{m},354 au-dessus du fond du canal. Ainsi que dans les précédentes expériences, le tube indicateur des charges n'est resté parfois immergé que pendant le temps strictement nécessaire pour mesurer la hauteur de la colonne liquide, ce qui est indiqué par un astérisque dans le tableau des résultats. Lorsque ce tube a été maintenu en permanence, le coefficient de réduction de la largeur du déversoir a été trouvé, comme il vient d'être dit, égal à 0,983, ce qui réduisait à 0^{m},888 la longueur 0^{m},903 du barrage.

Ainsi que dans le cas où celui-ci était vertical, je n'ai point obtenu de nappes libres.

18. *Résultats d'expérience.* — On a continué à prendre, pour mesure des charges et de l'épaisseur des nappes, les hauteurs au-dessus de la ligne supérieure du seuil du déversoir.

Le tableau suivant contient les résultats de l'expérience et ceux du calcul :

TABLEAU N° XLIV.

Barrage épais incliné vers l'amont avec seuil arrondi suivant un demi-cylindre circulaire.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expérimentale D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule expéri-mentales.	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule théoriques.	RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
1*	85,0	59,0	944,0	362,0	46,944	0,4648	0,5531	0,8404	0,4735	Nappes adhérentes.
2	85,5	59,0	931,0	360,0	46,555	0,4647	0,5567	0,8347	0,4736	Id.
				Moyennes	....	0,4648	0,5549	0,8376	0,4736	
3*	116,0	80,0	969,0	216,0	80,759	0,4957	0,5570	0,8890	0,5115	Id.
4	116,0	81,0	992,0	221,0	80,805	0,5042	0,5493	0,9179	0,5201	Id.
				Moyennes	....	0,4999	0,5531	0,9039	0,5158	
5*	135,0	93,5	1035,0	177,0	105,266	0,5101	0,5541	0,9206	0,5308	Id.
6	136,0	95,5	1054,0	180,0	105,412	0,5133	0,5457	0,9406	0,5340	Id.
				Moyennes	....	0,5117	0,5499	0,9306	0,5314	
7*	153,5	108,0	990,0	134,0	133,000	0,5272	0,5444	0,9684	0,5529	Id.
8	154,5	109,0	981,0	133,5	132,284	0,5277	0,5427	0,9724	0,5538	Id.
				Moyennes	....	0,5274	0,5435	0,9704	0,5534	
9*	183,0	131,0	1062,0	106,5	179,513	0,5390	0,5331	1,0111	0,5734	Nappes noyées en dessous.
10	184,0	131,0	998,0	100,0	179,660	0,5438	0,5367	1,0132	0,5787	
				Moyennes	....	0,5414	0,5349	1,0121	0,5760	
11*	235,0	175,0	992,0	70,0	255,114	0,5133	0,5053	1,0158	0,5600	Id.
12	236,0	177,0	989,0	70,0	254,342	0,5168	0,5000	1,0336	0,5639	Id.
				Moyennes	....	0,5150	0,5026	1,0247	0,5619	
13	251,0	191,0	974,0	63,0	278,317	0,5119	0,4889	1,0470	0,5627	Id.
14	252,0	192,0	974,0	63,0	278,317	0,5086	0,4880	1,0422	0,5594	Id.
				Moyennes	....	0,5102	0,4884	1,0446	0,5610	

Nota. Les numéros marqués d'un astérisque sont ceux des expériences dans lesquelles le tube ne restait pas immergé.

19. *Observations et conséquences.* — Le tracé des courbes ayant pour abscisses les charges du déversoir et pour ordonnées les coefficients de correction de l'ancienne formule, donne :

Tableau N° XLV.

CHARGES du déversoir.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
80	0,464	Nappes adhérentes.
90	0,483	*Id.*
100	0,498	*Id.*
110	0,510	*Id.*
120	0,519	*Id.*
130	0,528	*Id.*
140	0,538	*Id.*
150	0,549	*Id.*
160	0,562	*Id.*
180	0,578	Nappes noyées en dessous.
190	0,574	*Id.*
200	0,570	*Id.*
210	0,567	*Id.*
220	0,565	*Id.*
230	0,563	*Id.*
240	0,562	*Id.*
250	0,561	*Id.*
260	0,561	*Id.*

Le degré d'approximation de la nouvelle formule est déjà de $\frac{1}{20}$ pour la charge de $0^m,14$, et de $\frac{1}{50}$ pour celle de $0^m,16$; la dépense théorique est exacte pour la charge de $0^m,175$, puis l'approximation diminue, mais elle est encore de $\frac{1}{30}$ pour la charge de $0^m,225$.

20. *Module de transition.* — A partir de la charge de $0^m,12$, les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule varient peu; la valeur moyenne 0,520 ne diffère que de $\frac{1}{25}$ de celle qui s'en écarte le plus: or, pour le barrage vertical, la moyenne est 0,523, le rapport des dépenses est donc 0,994. D'un autre côté, en construisant la courbe F(H et $\sqrt{1-k}$), on voit que, pour $H = 0^m,090$, $\sqrt{1-k} = 0,4740$, tandis que pour la même charge et le barrage vertical nous avions 0,4757; le rapport de ces valeurs

est 0,996 qui ne diffère pas sensiblement du premier : nous adopterons 0,995. Ainsi, conformément à ce qui a été trouvé précédemment dans le cas des seuils à biseau, l'inclinaison à $\frac{3}{1}$ des barrages qui nous occupent diminue un peu la dépense du déversoir. En définitive :

Le débit d'un barrage épais à seuil arrondi suivant un demi-cylindre circulaire et incliné vers l'amont à trois de hauteur sur un de base, est les $\frac{995}{1000}$ de celui du barrage vertical de même forme et de même hauteur.

§ VI.

DISPOSITIF DES GRANDES DIGUES EN MAÇONNERIE.

21. Les digues établies en travers des grands cours d'eau présentent généralement, en aval de leur sommet arrondi, une surface concave en col de cygne ; en outre, on doit disposer en amont, pour éviter les affouillements et donner de la stabilité, un talus s'élevant du fond du lit jusque vers la partie supérieure. Il en résulte une forme générale de barrage que j'ai imitée autant qu'il était possible, au moyen d'une construction en bois et tôle dont le profil est représenté par la *fig.* 34 (*Pl. II*).

Le tube indicateur des charges était fixé verticalement contre le pied D du talus d'amont : à la distance où il se trouvait du seuil A du déversoir, il ne pouvait plus exercer aucune influence sur le débit ; mais malgré les propriétés constatées en 1846 (section I, n°s 5 et 6), j'ai cru devoir vérifier si ses indications étaient les mêmes que près du seuil : en conséquence, on a placé dans ce dernier endroit un autre tube de même calibre, et les observations comparatives ont montré qu'il n'y avait point de différence sensible entre les charges fournies par ces deux tubes, ce qui assure la généralité des propriétés précitées, qui avaient été trouvées en employant un barrage vertical à biseau.

Pour observer commodément les charges au moyen du tube placé en D, j'ai amené la surface supérieure d'une douille de cuivre embrassant ce tube, au niveau de la génératrice culminante A du seuil du déversoir ; de sorte que, cette douille étant fixée au moyen d'une vis de pression, il suffisait de mesurer la hauteur de la colonne liquide au-dessus de sa tranche supérieure, normale à la longueur du tube.

Phénomène hydraulique. — Les nappes s'appliquaient constamment aux surfaces de la digue et coulaient avec une continuité remarquable, ne produisant guère d'autre bruit qu'une sorte de bruissement résultant de leur frottement contre la feuille de tôle qui formait le col de cygne BCF d'aval : ainsi ce genre d'écoulement se rapporte au cas des nappes adhérentes.

22. *Résultats d'expérience.* — La hauteur verticale S de la digue était $0^{m},420$, et la largeur L du déversoir $0^{m},898$. Voici le tableau des résultats :

TABLEAU N° XLVI.

Digues à sommet arrondi raccordé en amont et en aval avec le fond du lit d'un cours d'eau.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du deversoir H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	t	DÉPENSE experimentale. D	VALEURS du facteur $\sqrt{i-k}$ de la nouvelle formule — expérimentales	théoriques.	RAPPORT de la depense expérimentale à la depense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
1	109	77,5	823,0	252″	58,794	0,4020	0,5376	0,7478	0,4108	Nappes
2	113	81,0	945,0	240	70,883	0,4582	0,5322	0,8610	0,4690	adhérentes.
3	137	101,5	991,0	180	99,111	0,4762	0,5090	0,9356	0,4913	*Id.*
4	166	122,0	999,0	131	137,282	0,4892	0,5149	0,9501	0,5101	*Id.*
5	183	134,0	1010,5	113	160,982	0,4924	0,5175	0,9515	0,5170	*Id.*

23. *Observations et conséquences.* — L'interpolation graphique donne, pour la loi des coefficients de la formule de Dubuat :

TABLEAU N° XLVII.

CHARGES du déversoir.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
105	0,390	Nappes adhérentes.
110	0,416	*Id.*
120	0,461	*Id.*
130	0,481	*Id.*
140	0,494	*Id.*
150	0,501	*Id.*
160	0,507	*Id.*
170	0,512	*Id.*
180	0,516	*Id.*
190	0,518	*Id.*
200	0,521	*Id.*

Ces résultats prouvent que le débit des digues qui nous occupent est notablement plus faible que celui des précédentes, ce qui tient, non pas à la résistance du seuil proprement dit, qui devait être à très-peu près la même dans les deux cas, mais à la présence des talus ou raccordements de ce seuil avec le fond du canal. Or le raccordement d'amont supprimant un grand remous tourbillon et tendant à diminuer la courbure des filets liquides qui passent sur le seuil du déversoir, c'est principalement au raccordement d'aval que cette diminution dans la dépense paraît devoir être attribuée.

Par suite de l'augmentation du frottement des nappes, le degré d'approximation de la nouvelle formule est également inférieur à celui qui correspond au cas précédent; toutefois, à partir de la charge de $0^m,15$, il est de $\frac{1}{20}$ et paraît augmenter avec les charges, mais moins rapidement que dans ce cas.

24. *Modules de transition.* — La valeur expérimentale du facteur $\sqrt{1-k}$ paraît varier beaucoup dans le cas des petites charges, ce qui tient à la résistance des parois solides le long desquelles se meuvent les nappes, résistance dont les effets se manifestent également dans les valeurs du coefficient de l'ancienne formule : nous prendrons donc $\sqrt{1-k} = 0,400$ pour les charges comprises entre $0^m,08$ et $0^m,11$. On voit en outre que, pour les

charges supérieures, ce facteur varie beaucoup moins; aussi nous adopterons, pour celles qui sont comprises entre $0^m,11$ et $0^m,14$, la moyenne 0,467 des valeurs 2 et 3. Quant aux fortes charges, il faut remarquer que, dans le cas du dispositif précédent, où le seuil du déversoir était sensiblement le même que dans celui-ci, le facteur dont il s'agit, après avoir augmenté depuis la charge de $0^m,12$ jusqu'à celle de $0^m,18$, décroît ensuite, de sorte que sa valeur moyenne, prise entre ces limites, est la même que pour $H = 0^m,18$ et les charges supérieures. En conséquence, tout en regrettant de n'avoir point poussé plus loin ces expériences, nous pensons que la moyenne 0,486 des valeurs 3, 4 et 5 du facteur $\sqrt{1-k}$ peut être adoptée avec sécurité pour les charges comprises entre $0^m,14$ et $0^m,26$. Cela posé, le calcul des modules de transition, effectué d'après les bases précédemment établies, conduit à la règle pratique suivante :

Le débit d'une digue à sommet arrondi et raccordé en amont et en aval avec le fond du cours d'eau peut être calculé approximativement en multipliant celui du barrage type de même hauteur avec nappes libres par :

0,973 *si la charge, prise par rapport au sommet de la digue, est comprise entre* $0^m,08$ *et* $0^m,11$;

1,125 *si cette charge est comprise entre* $0^m,11$ *et* $0^m,14$;

1,171 *si elle est comprise entre* $0^m,14$ *et* $0^m,26$.

§ VII.

DÉVERSOIRS ALIMENTAIRES DES ROUES HYDRAULIQUES.

25. On emploie fréquemment, pour mouvoir les usines, des roues hydrauliques verticales importées d'Angleterre, dont les palettes, emboîtées dans un coursier circulaire, reçoivent l'eau d'un déversoir placé sur le prolongement de la partie supérieure de ce coursier : comme, d'ailleurs, le seul inconvénient de quelque importance que présentent ces roues simples et solides est la grande largeur qu'on est souvent obligé de leur donner parallèlement à leur axe, il est utile de chercher à diminuer cette dimension en adoptant, pour le déversoir, la forme qui donne lieu à la plus grande dépense d'eau sous une même charge. C'est probablement à cette considération qu'il faut attribuer la variété des dispositifs adoptés par les constructeurs sans

avoir les données expérimentales nécessaires, soit pour régler leur choix, soit pour calculer la dépense de ces différents déversoirs, données que nous avons cru devoir rechercher.

Les barrages et vannes de ces déversoirs sont toujours inclinés vers l'amont, et la valeur moyenne la plus fréquente comme la plus convenable de cette inclinaison est à trois de hauteur sur un de base, c'est-à-dire celle que nous avons adoptée constamment dans nos expériences sur les barrages inclinés. J'ai considéré en premier lieu le cas d'un barrage de $0^m,048$ d'épaisseur raccordé en aval avec le fond du canal par une feuille de tôle courbée en arc de cercle, mais laissant cependant entre sa partie inférieure et le fond un ressaut vertical *de* (*fig.* 35) (*). Le seuil *a* du déversoir a été formé en décrivant un quart de cercle ayant son centre sur la face d'amont du barrage, et pour rayon l'épaisseur de celui-ci.

26. *Influence des crémaillères employées pour la manœuvre des vannes.* — Dans ces expériences, les charges étaient observées à l'aide d'un tube recourbé dont la branche horizontale, insérée du dehors en dedans à travers la paroi du canal, venait aboutir au milieu de la largeur du déversoir, de sorte qu'il n'y avait aucune correction à introduire relativement à l'emplacement occupé par ce tube: mais une autre correction analogue m'a occupé, c'est celle que paraissent nécessiter les tiges des crémaillères fixées généralement aux vannes des roues hydrauliques pour leur manœuvre. En conséquence, et pour mettre les dimensions à peu près dans le même rapport que celles de la pratique, j'ai fixé à la face d'amont du barrage deux tiges *af* à section rectangulaire, ayant $0^m,018$ de largeur et $0^m,009$ d'épaisseur : chacune d'elles était placée à $0^m,050$ de l'extrémité correspondante du déversoir. Quatre jaugeages comparatifs exécutés avec et sans ces tiges ont conduit aux résultats suivants :

(*) Dans ces séries d'expériences, la roue hydraulique représentée *fig.* 35 avait été enlevée. *Voir* le livre IV.

TABLEAU N° XLVIII.

CHARGES du déversoir.	DÉPENSE EXPÉRIMENTALE du déversoir		RAPPORT de ces dépenses.
	armé de deux tiges.	sans tiges.	
97	52,63	53,81	0,978
103	55,20	55,87	0,988
116	67,05	68,64	0,977
132	82,00	82,92	0,989
Moyenne			0,983

La largeur effective du déversoir étant d'ailleurs de $0^m,896$, sa largeur réduite était $0^m,881$, et par conséquent, la réduction $0^m,015$: d'un autre côté, la somme des largeurs des tiges étant $0^m,036$, il en résultait une correction proportionnelle de $\frac{15}{36} = 0,416$. La faible valeur de cette influence tient à l'inclinaison des tiges. Dans la pratique, l'épaisseur des crémaillères est plus grande en valeur absolue que celle qui avait lieu ici ; de sorte que, pour rester plutôt au-dessus qu'au-dessous de la correction à effectuer, nous adopterons la règle suivante :

Pour tenir compte de l'emplacement occupé par les crémaillères d'une vanne en déversoir, inclinée vers l'amont, on retranchera de la largeur de l'orifice la moitié de la somme des largeurs des tiges.

Dans la plupart des cas, cette correction sera d'ailleurs tout à fait négligeable.

27. *Résultats d'expérience.* — J'ai fait en septembre 1846, sur le barrage-déversoir qui vient d'être décrit, deux séries d'expériences : dans l'une, les tiges de crémaillères étaient enlevées et les nappes étaient adhérentes ; dans la seconde, ces tiges étaient en place et cette circonstance faisait détacher les nappes, qui étaient libres ; ces deux séries sont comprises dans le tableau suivant.

La hauteur S du barrage était $0^m,465$; comme il présentait vers son sommet une arête vive, intersection du seuil arrondi avec sa face d'amont, c'est par rapport à cette arête que les charges ont été mesurées ; elle se trouvait d'ailleurs à $0^m,0028$ en dessous de la ligne culminante du barrage.

TABLEAU N° XLIX.

Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques. 1°. Barrages de 0m,04 à 0m,05 d'épaisseur. Seuil en quart de cercle, suivi d'un cousier circulaire.

NUMÉROS d'ordre	CHARGES du déversoir.	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expérimentale. D	VALEUR expérimentale du facteur $\sqrt{1-A}$ de la nouvelle formule.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS
		Barrage sans crémaillères.			*Largeur, L = 0m,896.*		
1	44,4	232,0	268″,0	15,986	0,4251	0,4265	Nappes adhérentes.
2	75,2	384,5	180,0	38,454	0,4650	0,4698	*Id.*
3	94,2	582,5	181,0	57,935	0,4981	0,5050	*Id*
4	120,0	879,0	179,5	88,155	0,5230	0,5346	*Id.*
5	150,0	756,0	119,5	113,887	0,4790	0,4941	Nappe d'un genre mixte.
		Vannage avec deux crémaillères.			*Largeur réduite, L = 0m,881.*		
6	49,7	145,5	154,0	17,008	0,3914	0,3934	Nappes libres.
7	63,2	406,5	300,0	24,393	0,3903* / 0,4000	0,3931	*Id.*
8	81,7	383,0	180,0	38,304	0,4153	0,4203	*Id.*
9	83,0	394,0	180,0	39,404	0,4179	0,4224	*Id.*
10	98,0	431,0	153,0	50,712	0,4173	0,4237	*Id.*
11	117,0	564,0	149,5	67,914	0,4261	0,4348	*Id.*
12	132,0	563,0	121,0	83,761	0,4365	0,4476	*Id.*
13	137,0	722,0	149,5	86,939	0,4277	0,4392	*Id.*
14	150,0	702,0	119,5	105,752	0,4522* / 0,4310	0.4664*	*anomalie. *Id.*
15	165,0	769,0	120,0	115,363	0,4256	0,4411	*Id.*

Observations et conséquences. — On voit d'abord que la dépense relative aux nappes libres est moindre que celle des nappes adhérentes, quoique, dans ce dernier cas, le frottement de leur surface inférieure contre le coursier circulaire introduise une cause de diminution. Ce résultat tient à ce que, lorsque le courant liquide s'applique contre le barrage et en suit les contours, la chute superficielle est plus grande, pour une même charge du déversoir, que quand la nappe, isolée par une masse d'air, est soutenue à une hauteur un peu plus grande au-dessus du seuil.

Dans l'expérience n° 5, c'est-à-dire sous la charge de 0m,150, la nappe

n'était plus adhérente au barrage, sans être cependant libre; en effet, il se produisait une couche d'air aplatie sur le seuil, de sorte que la nappe s'en détachait; mais comme cette masse d'air n'avait qu'une faible largeur, la nappe redevenait adhérente un peu plus loin.

L'expérience n° 1 appartient en réalité à la deuxième série, mais nous l'avons comprise dans la première, parce que la nappe adhérait au barrage malgré la présence des tiges : il faut seulement observer, pour les calculs, que la largeur d'écoulement du déversoir doit être réduite à $0^m,881$.

28. *Modules de transition.* — En construisant la courbe F (H et $\sqrt{1-k}$) pour la première série, on obtient les valeurs suivantes :

Charges du déversoir.........	50	60	70	80	90	100
Valeurs du facteur $\sqrt{1-k}$.....	0,430	0,440	0,456	0,474	0,491	0,505

La moyenne 0,442 des trois premières peut être adoptée pour les faibles charges, et la moyenne 0,490 des trois autres pour les charges de $0^m,08$ à $0^m,10$. Quant aux charges de $0^m,10$ à $0^m,14$, pour lesquelles les nappes sont encore adhérentes au seuil, nous adopterons la valeur 0,523 qui correspond à $H = 0^m,12$. En conséquence, les modules de transition seront respectivement

$$\frac{442}{417} = 1,06, \quad \frac{490}{417} = 1,18 \quad \text{et} \quad \frac{523}{417} = 1,25.$$

Quant aux nappes libres, il y a lieu de distinguer : 1° la valeur 0,395 qui correspond aux charges inférieures à $0^m,080$; 2° celle 0,417 qui convient aux charges de $0^m,08$ à 0,10; 3° enfin pour les charges supérieures, après correction des anomalies, la moyenne est 0,428. Il en résulte les trois modules de transition

$$\frac{395}{417} = 0,947, \quad \frac{417}{417} = 1,00 \quad \text{et} \quad \frac{428}{417} = 1,03.$$

29. *Seuils épais en quart de cercle.* — Nous rapporterons maintenant une série d'expériences faites, en septembre 1847, sur un barrage disposé et tracé comme le précédent, mais ayant une épaisseur double; sa hauteur verticale était $0^m,417$, c'est-à-dire un peu plus faible. Les charges ayant été observées à l'aide du tube immergé en permanence contre le barrage, la largeur du déversoir, diminuée de $0^m,021$ pour tenir compte de l'emplacement

occupé par ce tube, était $0^m,878$. J'ai adopté cette réduction, obtenue pour les barrages à biseau, parce que, comme dans la série qui précède, le seuil présentait ici une arête vive, intersection de la face d'amont du barrage avec le quart de cercle ayant son épaisseur pour rayon, et que j'ai pris les charges par rapport à cette arête. La ligne culminante du barrage se trouvait d'ailleurs à $0^m,006$ au-dessus.

30. *Phénomènes hydrauliques.* — Dans ces dernières expériences, il s'est produit un phénomène que je n'avais point encore observé. A chaque extrémité de la largeur du déversoir, et sur une longueur de $0^m,05$ environ, il se formait un gonflement transversal dans la surface liquide, au-dessus du seuil : ce gonflement donnait lieu immédiatement à un sillon qui se raccordait par une petite courbure convexe avec le reste du profil, sensiblement rectiligne comme à l'ordinaire. Dans chacun des deux sillons ainsi déterminés, il se produisait une bulle d'air ayant la forme d'une cornue allongée et courbée, dont le ventre serait un peu en aval du seuil, et dont le col, terminé en pointe, plongerait en dessous, du côté d'amont; lorsque la charge était supérieure à $0^m,15$, cette bulle était périodiquement produite, puis entraînée par le courant liquide. La *fig.* 36 représente le dispositif du barrage, cette bulle d'air et le profil de la nappe pour une charge de $0^m,140$.

31. *Résultats d'expérience.* — Le tableau précédent ne contient point l'épaisseur des nappes, parce que, dans mes premières expériences de l'année 1846, cette donnée avait été, ou omise, ou recueillie en traçant le profil longitudinal de la nappe sur une paroi du canal; mais celles dont les résultats composent le tableau suivant ayant été effectuées postérieurement, l'épaisseur des nappes a été déterminée avec soin et prise, comme les charges, par rapport à l'arête vive d'amont du seuil.

Le tableau suivant contient les résultats de l'expérience et ceux du calcul :

TABLEAU N° L.

Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques. 2°. Barrages de 0m,09 à 0m,10 d'épaisseur. Seuil en quart de cercle, suivi d'un coursier circulaire.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	t	DÉPENSE expéri-mentale. D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule expéri-mentales.	théo-riques.	RAPPORT de la dépense expéri-mentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
1	110	91,5	913,5	278,0	59,154	0,4074	0,4101	0,9934	0,4171	Nappes
2	137	111,0	937,0	185,0	91,178	0,4476* / 0,4400	0,4357* / 0,4280	1,0273	0,4621	adhérentes.
3	140	115,0	914,0	176,5	93,223	0,4425	0,4226* / 0,4300	1,0471* / 1,0290	0,4578	*Id.*
4	165	133,0	1002,0	145,5	123,973	0,4553* / 0,4610	0,4403	1,0341	0,4756	*Id.*
5	169	136,0	1010,0	139,0	130,806	0,4632	0,4419	1,0482	0,4840	*Id.*
6	180	144,0	1145,0	139,5	147,758	0,4740	0,4472	1,0599	0,4977	*Id.*
7	180	144,0	1013,5	124,0	147,137	0,4720	0,4472	1,0555	0,4956	*Id.*
8	183	147,0	968,5	116,5	149,656	0,4673	0,4435	1,0537	0,4914	*Id.*
Moyennes pour les trois dernières expériences...						0,4711	0,4445	1,0563	0,4949	

Observations et conséquences. — En traçant les courbes F(H et $\sqrt{1-k}$), on reconnaît, dans les valeurs théoriques et expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$, des anomalies qu'indiquent les astérisques dans le tableau précédent : les valeurs inscrites en dessous de chacune d'elles sont celles qu'il faut y substituer. Ces corrections faites, on voit que le degré d'approximation de la nouvelle formule est assez élevé pour les charges de 0m,10 à 0,14 ; il s'abaisse ensuite, mais il est encore de $\frac{1}{20}$ pour H = 0m,170.

La dépense théorique est exacte pour la charge de 0m,113. Quant au facteur $\sqrt{1-k}$ de cette formule, la première valeur 0,407 peut être regardée comme la moyenne de celles qui correspondent aux charges de 0m,10 à 0,12. Cette valeur est notablement plus faible que celles qui conviennent à une épaisseur du barrage moitié moindre, résultat naturel de l'adhérence des nappes au seuil du déversoir.

Pour les charges supérieures, la moyenne valeur expérimentale de $\sqrt{1-k}$

est 0,456, ou encore inférieure, quoique dans une moins forte proportion, à celles qui conviennent au barrage de $0^m,048$ d'épaisseur, ce qui montre que l'influence de l'adhérence au seuil est encore très-sensible pour ces charges.

Modules de transition. — En ayant égard à la hauteur du barrage, qui n'était dans cette dernière série que de $0^m,417$, nous adopterons 0,415 pour la valeur du facteur $\sqrt{1-k}$ correspondante aux barrages types. Les modules de transition qui en résultent ont été joints aux précédents pour composer le tableau qui suit :

TABLEAU N° LI.

Déversoirs inclinés vers l'amont à trois de hauteur sur un de base, avec seuil en quart de cercle suivi en aval d'un coursier circulaire.

LIMITES des charges.	MODULES DE TRANSITION par lesquels il faut multiplier le debit d'un barrage type de même hauteur avec nappes libres.	
	1°. Les nappes étant détachées du barrage.	
De $0^m,04$ à $0^m,08$....	$\frac{391}{417} = 0,938$	
De $0^m,08$ à $0^m,10$....	$\frac{417}{417} = 1,00$	
Supérieures à $0^m,10$....	$\frac{429}{415} = 1,03$	
	2°. Les nappes étant adhérentes.	
De $0^m,05$ à $0^m,09$....	$\frac{466}{417} = 1,12$	barrage de $0^m,04$ à $0^m,05$ d'épaisseur.
Supérieures à $0^m,09$....	$\frac{500}{417} = 1,20$	
De $0^m,10$ à $0^m,12$....	$\frac{407}{415} = 0,980$	seuil de $0^m,09$ à $0^m,10$ d'épaisseur.
Supérieures à $0^m,12$....	$\frac{456}{415} = 1,10$	

32. *Seuils avec arrondissement prolongé du côté d'amont.* — Les ingénieurs construisent souvent, pour l'alimentation des roues hydrauliques, des déversoirs inclinés comme les précédents, mais ayant un seuil arrondi jusque vers l'amont en forme de crosse. La *fig.* 37 représente le dispositif analogue que j'ai adopté en imitation de cette construction particulière.

La hauteur totale du barrage était $0^m,424$; sa largeur effective était $0^m,898$, mais le tube indicateur des charges étant resté en permanence contre le seuil en amont, il y avait lieu à appliquer la correction déterminée pour les autres

barrages à sommet entièrement arrondi ; en conséquence, la largeur réduite était $0^{m},887$.

La charge H du déversoir et l'épaisseur e de la nappe ont été prises par rapport à la ligne culminante du seuil.

J'ai encore remarqué ici, à chaque extrémité du déversoir et au-dessus du seuil, les plis et les bulles d'air précédemment décrits (**30**).

33. *Résultats d'expérience.* — Le tableau suivant contient les résultats de l'expérience et ceux du calcul :

TABLEAU N° LII.

Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques. 3°. Seuil épais avec arrondissement prolongé du côté d'amont, et suivi en aval d'un coursier circulaire.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir.	ÉPAISSEUR de la nappe.	JAUGEAGE expérimental.		DÉPENSE expérimentale.	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule		RAPPORT de la dépense expérimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
	H	e	J	t	D	expérimentales	théoriques.			
1	98	74,0	1017,0	334,0	54,814	0,4467	0,4949	0,9026	0,4548	Nappes
2	139	105,0	1005,5	180,0	100,561	0,4781	0,4946	0,9666	0,4940	adhérentes.
3	153	115,5	1014,0	154,5	118,149	0,4842	0,4951	0,9780	0,5024	*Id.*
4	173	129,0	1012,0	124,0	146,920	0,4985	0,5043* 0,4970	0,9885* 1,0030	0,5196	*Id.*
5	187	140,5	999,0	107,0	168,075	0,5030	0,4987	1,0086	0,5290	*Id.*
6	205	154,0	1080,0	99,4	195,595	0,5065	0,4988	1,0154	0,5366	*Id.*

Observations et conséquences. — Pour les petites charges, la nouvelle formule donne des résultats trop faibles, à cause de la résistance du seuil épais au mouvement des nappes ; mais le degré d'approximation croît rapidement avec les charges, car déjà, pour $H = 0^{m},13$, il est de $\frac{1}{25}$; pour $H = 0^{m},15$, de $\frac{1}{47}$, etc. La dépense théorique est exacte lorsque la charge est de $0^{m},170$.

34. *Modules de transition.* — La première valeur expérimentale 0,447 du facteur $\sqrt{1-k}$ peut être adoptée pour les charges de $0^{m},08$ à $0,12$, et la moyenne 0,495 des autres pour les charges supérieures à $0^{m},139$. En

conséquence, les modules de transition sont $\frac{447}{415} = 1{,}08$ et $\frac{495}{415} = 1{,}20$. En comparant ces résultats à ceux qui viennent d'être obtenus, on voit que l'addition de l'arrondissement postérieur *sab* (*fig.* 37) augmente la dépense des déversoirs qui nous occupent, dans le rapport de 1,00 à 1,095. Ainsi leur emploi dans la pratique se trouve justifié, quoique cette forme soit encore moins avantageuse que le simple arrondissement demi-circulaire (nos **11** et **17**) du sommet du barrage, qui n'est cependant point adopté par les ingénieurs.

35. *Déversoirs à plates-formes paraboliques.* — M. Marozeau a construit, dans le département du Haut-Rhin (*), une roue hydraulique à palettes planes emboîtées dans un coursier circulaire qui, d'après des expériences exécutées avec le frein de Prony, paraît présenter des propriétés très-avantageuses attribuées en partie au dispositif que cet ingénieur a adopté pour le déversoir alimentaire. Comme d'ailleurs, en l'absence d'expériences spéciales propres à déterminer d'une manière précise la dépense de ce déversoir, l'auteur l'a calculée au moyen de la formule

$$Q = 0{,}4\,LH\sqrt{2gH},$$

il était important de vérifier ces propriétés par un jaugeage exact, et de fournir en même temps aux ingénieurs un élément essentiel de l'établissement des roues dont il s'agit, dans les conditions où les place M. Marozeau.

Le nouveau dispositif, représenté par la *fig.* 38, consiste à donner au seuil du déversoir une courbure *abc* tracée suivant la trajectoire parabolique dont la vitesse initiale serait celle qui est due à la charge H de ce déversoir, de sorte qu'en prenant l'origine des coordonnées rectangulaires en *a*, l'équation de ce profil est

$$y = \frac{1}{4H}x^2.$$

La largeur de ce seuil est 0m,250. En outre, à 0m,200 environ au-dessous de l'arête d'aval *c* de la vanne verticale *abcd* ainsi courbée au sommet, l'au-

(*) *Voir* le *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, tome XVIII, n° 86.

teur a disposé un second seuil *ef* parallèle au premier, de $0^m,200$ environ d'épaisseur, et à partir duquel commence le coursier circulaire qui emboîte la roue. Il en résulte que les palettes de celle-ci, passant à $0^m,460$ de l'arête d'amont *a* du seuil supérieur, ne peuvent avoir qu'une influence nulle ou négligeable sur la dépense de l'orifice, ce qui nous a dispensé d'adapter une roue hydraulique à notre appareil expérimental. En outre, les palettes recevant l'eau motrice avant qu'elle ait coulé sur le coursier circulaire, il était également inutile d'ajouter ce coursier à notre construction, qui reproduit exactement les dimensions des parties influentes du déversoir décrit par M. Marozeau. La hauteur S était de $0^m,420$.

Dans l'établissement de son déversoir, cet ingénieur a pris pour base une charge H de $0^m,20$, ce que j'ai fait également, de sorte que l'équation de la parabole était $y = 1,25\,x^2$.

Le tube indicateur des charges a été placé verticalement contre l'arête d'amont *a* du seuil, et les expériences comparatives que j'ai effectuées pour en déterminer l'influence, montrent qu'elle est négligeable dans ce cas, ce qui tient principalement à ce que le mouvement de l'eau sur la surface courbe et inclinée *abc* allonge beaucoup les rides soulevées par la présence du tube en diminuant leur saillie, de sorte qu'elles ne se propagent qu'à une distance très-faible en amont et sur les côtés. En outre, la moitié des expériences a été faite sans laisser le tube immergé, et nous en avons deux pour chaque charge.

36. *Observations physiques et indications pratiques.* — Pour toutes les charges, les nappes liquides coulent en s'appliquant sur le seuil supérieur *abc* : à partir de l'arête d'aval *c*, elles tombent librement. Sous les charges inférieures à $0^m,160$, elles atteignaient le second seuil *ef*, et en retombaient suivant une nouvelle trajectoire parabolique plus tendue que la première, ce qui indique qu'il devrait être plus incliné que le seuil supérieur pour produire le même effet (*). Les molécules fluides venant du fond du canal tourbillon-

(*) L'avantage de ces seuils inclinés est de donner à la nappe une direction longitudinale dont on puisse profiter pour faire en sorte que celle qu'elle possède en atteignant les palettes diffère peu de la tangente à la circonférence de la roue hydraulique.

nent dans l'angle $a'c'd'$, et produisent une contraction sur la tranche aa' d'amont du seuil ; il en résulte qu'on devrait remplir ou fermer cet angle, et donner à la partie correspondante de la vanne une forme arrondie, que l'on obtiendrait facilement en y fixant un morceau de bois convenablement taillé.

Les nappes étaient noyées en dessous à partir de la charge de $0^m,170$; mais cet effet doit se produire également dans la pratique, puisque les palettes de la roue occupent alors le même emplacement que le fond de notre canal d'aval.

37. *Résultats d'expérience.* — La largeur du déversoir était $0^m,904$. Les expériences ont été effectuées le 27 juillet 1848 ; en voici le tableau :

TABLEAU N° LIII.

Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques. 4°. Seuils larges à profil parabolique.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGE du déversoir. H	ÉPAISSEUR de la nappe. e	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expé-rimentale. D	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule: expéri-mentales.	VALEURS du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule: théo-riques.	RAPPORT de la dépense expé-rimentale à la dépense théorique.	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.	OBSERVATIONS.
1	65,3	56,2	807,0	600,0	24,213	0,3619	0,4029	0,8982	0,3626	Nappes libres.
2*	65,5	56,4	817,0	600,0	24,513	0,3619	0,3808	0,9504	0,3653	
				Moyennes		0,3619	0,3919	0,9243	0,3640	
3	94,0	80,6	1045,0	420,0	44,791	0,3847	0,3776	1,0188	0,3880	Id.
4*	94,0	80,2	1043,0	418,0	44,919	0,3827	0,3831	0,9990	0,3891	Id.
				Moyennes		0,3837	0,3804	1,0089	0,3886	
5	130,0	110,0	1023,0	241,0	76,415	0,3985	0,3922	1,0161	0,4072	Id.
6*	129,0	110,0	1018,5	240,0	76,396	0,4000	0,3838	1,0422	0,4121	Id.
				Moyennes		0,3993	0,3830	1,0292	0,4097	
7	156,0	131,7	1037,0	180,0	103,712	0,4077	0,3947	1,0329	0,4205	Id.
8*	155,0	130,2	1033,0	180,0	103,311	0,4067	0,4000	1,0168	0,4228	Id.
				Moyennes		0,4072	0,3974* / 0,392	1,0249* / 1,038	0,4217	
9	177,0	150,0	1076,0	150,0	129,134	0,4165	0,3905	1,0665	0,4332	Nappes noyées en dessous.
10*	176,3	148,5	1058,0	147,0	129,565	0,4171	0,3970	1,0506	0,4371	
				Moyennes		0,4168	0,3938* / 0,401	1,0586* / 1,039	0,4352	
11	202,0	169,3	1036,0	116,0	160,777	0,4179	0,4024	1,0385	0,4422	Id.
12*	201,0	167,0	1071,0	121,0	159,340	0,4174	0,4113	1,0148	0,4416	Id.
				Moyennes		0,4177	0,4069	1,0267	0,4419	
13	220,0	183,0	1047,0	102,0	184,785	0,4194	0,4101	1,0227	0,4471	Id.
14*	219,0	181,0	1053,0	103,5	181,411	0,4150	0,4165	0,9964	0,4420	Id.
				Moyennes		0,4172	0,4133	1,0096	0,4446	

NOTA. Les numéros marqués d'un astérisque sont ceux des expériences pour lesquelles le tube ne restait point immergé dans le courant liquide.

Observations et conséquences. — Ainsi qu'on l'a remarqué au sujet des dispositifs précédents, le degré d'approximation de la nouvelle formule est plus faible pour les petites charges que pour les autres, à cause de l'adhérence de la nappe au seuil du déversoir, mais il s'élève très-rapidement. En construisant deux courbes ayant pour abscisses communes les charges, et pour ordonnées respectives les valeurs théorique et expérimentale du facteur $\sqrt{1-k}$, on voit que la dépense théorique est exacte pour $H = 0^m,09$. La première de ces courbes montre en même temps que la valeur théorique 0,397 correspondante à la charge de $0^m,155$ est un peu trop grande et devrait être 0,392, tandis que, pour $H = 0^m,176$, on devrait avoir 0,401 au lieu de 0,394. Comme d'ailleurs les valeurs expérimentales et celles des coefficients de la formule de Dubuat suivent une marche très-régulière, ces deux anomalies ne peuvent provenir que d'une légère inexactitude dans l'observation de l'épaisseur e de la nappe. En les corrigeant, on voit que, pour les charges supérieures à $0^m,07$, le degré d'approximation de notre formule ne s'abaisse pas au-dessous de $\frac{1}{36}$, et qu'il est généralement beaucoup plus élevé.

38. *Modules de transition.* — L'une des deux courbes précitées donne, pour les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$, correspondantes aux petites charges :

Charges........	m 0,06	0,07	0,08	0,09
$\sqrt{1-k}$........	0,357	0,366	0,374	0,381

et la moyenne 0,369 ne diffère que de $\frac{1}{30}$ de celle qui s'en écarte le plus. Ainsi le module de transition sera, dans ces limites, $\frac{369}{417} = 0,885$.

Pour les charges de $0^m,100$ à 0,160, c'est-à-dire jusqu'aux limites des nappes libres, la moyenne est 0,400, et, par conséquent, le module de transition est $\frac{400}{417} = 0,959$.

Quant au cas des nappes du second genre, on voit que les valeurs expérimentales du facteur $\sqrt{1-k}$ varient extrêmement peu, et que leur moyenne est 0,417. Or, pour les mêmes charges, le même genre de nappes et une hauteur du barrage type peu différente, nous avons respectivement

$$\sqrt{1-k} = 0,466 \qquad 0,454 \qquad 0,446,$$

dont la moyenne 0,456 ne diffère que de $\frac{1}{45}$ de celle qui s'en éloigne le plus. Ainsi le module de transition sera ici $\frac{417}{456} = 0,915$.

On voit donc que, dans tous les cas, le dispositif dont il s'agit est, de tous ceux qu'on emploie, le moins favorable à l'écoulement. Ce résultat ne doit point d'ailleurs étonner, si l'on observe que la résistance due à l'élargissement du seuil se joint aux contractions produites par ses arêtes d'amont et l'espace angulaire inférieur. Cet élargissement n'est d'ailleurs pas nécessaire, car, dès que l'on arrondira convenablement l'extrémité d'amont du seuil, on pourra être assuré que l'eau en suivra le contour, lors même que sa largeur serait réduite à $0^m,12$ en totalité, ce qui augmenterait encore le débit de l'orifice pour la même chute, et le porterait à la valeur qui correspond aux seuils avec arrondissement postérieur en forme de crosse (nº 32, *fig.* 37).

Enfin le tracé en parabole ne paraît point motivé, d'autant plus que ce n'est pas avec la vitesse due à la charge H du déversoir que le fluide s'écoule. Il suffira donc, dans le projet d'une roue de côté emboîtée par un coursier circulaire, de tracer la partie du seuil qui est du côté d'aval, de façon qu'elle imprime à la nappe une direction d'où, jaillissant suivant une trajectoire parabolique avec une vitesse initiale égale à $\sqrt{2g(H-e)}$, elle rencontre les palettes dans une direction qui leur soit sensiblement normale.

39. *Lois des coefficients de l'ancienne formule.* — J'ai réuni, dans le tableau synoptique suivant, les coefficients de la formule de Dubuat correspondants aux quatre dispositifs qui viennent d'être étudiés :

TABLEAU N° LIV.

Déversoirs alimentaires des roues hydrauliques.

CHARGES du déversoir.	COEFFICIENTS DE L'ANCIENNE FORMULE, qui correspondent à différentes charges et conviennent pour les dispositifs suivants : Seuil ou quart de cercle ayant une épaisseur de 40 à 50 millimètres.		Seuil ou quart de cercle ayant une épaisseur de 90 à 100 millim.	Seuil avec arrondissement prolongé du côté d'amont (ou crosse).	Seuil parabolique allongé (de M. Marozeau).		CHARGES du déversoir.
	Nappes libres.	Nappes adhérentes.	Nappes adhérentes.	Nappes adhérentes.	Nappes libres.	Nappes du second genre, ou noyées en dessous.	
50	0,393	0,434	»	»	0,350	»	50
60	0,393	0,448	»	»	0,359	»	60
70	0,396	0,465	»	»	0,368	»	70
80	0,408	0,481	»	»	0,377	»	80
90	0,422	0,498	»	0,447	0,385	»	90
100	0,428	0,511	0,403	0,457	0,392	»	100
110	0,433	0,522	0,417	0,467	0,399	»	110
120	0,437	0,530	0,432	0,476	0,404	»	120
130	0,441	0,535	0,446	0,485	0,410	»	130
140	0,445	»	0,458	0,494	0,415	»	140
150	0,450	»	0,468	0,502	0,419	»	150
160	0,453	»	0,477	0,510	0,424	»	160
170	0,457	»	0,486	0,517	Les nappes ne sont plus libres.	0,433	170
180	»	»	0,494	0,524		0,436	180
190	»	»	0,502	0,530	*Id.*	0,439	190
200	»	»	0,508	0,535	*Id.*	0,441	200
210	»	»	»	0,539	*Id.*	0,444	210
220	»	»	»	0,542	*Id.*	0,446	220

APPENDICE.

40. *Rendement des roues de côté à compartiments.* — Ainsi qu'il a été dit précédemment, dans les expériences exécutées sur la roue de M. Marozeau, on a été obligé d'appliquer à l'ancienne formule, pour le calcul des volumes d'eau, le coefficient moyen 0,400 tiré d'expériences sur les déversoirs en minces parois avec contraction latérale. Dans le Rapport fait au nom du Comité de Mécanique de la Société industrielle de Mulhouse, on exprime très-judicieusement la pensée que les circonstances particulières de l'écoulement sont de nature à modifier les résultats, et c'est pour lever toute incertitude à cet égard que nous allons appliquer les coefficients tirés des expériences spéciales qui viennent d'être rapportées.

La principale amélioration apportée par M. Marozeau dans la construction des roues de côté consiste à partager leur aubage en un certain nombre de compartiments séparés par des couronnes ou diaphragmes circulaires : l'orifice est divisé en un nombre égal de parties ayant chacune une vanne distincte, de sorte que l'on peut varier, selon les besoins de l'usine et l'état du cours d'eau, le volume liquide dépensé, sans modifier la charge du déversoir; c'est-à-dire en maintenant constantes les circonstances de l'introduction de l'eau dans la roue, celles de leur première action impulsive sur les palettes, et la proportion suivant laquelle les augets sont remplis.

Le récepteur sur lequel ont été faites les expériences était partagé en trois compartiments égaux d'environ $1^{m},25$ de longueur, et la chute totale moyenne était de $2^{m},70$. Le rayon de la circonférence extérieure de la roue était de $2^{m},56$, et son centre était placé à $0^{m},16$ en dessous du niveau moyen des eaux dans le réservoir d'alimentation. Son effet utile net était de 18 chevaux, quand les trois vannes étaient ouvertes, et la charge du déversoir égale à $0^{m},20$.

Nous avons déduit des expériences précitées les valeurs m du coefficient de la formule

$$Q = m\text{LH}\sqrt{2g\text{H}},$$

et nous avons multiplié par le rapport $\frac{0,4}{m}$ les valeurs du rendement de la

roue, calculées dans les expériences de Mulhouse. Voici le tableau des résultats :

CHARGE du deversoir.	COEFFICIENT de la dépense theorique.	RENDEMENT de la roue.	INDICATION des orifices ouverts.
m 0,140	0,415	0,533	Le compartiment du milieu.
0,202	0,441	0,644	*Id.*
0,127	0,408	0,647	Les deux compartiments
0,169	0,432	0,667	extrêmes.
0,192	0,439	0,665	*Id.*
	Moyenne......	0,660	
0,095	0,388	0,615	Les trois compartiments.
0,129	0,409	0,704	*Id.*
0,140	0,415	0,614	*Id.*
	Moyenne......	0,644	
0,154	0,421	0,779	*Id.*
0,180	0,436	0,729	*Id.*
0,204	0,443	0,731	*Id.*
	Moyenne......	0,746	

Ainsi, en recevant l'eau sur toute la largeur de l'aubage, on peut compter sur un rendement de 74 pour 100, la charge du déversoir étant de $0^m,15$ à $0^m,20$, et, avec cette dernière charge, en ouvrant une seule vanne, on a encore un rendement de 64 pour 100 environ, bien que l'effet utile de la roue hydraulique soit réduit de plus des deux tiers. Il faut d'ailleurs observer que le coursier était en bois, et que le rendement serait très-probablement un peu supérieur à ceux-ci avec un coursier en pierre de taille, laissant un plus faible jeu entre sa surface circulaire et l'extrémité des palettes. Enfin, il ne paraît pas que l'on ait noyé celles-ci au repos, ce qui eût encore, d'après les prévisions de M. Belanger confirmées par l'expérience, augmenté l'effet utile dû à une même chute et à une même dépense ; de sorte qu'il n'y a aucune exagération à supposer que le rendement de ces récepteurs pourrait s'élever à 66 pour 100, dans le cas où ils ne reçoivent l'eau que sur le tiers de leur largeur, et à 76 pour 100 lorsqu'ils marchent avec la plus grande force pour laquelle ils ont été établis.

LIVRE TROISIÈME.

JAUGEAGE PAR LES ORIFICES AVEC CHARGE SUR LE SOMMET.

PREMIÈRE SECTION.

MESURE DES PETITS VOLUMES LIQUIDES.

Lorsqu'un cours d'eau à faible largeur n'est animé que d'un mouvement très-lent, son volume peut généralement s'écouler tout entier (*) par un ou plusieurs orifices percés dans un barrage vertical établi normalement à la direction des rives, et l'eau, en amont de ce barrage, est à peu près stagnante; de sorte que l'écoulement se produit comme si elle sortait d'un réservoir à niveau horizontal : c'est ce cas qui va d'abord nous occuper.

§ I.

ORIFICES CIRCULAIRES.

1. *Ancien pouce d'eau.* — On employait autrefois un procédé consistant à barrer le courant avec une planche dans laquelle on pratiquait, sur une même ligne horizontale, une suite d'orifices circulaires de 1 pouce de diamètre, que l'on bouchait d'abord avec des tampons, pour en ouvrir ensuite successivement un nombre plus ou moins grand, de manière que le niveau d'amont s'établît à une hauteur constante de une ligne au-dessus du sommet des orifices (**). Ce moyen était défectueux sous plu-

(*) Avant de choisir le mode d'écoulement par lequel on doit jauger un cours d'eau, et afin de construire convenablement le barrage, il faut avoir un aperçu de la valeur de son débit; pour l'obtenir, on déduira la vitesse moyenne de la vitesse superficielle au thalweg, d'après les données que nous rapportons dans le livre VI.

(**) Ce mode de jaugeage a sans doute été adopté à l'imitation des *onces d'eau* employées à Rome; celle dite *de Trevi* est un orifice circulaire de $0^m,0186$ de diamètre, prolongé par un tuyau additionnel cylindrique de $0^m,279$ de longueur, et recevant une charge constante d'eau de $0^m,279$ sur

sieurs rapports, et surtout à cause de la trop petite valeur de la charge, qu'il était presque impossible d'apprécier exactement; aussi les évaluations du produit de chacun des orifices, faites par plusieurs auteurs, ne s'accordent point entre elles; celle qui avait prévalu était de $19^{mc},195$ par vingt-quatre heures. Prony a proposé très-judicieusement de remplacer les anciens orifices par d'autres, également circulaires, prolongés par un ajutage (4) cylindrique de $0^{m},017$ de longueur, ayant un diamètre de $0^{m},020$, et débitant, d'après les expériences de cet ingénieur, 20 mètres cubes par vingt-quatre heures sous une charge constante de $0^{m},040$ au-dessus de leur sommet (*).

Le procédé de jaugeage des anciens fontainiers est susceptible d'être rectifié et étendu, mais il faut, pour cela, examiner dans son ensemble la question de l'écoulement par les orifices circulaires.

2. On pourra produire cet écoulement, soit en minces parois avec contraction complète, soit à *gueule-bée*. La première manière est préférable, comme on le verra plus loin; l'une et l'autre exigent des soins multipliés dont on trouve d'excellents exemples dans la relation des expériences de MM. Poncelet et Lesbros. En général, il faut que les orifices n'aient point un trop petit diamètre, afin que les inexactitudes, inévitables dans leur confection ou dans leur mesure, ne soient qu'une faible partie aliquote de cette dimension. Secondement, on doit éviter les erreurs provenant du gonflement du bois et de la présence de ses fibres, en pratiquant les orifices dans une ou plusieurs plaques métalliques bien planes, que l'on adaptera à des entailles faites dans le barrage du côté d'amont, de manière que ces plaques ne désaffleurent pas. En outre, on mesurera les charges au moyen d'un repère solidement établi à 1 mètre au moins en amont du barrage. Enfin, il faut que les veines liquides,

---

son centre; les expériences faites par Prony ont donné, pour le debit de cet orifice, $41^{mc},160$ en vingt-quatre heures: il présentait des conditions d'écoulement plus propres que celles du pouce d'eau à fournir des jaugeages exacts. D'après les descriptions de S.-J. Frontinus, intendant des eaux de Rome sous les empereurs Nerva et Trajan, ces conditions paraissent être à peu près les mêmes que celles du module appelé *quinaire*, employé à cette époque pour unité de mesure des concessions d'eau; le diamètre de l'orifice était $0^{m},0184$, et la longueur de l'ajutage $0^{m},220$ au moins; mais Frontin ne dit point quelle était la charge d'eau: outre cet orifice, on en employait vingt-quatre autres de diamètres différents, suivant la grandeur du volume à débiter.

(*) *Voir* les *Annales de Chimie et de Physique*, 1816, tome III.

avant de rencontrer l'eau du bief d'aval, tombent librement dans l'atmosphère sur une hauteur de $0^m,10$ au moins. Ces conditions générales étant remplies, il reste à donner des valeurs convenables au coefficient m de la formule d'écoulement

$$(a) \qquad Q = mA\sqrt{2gh},$$

dans laquelle on représente par

A l'aire en mètres carrés de l'orifice;

h la charge d'eau sur son centre, exprimée en mètres;

g la vitesse acquise dans le vide, par un corps pondérable, au bout d'une seconde de chute (*).

Ces coefficients varient, suivant les circonstances de l'écoulement, avec les diamètres des orifices et les charges d'eau. Nous présenterons à ce sujet les observations et les données numériques qui paraissent nécessaires pour diriger les praticiens.

3. *Écoulement en minces parois avec contraction complète.* — Nous avons précisé dans le livre I le caractère physique de la contraction complète, et indiqué les limites pratiques en deçà desquelles les données expérimentales qui la concernent cessent d'être applicables. Quant aux minces parois, il faut entendre, en général, par cette expression, le cas où le contour des orifices présente en amont des arêtes vives, et où la veine liquide, après avoir passé sur ces arêtes, est entièrement isolée des parois. On sera assuré de le réaliser, en évasant vers l'aval l'ouverture du barrage qui correspond à l'orifice considéré, et en limant en biseau du même côté le contour métallique de celui-ci.

Il a été fait, au sujet de ce genre d'écoulement et pour les orifices circulaires, un grand nombre d'expériences dues à Mariotte (**), Bossut (***),

(*) Cette quantité augmente, comme l'on sait, avec la latitude du lieu où l'on opère, et diminue à mesure qu'on s'élève au-dessus du niveau de l'Océan; elle a pour valeur, en mètres, à l'Observatoire de Paris, 9,8088 : c'est celle qu'on adopte généralement dans les calculs pratiques relatifs au mouvement des fluides.

(**) *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*; 1718.

(***) *Hydrodynamique*; 1775 et 1786.

Michelotti père (*) et fils (**), Venturi (***), Hachette (****), Bidone (*****), Eytelwein (******) et Castel (*******); mais, malheureusement, les résultats ne s'accordent pas toujours entre eux, circonstance qui se produit souvent en hydraulique, et qui tient principalement à l'influence qu'exercent, dans les mouvements si compliqués des fluides, des causes quelquefois ignorées, des particularités d'expérimentation regardées comme insignifiantes, et bien rarement décrites par les auteurs. Afin d'arriver aux valeurs les plus probables, nous avons discuté comparativement ces résultats, écarté les anomalies évidentes, et construit des courbes d'interpolation. Cette étude nous a conduit à adopter les valeurs des coefficients de la formule (a), qui sont inscrites dans le tableau suivant, où les diamètres et les charges sont exprimés en millimètres:

TABLEAU N° LV.

CHARGES sur le centre des orifices	COEFFICIENTS DE LA FORMULE THÉORIQUE D'ÉCOULEMENT, pour les orifices circulaires en minces parois planes avec contraction complète, correspondant à différentes charges et à des diamètres dont les grandeurs sont:						
	20.	30.	40.	50.	60.	80.	160.
De 60 à 500	0,625	0,623	0,622	»	»	»	»
1000	0,622	0,618	0,616	»	»	»	»
2000	0,620	0,617	0,614	0,610	0,608	0,612	0,619
3000	0,619	0,616	0,612	0,609	0,607	0,611	0,619

Observations et conséquences. — Il résulte de ce tableau que les coefficients des petits orifices circulaires augmentent à mesure que les charges diminuent. Quant à l'influence du diamètre, elle paraît variable, au moins sous les grandes charges, puisque nous avons trouvé un minimum de ces coefficients pour le diamètre de $0^m,06$: un semblable résultat ne doit point d'ailleurs

(*) *Sperimenti hydraulici*; Turin, 1767. Dans cet ouvrage se trouve la description de l'observatoire hydraulique de la Parella.

(**) *Mémoires de l'Académie de Turin*; 1784 et 1785.

(***) *Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*; 1797.

(****) *Mémoires de l'Académie des Sciences* et *Annales de Chimie et de Physique*; 1816.

(*****) *Mémoires de l'Académie de Turin*; 1821 et 1836

(******) *Manuel de Mécanique et d'Hydraulique*.

(*******) *Traité d'Hydraulique* de M. d'Aubuisson.

surprendre, car il est analogue à beaucoup d'autres du même genre dans l'écoulement des fluides. Les coefficients augmentent sensiblement à mesure que les diamètres diminuent à partir de $0^m,06$, et cet accroissement paraît devenir très-rapide pour les très-petits orifices, car M. Castel a obtenu le coefficient 0,65 pour un orifice de $0^m,010$, sous une charge de $0^m,310$; en outre, les expériences effectuées par Hachette (*), en 1815 et 1816, donnent les coefficients :

0,69 pour un diamètre de 1 millimètre;
0,77 pour un diamètre de $0^{mm},55$.

Ce dernier coefficient paraît un peu trop grand, ce qui peut tenir, comme l'a remarqué M. Cauchy dans son savant Rapport sur les expériences dont il s'agit, à ce que l'épaisseur de la paroi du réservoir avait alors une valeur relative suffisante pour augmenter la dépense, observation qui nous conduit à examiner les cas dans lesquels il est nécessaire de tenir compte de cette influence.

4. *Écoulement à gueule-bée.* — Cette dénomination, employée par les anciens fontainiers et conservée dans le langage des praticiens, exprime que la veine liquide, loin d'être isolée des parois de l'orifice à partir de leur arête d'amont, en remplit, au contraire, tout le contour d'aval, ce qui a lieu quand

(*) Le Mémoire de M. Hachette renferme plusieurs résultats importants au point de vue de l'étude physique des lois de l'écoulement; nous rapporterons ici les principaux :

1° Lorsque la paroi dans laquelle est pratiqué l'orifice n'est point plane, la dépense est plus grande que celle qui a lieu dans ce dernier cas, si la concavité de la surface est tournée vers l'intérieur du réservoir, et plus faible pour la disposition inverse. 2° La nature du liquide peut influer notablement sur l'écoulement; le mercure paraît donner lieu aux mêmes résultats que l'eau, mais la vitesse de l'alcool est plus grande sous une même charge : l'huile, au contraire, coule plus lentement que l'eau; le rapport des vitesses a été trouvé de 1 à 3 pour un orifice de 1 millimètre de diamètre. 3° La forme des veines de mercure et d'eau est la même dans le vide que dans l'atmosphère.

A ces faits, nous ajouterons que les veines liquides jaillissant des très-petits orifices circulaires, peuvent se diviser spontanément, sous certaines charges, en deux jets parfaitement distincts; observation qui a été faite par F. Savart dans le cas des minces parois inclinées, et que nous avons répétée sur des parois verticales épaisses.

Les différences des vitesses d'écoulement par un orifice dégagé de toute espèce d'anomalies, nous paraissent devoir être attribuées aux degrés de *viscosité* des différents liquides, et pouvoir être prises pour bases de leur classification sous ce rapport. Il serait intéressant de les classer, d'un autre côté, pour l'état de repos, d'après les différences de hauteur des colonnes capillaires, et de comparer entre elles les deux séries ainsi obtenues sous l'influence d'une même température. L'étude de la viscosité est un sujet encore neuf, et une bonne classification y aiderait beaucoup.

ces parois ont une épaisseur suffisante, ou bien lorsqu'elles sont prolongées en aval par un tuyau additionnel que l'on nomme *ajutage*, et qui peut être, ou cylindrique ou tronconique. La veine liquide, après avoir passé sur l'arête vive *ab* (*fig.* A, *Pl. IV*) d'amont, se contracte par la convergence de ses filets jusqu'à une section *ce* qui est la plus petite de toutes, et que l'on nomme *section contractée;* à partir de cette section, la veine se renfle et vient bientôt atteindre la paroi intérieure, qu'elle continue de suivre jusqu'à la section d'aval $a'b'$ de cette paroi : on conçoit d'ailleurs qu'il est parfaitement indifférent que le prolongement de l'orifice soit produit par l'épaisseur de ses parois ou par un ajutage. Voyons maintenant quelles sont les principales influences qui interviennent dans ce genre d'écoulement.

Daniel Bernoulli, en opérant sur des tuyaux descendants, et Venturi sur des ajutages horizontaux ou ascendants, ont constaté que, dans l'espace libre compris entre la paroi intérieure et la portion de la veine qui est isolée de cette paroi, il se produit une pression notablement inférieure à celle de l'atmosphère (*), fait analogue à celui que j'ai observé sous certaines nappes des déversoirs, et dont on peut facilement se rendre compte. En effet, par suite de l'attraction réciproque des molécules fluides, la veine entraîne dans

(*) Sous une charge de $0^m,880$, dans un ajutage cylindrique de $0^m,041$ de diamètre et $0^m,128$ de longueur, l'excès de la pression atmosphérique sur celle-ci était mesuré par une colonne d'eau de $0^m,65$ de hauteur. Pour comprendre comment la veine, dans un milieu ainsi raréfié, reste contractée comme à l'air libre, il faut appliquer le théorème de D. Bernoulli, en vertu duquel la pression moyenne absolue qui a lieu dans la section contractée *ce* où les vitesses des molécules liquides sont parallèles entre elles est, à très-peu près, mesurée par la hauteur de pression statique, diminuée de la hauteur due à la vitesse du courant dans cette section. Ainsi, dans l'expérience de Venturi que nous citons ici, la hauteur de pression statique était, en colonne d'eau, $0^m,88$, augmentée de celle Z qui faisait équilibre au poids de l'atmosphère: d'un autre côté, en admettant avec ce physicien que le coefficient de correction 0,62 applicable à la dépense théorique de l'orifice sans ajutage, exprime la contraction effective de la veine, de sorte que la section contractée ait pour aire 0,62 A, la vitesse moyenne du fluide, dans cette section, était $\frac{0,82\,A\sqrt{2g\times 0,88}}{0,62\,A} = 5^m,49$. Or, la hauteur de chute qui engendre cette vitesse étant $1^m,54$, la hauteur théorique de pression absolue dans la section contractée était $Z + 0^m,88 - 1,54 = Z - 0^m,66 = 9^m,68$. L'expérience a donné, dans l'espace ambiant, $9^m,69$, mais la différence entre ces résultats n'est que de $\frac{1}{969}$, et il ne faut pas oublier que l'aire 0,62 A n'est pas entièrement certaine: en outre, l'application du théorème de Bernoulli, pour être rigoureuse, exigerait que, dans la section considérée, les vitesses des molécules fussent non-seulement parallèles, mais égales entre elles, de sorte que le quotient du débit par l'aire de cette section exprimât les vitesses effectives.

son mouvement une partie de l'air cantonné dans l'espace dont il s'agit; aussitôt que, par la raréfaction ainsi produite, la pression y est devenue inférieure à celle de l'air mélangé à l'eau affluente, celui-ci se dégage pour être entraîné à son tour. Une ingénieuse expérience de Venturi tend à démontrer, en outre, conformément à l'opinion de d'Alembert (*), l'influence de la pression atmosphérique sur l'écoulement; car, dans cette expérience, l'augmentation du débit des orifices, produite par certains ajutages, n'a pas eu lieu dans le vide de la machine pneumatique. Dans une autre expérience du même physicien, les effets de l'ajutage ont également disparu lorsqu'il en perçait la paroi de petits trous vers l'endroit de la section contractée. Entre la section dg, à partir de laquelle la veine suit la paroi de l'ajutage, et l'orifice d'écoulement d'aval $a'b'$, auquel on applique le calcul du débit, la résistance de cette paroi, c'est-à-dire, suivant l'expression usitée, *le frottement du fluide*, diminue la vitesse de la veine. Enfin la rencontre des molécules liquides avec la paroi en dg doit donner lieu à des tourbillonnements.

On conçoit que des phénomènes aussi compliqués exigent une étude spéciale. La plupart des auteurs précités ont étendu, il est vrai, leurs recherches au cas des ajutages, et, en cela, ils avaient été devancés par Poleni; mais les expériences ne paraissent point encore suffisantes pour conduire à une appréciation exacte et générale de l'influence des causes que nous venons d'indiquer, et des modifications qu'y apportent la grandeur des charges, le diamètre des orifices et la forme des tuyaux additionnels. Nous pensons donc qu'en général les ajutages ne doivent point être employés dans le jaugeage par les orifices circulaires. Toutefois, pour compléter cet article, nous indiquerons sommairement les résultats des expériences connues.

5. *Ajutages cylindriques ou parois épaisses.* — 1°. Les ajutages cylindriques augmentent la dépense des orifices lorsque le rapport $\frac{l}{D}$ de leur longueur à leur diamètre est compris entre certaines limites. Il faut que la veine en remplisse entièrement le débouché d'aval, ce qui n'arrive généralement pas lorsque le rapport $\frac{l}{D}$ est inférieur à l'unité, sous les petites charges, et à 1,50 ou 2,00 sous les grandes.

(*) *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*; 1744.

2°. La plus grande dépense paraît avoir lieu lorsque la longueur des ajutages est comprise entre deux et trois fois leur diamètre, et alors le coefficient de correction de la formule théorique d'écoulement a pour valeur moyenne approximative, 0,82 (*), le diamètre de l'orifice étant compris entre 0m,015 et 0m,085, et la charge sur son centre n'étant point inférieure à 0m,040.

3°. Lorsque la longueur de l'ajutage augmente notablement au delà de cette proportion, le coefficient diminue. M. Eytelwein a obtenu les résultats suivants pour un orifice de 0m,026 de diamètre, et sous une charge d'environ 0m,700 :

Rapport $\frac{l}{D}$................	de 2 à 3	12	24	36	48	60;
Coefficients correspondants...	0,82	0,77	0,73	0,68	0,63	0,60.

Ces coefficients, à l'exception du premier, ne seraient point applicables sans vérification, à d'autres dimensions ni à des charges très-différentes : en effet, quoique les véritables lois de la résistance des parois des tuyaux, à laquelle est principalement dû le décroissement de la dépense, ne soient point encore connues, surtout en ce qui concerne de semblables circonstances, on sait cependant que cette résistance dépend de leur diamètre, et qu'elle augmente avec la vitesse du mouvement et la longueur de la portion de ces tuyaux qui est en contact avec le fluide.

6. *Ajutages coniques convergents.* — Ces tuyaux additionnels, tels qu'on les emploie fréquemment dans divers appareils hydrauliques, sont des troncs de cône à bases parallèles, dont l'axe est perpendiculaire au plan de l'orifice et passe par son centre : ils sont très-utiles pour donner des jets réguliers et augmenter la distance à laquelle parviennent ces jets avant de se disperser.

M. Castel a entrepris, en 1831, à Toulouse, une série d'expériences qu'il continua, en 1837, d'après les projets de M. d'Aubuisson (**). On peut tirer de ces recherches les conclusions suivantes relatives au cas où l'entrée de l'ajutage présente, comme dans ceux qui viennent de nous occuper, une arête vive du côté du réservoir :

(*) Poleni avait conclu de ses expériences que les ajutages cylindriques augmentaient la dépense dans le rapport de 100 à 133; ce rapport est, à très-peu près, celui de 0,618 à 0,820, qui résulte, en moyenne, des expériences postérieures.

(**) *Voir* les *Annales des Mines*, années 1833 et 1838.

1°. Le coefficient m de la formule d'écoulement (*) (a) paraît dépendre très-peu de la grandeur de la charge d'eau, celle-ci étant comprise entre $0^m,20$ et 3 mètres, et toutes choses étant égales d'ailleurs.

2°. Le diamètre d de l'orifice de sortie et la longueur l de l'ajutage mesurée sur son axe, restant constants, la dépense augmente, sous une même charge, avec l'angle de convergence des parois, jusqu'à ce qu'il ait atteint la valeur de 13 degrés, puis elle diminue à mesure que cet angle augmente (**).

3°. La convergence de 13 degrés paraît être celle qu'il convient d'adopter dans la construction de ces ajutages; on peut alors prendre pour le coefficient m, la valeur 0,95, le diamètre d étant compris entre 10 et 25 millimètres, et le rapport $\frac{l}{d}$ entre 2,40 et 3.

4°. Les valeurs du coefficient m correspondantes à divers angles de convergence, sont les suivantes :

Tableau N° LVI.

ANGLES de convergence (en degrés nonagésimaux).	VALEURS DU COEFFICIENT DE LA DÉPENSE THÉORIQUE POUR : le premier ajutage $d = 15^{mm},5$, $\frac{l}{d} = 2,58$.	le second ajutage $d = 20^{mm}$, $\frac{l}{d} = 2,50$.
5°	0,914	0,927
10	0,938	0,944
13	0,945	0,950
15	0,943	0,949
20	0,922	0,936
25	0,907	0,927
30	0,895	0,922
35	0,882	0,919
40	0,869	»
45	0,856	»

On voit que la valeur 2,50 du rapport $\frac{l}{d}$ est plus favorable au débit de ces ajutages qu'une valeur plus grande.

(*) Il ne faut pas oublier qu'ici A exprime l'aire de l'orifice d'aval ou de sortie de l'ajutage.

(**) Les variations du diamètre d'amont ont probablement influé sur ces résultats.

Lorsqu'au lieu de laisser à l'orifice d'amont percé dans la paroi du réservoir une arête vive, on y pratique un raccordement courbe, la dépense augmente. Pour un angle de convergence d'environ 12 degrés, et le rapport $\frac{l}{d} = 1$, M. Eytelwein a obtenu $m = 0{,}967$. On conçoit d'ailleurs que, dans une embouchure à entrée arrondie, le fluide ayant une tendance naturelle à suivre la paroi intérieure, l'ajutage peut être plus court que dans les cas précédents, où l'arête vive d'amont produit une contraction.

7. *Ajutages coniques divergents.* — Ces ajutages, lorsque la divergence est très-faible, augmentent plus encore que les précédents la dépense des orifices circulaires. Leurs effets étaient connus dans l'antiquité, car un règlement spécial de la ville de Rome défendait d'évaser les tuyaux des prises d'eau concédées aux citoyens, à moins que ce ne fût à 16 mètres au moins du réservoir. Daniel Bernoulli a trouvé expérimentalement que la vitesse moyenne effective dans l'orifice d'amont était plus grande que la vitesse théorique.

L'effet de ces sortes d'ajutages augmente quand on les fait précéder d'un cône convergent appliqué à l'orifice du réservoir, et même lorsqu'on interpose entre ces deux cônes un court tuyau cylindrique. Venturi et Eytelwein ont fait à ce sujet des expériences très-intéressantes. D'après Venturi, l'ajutage qui, toutes choses étant égales d'ailleurs, donnerait le plus grand débit, serait composé de deux troncs de cône réunis par leur petite base, celui d'amont présentant à peu près, comme l'embouchure précédente, les proportions d'une veine contractée; la longueur du second cône serait de neuf à dix fois le diamètre de la plus petite base, et l'angle d'évasement, c'est-à-dire celui de deux génératrices opposées, serait de 5 degrés. Sous une charge de $0^m{,}880$ au-dessus du centre, et la plus petite base ayant un diamètre de $0^m{,}035$, cet ajutage a dépensé $0^{mc}{,}1371$ en 21 secondes, ce qui porterait à 1,65 le multiplicateur ou coefficient de la dépense théorique relative à la section précitée, et à 1,21 celui de l'écoulement par l'orifice d'amont, dont le diamètre était de $0^m{,}0406$.

L'inconvénient de ces sortes d'ajutages est l'irrégularité de leurs effets; aussi sont-ils d'une faible utilité pratique. L'augmentation de dépense produite par les tuyaux divergents nous paraît d'ailleurs pouvoir être attribuée à

l'inertie des molécules fluides jaillissant par pulsations de la plus petite section de ces tuyaux, dont l'écoulement doit suivre une loi de périodicité.

8. *Observation relative à l'influence réciproque d'orifices voisins.* — Reprenant maintenant la question du jaugeage par les orifices circulaires pratiqués dans un barrage, il nous reste une dernière question à examiner, savoir, l'effet de plusieurs ouvertures simultanées; car les coefficients cités précédemment ont été déduits d'expériences dans lesquelles la dépense se faisait par une seule.

On a pendant longtemps admis, d'après des observations relatives aux vannes de portes d'écluses, que le rapprochement de deux ou plusieurs orifices influait sur leur débit de manière à le diminuer notablement. D'un autre côté, cette influence ne s'est point manifestée dans des expériences effectuées par M. Castel en employant successivement ou simultanément trois orifices rectangulaires de $0^m,10$ de base percés dans un barrage établi en travers d'un canal de $0^m,74$ de largeur : mais, dans ces expériences, la section d'eau du réservoir n'était pas assez grande par rapport à celles des orifices pour que le fluide n'ait pris, en amont, une vitesse qui, croissante avec le nombre des orifices ouverts, a pu neutraliser, dans le produit de l'écoulement, l'effet du rapprochement de ces ouvertures. La question ne peut donc être encore regardée comme exactement résolue. Toutefois, nous pensons que, pour de petits orifices circulaires ayant entre eux un intervalle au moins égal à deux fois et demie leur diamètre, l'influence dont il s'agit, si elle existe, est pratiquement négligeable.

§ II.

ORIFICES RECTANGULAIRES.

9. L'exactitude des moyens d'observation employés dans les expériences faites à Metz, en 1828, par MM. Poncelet et Lesbros, les soins qui ont été pris pour éviter toute cause d'anomalie dans les circonstances de l'écoulement, et l'esprit si judicieux qui a présidé à la discussion des résultats, ont fait de ces recherches un véritable monument scientifique. Les ingénieurs doivent donc employer le moyen de jaugeage qu'elles leur offrent, dans tous les cas où quelque obstacle particulier ne s'y oppose point. Il est utile d'en rappeler les principales circonstances.

Les orifices étaient verticaux, percés dans une plaque métallique plane de 0^{m},005 d'épaisseur; ils avaient une base invariable de 0^{m},20 de longueur placée à 0^{m},54 au-dessus du fond du réservoir, et la contraction latérale était complète : en outre, la veine liquide tombait librement dans l'atmosphère au sortir de l'orifice. Cette dernière condition ne sera pas toujours réalisable dans le jaugeage d'un cours d'eau, mais il est permis d'admettre que le débit de l'orifice ne sera pas sensiblement modifié si la surface liquide d'aval reste à 0^{m},15 au moins en dessous de son côté inférieur, ce qui arrivera toujours, à cause de l'élévation relative de ce côté, lorsque la largeur du canal sera suffisamment grande par rapport à la somme des largeurs des orifices qui y verseront l'eau simultanément. Dans les canaux profonds, on pourra être obligé, pour dégager la veine, de placer le seuil de ces orifices à une hauteur au-dessus du fond, plus grande que 0^{m},54; mais cela n'aura aucun inconvénient, attendu que tout porte à croire que déjà, pour cette hauteur, la contraction inférieure est pratiquement complète.

Quant aux volumes que l'on peut jauger ainsi, nous extrayons des tableaux (*) des résultats d'expériences les données suivantes, qui sont propres à en faire connaître les limites :

HAUTEUR de l'orifice.	PLUS PETITE ET PLUS GRANDE CHARGE sur le centre.	DÉPENSE expérimentale.
mm	mm	lit
10	17,4	0,813
	1402,0	6,507
20	20,3	1,667
	1400,0	13,033
30	20,1	2,360
	1381,0	19,451
50	36,3	5,137
	1690,0	35,564
100	63,0	13,174
	1555,0	67,509
200	122,0	35,471
	1472,0	129,527

(*) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau..., etc.* Paris, 1832, pages 234 et suivantes.

On voit qu'il sera possible de jauger une très-petite dépense, les $\frac{4}{5}$ de 1 litre, mais l'on devra multiplier alors les précautions pour s'assurer que la hauteur de l'orifice et celle de la charge ne varient pas, même de quantités très-faibles, pendant l'écoulement; que le côté supérieur reste parfaitement parallèle au seuil, et mesurer ces hauteurs par des moyens très-précis. Lorsque les circonstances ne permettront pas une aussi grande rigueur, on jugera sans doute à propos de ne pas employer une hauteur d'orifice et une charge sur le centre inférieures à $0^m,030$. Quant au maximum de dépense que l'on peut jauger, nous observerons que les très-petites variations des coefficients de la formule (a) pour les grandes charges ont permis à MM. Poncelet et Lesbros de compléter graphiquement la série de leurs valeurs expérimentales jusqu'à la charge de 3 mètres, et qu'alors la dépense d'un orifice de $0^m,20$ de hauteur est, en nombres ronds, de 184 litres. On ne pourra que rarement, il est vrai, obtenir d'aussi grandes charges dans un petit cours d'eau, le seuil de l'orifice s'élevant déjà à $0^m,500$ au moins au-dessus du fond du lit; mais il sera souvent possible de débiter le volume liquide par plusieurs ouvertures à la fois, car, malgré l'incertitude qui règne encore sur les effets du rapprochement des orifices, on peut admettre que ces effets seront au moins négligeables, si l'on établit entre les ouvertures successives du barrage des intervalles horizontaux de $0^m,60$ ou plus grands: il faudra d'ailleurs que les orifices les plus voisins des bords du canal en soient encore assez éloignés pour que la contraction latérale soit complète. On ne saurait prendre trop de soins (2 et 3) pour obtenir des veines parfaitement détachées des parois des ouvertures, à partir des arêtes vives d'amont des orifices, et pour régler les hauteurs de ceux-ci de façon que la charge demeure constante: on emploiera à cet effet, comme les auteurs des expériences, des vannes formées d'une plaque métallique bien plane, de $0^m,005$ d'épaisseur et $0^m,300$ de large, dont la tranche inférieure sera limée en biseau sur une hauteur de $0^m,025$, de manière que le côté supérieur de l'orifice soit placé dans le même plan que les trois autres: à chacune de ces vannes sera fixée une tige métallique au moyen de laquelle, non-seulement on les manœuvrera, mais on les arrêtera solidement à une hauteur déterminée. Il faut d'ailleurs avoir la précaution d'empêcher les fuites par une bordure de suif ou de mastic gras qui n'atteigne aucun des côtés de l'orifice. Quant à la mesure des

charges, on l'effectuera à l'aide d'un repère solidement fixé à 1 mètre au moins en amont du barrage.

Les coefficients m de la formule (a) seront pris dans le tableau suivant, dû à MM. Poncelet et Lesbros : les charges inscrites sont les hauteurs de la surface liquide horizontale dans le réservoir, au-dessus du côté supérieur des orifices; en conséquence, la quantité h qui entre dans la formule (a), est égale à ces charges augmentées de la moitié de la hauteur de chaque orifice.

Tableau N° LVII.

CHARGES sur le sommet de l'orifice.	VALEURS DU COEFFICIENT m DE LA FORMULE (a) correspondantes à différentes charges et à des orifices de $0^m,200$ de largeur dont les hauteurs sont:					
	$0^m,20$.	$0^m,10$.	$0^m,05$.	$0^m,03$.	$0^m,02$.	$0^m,01$.
0,01	»	»	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	»	0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,02	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,03	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,05	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,06	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,07	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,08	0,589	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670
0,09	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,12	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,14	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,16	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,18	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,20	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655
0,25	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,30	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650
0,40	0,602	0,617	0,628	0,631	0,642	0,647
0,50	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,80	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,90	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,00	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,10	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,20	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,30	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,50	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,60	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,70	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,80	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,90	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,611
2,00	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
3,00	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

10. On remarquera dans ce tableau que, pour une même hauteur d'orifices, les coefficients augmentent avec la charge jusqu'à ce que celle-ci ait atteint une certaine valeur à partir de laquelle ils diminuent ; la charge à laquelle correspond le plus grand coefficient est d'autant plus faible que la hauteur de l'orifice est plus petite. En outre, sous les charges (sur le sommet) inférieures à 1 mètre, le coefficient augmente à mesure que, toutes choses étant égales d'ailleurs, la hauteur de l'orifice diminue; mais lorsque la charge excède 1 mètre, l'accroissement paraît s'arrêter aux orifices de $0^m,02$ de hauteur. Ces variations indiquent que l'influence des charges d'eau et celle des proportions des orifices avec contraction latérale modifient leur débit suivant des lois trop compliquées pour qu'il soit permis, en général, d'appliquer les coefficients numériques résultant d'expériences connues, à des circonstances où les éléments essentiels de l'écoulement s'écarteraient notablement des valeurs qu'ils avaient reçues dans ces expériences.

DEUXIÈME SECTION.

ORIFICES ALIMENTÉS PAR UN CANAL ET SANS CONTRACTION SUR LES COTÉS VERTICAUX.

Nous étudierons maintenant le cas où les orifices, au lieu d'être pratiqués directement dans une paroi d'un grand réservoir ou dans le barrage de retenue d'un cours d'eau à mouvements très-lents, sont alimentés par un canal ayant même largeur que ces orifices, ce qui introduit deux circonstances très-importantes, savoir : la suppression de la contraction sur les côtés verticaux, et l'influence de la vitesse déjà acquise par les particules liquides lorsqu'elles arrivent dans la section où la veine commence à se former. Les usines et les irrigations offrent des exemples de ce genre d'écoulement, exemples qui se multiplieront à mesure que les notions expérimentales de l'Hydraulique se répandront davantage, et qu'on en appréciera mieux l'utilité.

11. Mes recherches à ce sujet ont été effectuées, en 1846 et 1847, dans l'observatoire hydraulique précédemment décrit (livre I). On a établi successivement, en travers du canal de 70 mètres de longueur, deux barrages

verticaux, laissant entre eux et le fond du canal un intervalle occupé par une vanne ordinaire en bois de $0^m,025$ d'épaisseur, qui permettait de faire varier la hauteur de l'orifice. Le premier de ces barrages avait, ainsi que les orifices correspondants, $0^m,900$ de largeur ; le second était placé à l'extrémité d'aval du canal d'expériences qui présentait une largeur de $1^m,638$ en cet endroit, où il formait un bief à parois verticales sensiblement parallèles, relié au précédent par un raccordement de $3^m,80$ de longueur (*fig.* 2) ; le seuil et les côtés verticaux des orifices laissés en dessous de ce dernier barrage étaient prolongés, jusqu'à $0^m,17$ en aval, par des planchettes minces en saillie, raccordées sans aucun ressaut avec le fond et les parois latérales du canal, de sorte qu'il n'en résultait point de contraction : ce dispositif était nécessaire pour la mise en communication du canal d'expériences avec le bassin de jauge; il réduisait la largeur de la veine à $1^m,606$.

Les charges ont été relevées directement à une assez grande distance en amont des barrages, pour que l'observation n'en fût pas troublée par les mouvements superficiels de remous auxquels l'écoulement donne lieu. Les volumes liquides étaient mesurés directement dans le bassin en maçonnerie. J'ai considéré les cas suivants :

1°. Orifice sans contraction sur le seuil, la veine s'écoulant librement dans le canal de fuite prolongé jusqu'à $11^m,50$ en aval;

2°. Mêmes circonstances, mais le seuil de l'orifice étant prolongé seulement à $0^m,17$ en aval, c'est-à-dire jusqu'au point où les vitesses de translation des particules liquides devenaient sensiblement parallèles ;

3°. Même orifice qu'au n° 1, la veine étant gênée par un barrage placé à 10 mètres en aval;

4°. Orifice avec contraction sur le seuil, et veine libre;

5°. Même orifice, la veine étant modifiée par l'influence d'une vanne de fond, placée à 3 mètres en aval.

Ainsi que nous nous en sommes fait une loi dans tous nos travaux, nous commencerons par l'examen des propriétés physiques observées dans ces différents cas du mouvement des courants liquides.

§ I.

DONNÉES NATURELLES.

12. *Orifices sans contraction sur le seuil, la veine coulant librement dans un long canal de même largeur.* — Lorsque l'orifice est placé sur le fond d'un canal de même largeur, les particules liquides, arrivées à une distance DE (*fig.* 39, *Pl. II*) de cet orifice, croissante avec la charge, prennent une accélération rapide (*) pour se précipiter vers la section d'écoulement CE; le profil de la surface supérieure CAF de la veine se compose d'une courbe concave CA*c*, qui se raccorde, par une longue ligne en contre-pente *c*F, avec un gonflement suivi de quelques ondulations peu prononcées; à une distance EG de l'orifice, croissante avec la charge, les filets, ou *routes moyennes* des particules liquides, deviennent pour un instant parallèles, d'où il résulte une section contractée AG; cette contraction a lieu uniformément sur la largeur de la veine jusqu'à une distance de quelques millimètres des parois du canal de fuite, contre lesquelles il se produit un gonflement *bac*, phénomène analogue à celui du *renversement* des veines issues d'orifices non circulaires en minces parois. Ainsi la contraction qui a lieu dans un sens est encore ici accompagnée d'une dilatation, trop faible toutefois, et occupant une portion beaucoup trop restreinte de la section AG pour que l'aire de cette section de la veine ne soit pas plus petite que celle de toutes les autres. Ayant relevé les épaisseurs minima AG, pour différentes charges, nous appellerons *coefficient de la contraction géométrique* le rapport $\frac{AG}{CE}$ de ces épaisseurs aux levées de vanne; le tableau suivant contient les résultats de ces observations: les dimensions y sont exprimées en millimètres :

(*) Ce phénomène a lieu en amont des orifices de tout genre. M. de Bæyer, colonel d'état-major au service de Prusse, a présenté, en 1844, à l'Académie des Sciences, une théorie de l'écoulement en minces parois avec contraction complète, dans laquelle il suppose que les molécules liquides se meuvent vers le centre de l'orifice avec des vitesses croissant en raison inverse du carré de leur distance au même point, et l'accord remarquable des résultats de cette théorie avec ceux de l'expérience, entre certaines limites des charges et des proportions des orifices, semble justifier cette hypothèse. Toutefois, nous ferons remarquer, comme conséquence des considérations exposées au n° 8 du livre I, que le point dont il s'agit paraît devoir être, non pas toujours le centre de figure des orifices, mais, en général, celui ou ceux par où passent les particules animées de la plus grande vitesse.

TABLEAU N° LVIII.

NUMÉROS d'ordre.	LEVÉE de vanne.	CHARGE sur le sommet de l'orifice.	HAUTEUR de la section contractée.	COEFFICIENT de la contraction géométrique
1	99,7	530,0	59,0	0,592
2	99,4	265,6	58,3	0,586
3	99,4	61,6	57,0	0,574
4	99,4	56,1	57,0	0,574
5	99,4	44,1	57,4	0,577
6	48,5	566,5	30,0	0,618
7	48,5	454,5	29,0	0,598
8	48,5	312,5	27,9	0,575
9	48,5	148,0	27,0	0,557

Conséquences des résultats précédents. — Dans ces observations, la levée de vanne a varié de 1 à 2,05, et les charges sur le sommet de 1 à 12,3; il résulte de leur ensemble que le coefficient de la contraction géométrique varie, quoique faiblement, avec la levée de vanne, et qu'il dépend surtout de la charge sur le sommet : celle-ci augmentant, le rapport précité diminue d'abord, atteint bientôt un minimum, puis augmente avec elle. Ces variations peuvent s'expliquer en considérant, d'abord, que la courbure *cfb* des premiers éléments de la veine, nulle quand la charge sur le sommet l'est aussi, augmentant avec cette charge, présente, à la chute des molécules, une pente plus rapide, et tend à leur faire prendre une plus grande accélération de vitesse; mais cet effet est très-limité, car, à partir d'une charge sur le sommet, qui doit peu différer de la hauteur de levée de vanne, les molécules qui tombent en C, et celles qui arrivent horizontalement à l'orifice, sont animées de vitesses à peu près égales, de sorte que l'angle de départ de la surface supérieure de la veine reste à peu près constant; de plus, la résistance des parois, augmentant avec le carré de la vitesse, c'est-à-dire avec la charge, intervient encore pour limiter l'accélération, et, par suite, l'amincissement de la veine. D'un autre côté, le débit du courant augmentant avec la charge, sans que la pente ni la largeur du canal de fuite s'accroissent, il en résulte nécessairement, à une certaine distance en aval, un gonflement plus considérable et une réaction plus efficace sur la veine. Si le

canal de fuite était suffisamment prolongé, la saillie de ce gonflement, ajoutée à la hauteur due à la vitesse moyenne des molécules dans sa section, représenterait la charge initiale ou tête d'eau nécessaire pour engendrer la vitesse du régime uniforme correspondant à la dépense de liquide, ainsi qu'à la pente du canal d'aval : de sorte que, si cette pente était assez rapide pour que la vitesse moyenne du régime uniforme fût celle qui a lieu dans la section contractée, le canal de fuite, à partir de la section AG, n'exercerait plus aucune influence sur l'écoulement, et la grandeur relative de la contraction serait, à très-peu près, indépendante de la charge sur l'orifice, à partir d'une faible valeur de cette charge. Dans les coursiers courts et horizontaux ou peu inclinés, le courant d'aval se gonfle progressivement jusqu'à ce qu'il ait atteint une hauteur égale à la charge nécessaire pour produire l'écoulement de tout le volume débité par une sorte de déversoir.

13. *Coefficient de la contraction géométrique, la veine étant gênée par un gonflement des eaux d'aval.* — Avec la levée de vanne de $0^m,0997$, lorsque le courant d'aval était gêné par un barrage produisant un remous qui retombait sur la veine jusqu'à $0^m,40$ de l'orifice, c'est-à-dire vers l'endroit de la section contractée, la valeur du coefficient de la contraction géométrique a été trouvée égale à 0,602 pour une charge de $0^m,420$ sur le sommet de l'orifice. Pour la même charge et la veine libre, ce coefficient eût été 0,591; rapport, 1,019.

14. *Cas où la veine tombe librement dans l'atmosphère après avoir pris le parallélisme qui caractérise la section contractée.* — Les conditions du phénomène sont changées quand le canal de fuite n'est prolongé que de la quantité nécessaire pour faire acquérir à la surface supérieure de la veine une direction parallèle à celle de sa face inférieure. Dans ce cas, ainsi que le fait prévoir l'explication précédente, le coefficient de la contraction géométrique, à partir d'une très-petite valeur de la charge, en est sensiblement indépendant, résultat analogue à celui que M. Poncelet a obtenu pour les vannages de sa roue verticale à aubes courbes suivis de coursiers courts, inclinés à $\frac{1}{7}$ ou à $\frac{1}{10}$ en dessous de l'horizon, et terminés par un arc de cylindre circulaire aboutissant à un ressaut brusque (*). Pour le vannage vertical de $1^m,638$ de

(*) *Expériences sur les roues hydrauliques à aubes courbes*; Metz, 1827.

largeur avec lequel nous avons opéré, et des levées de vanne comprises entre $0^m,02$ et $0^m,05$, la valeur du coefficient de la contraction géométrique était, en moyenne, 0,66.

15. *Observations relatives aux trajectoires de la veine.* — Nous ne quitterons pas le sujet des veines tombant librement dans l'atmosphère, avant d'avoir rapporté les résultats de plusieurs observations sur la forme de leur trajectoire. Ces observations ont été faites avant que l'extrémité du canal d'expériences fût disposée pour les jaugeages : j'ai relevé le profil de la nappe supérieure au moyen d'une règle verticale *ab* (*fig.* 40) munie d'une pointe en cuivre, par rapport à l'arête supérieure d'une autre règle *mn* maintenue horizontalement, et sur laquelle était posé un niveau à bulle d'air. Dans une première série d'observations, le fond du canal était prolongé en aval de l'orifice d'une quantité $DE = 0^m,17$; on a ensuite scié ce prolongement en *kk'* à l'aplomb du vannage, pour obtenir une veine entièrement libre.

Dans le premier cas, en plaçant l'origine des coordonnées horizontales et verticales de la trajectoire au point A, où la surface supérieure de la veine est sensiblement horizontale, on peut représenter la partie AFG de cette trajectoire, dans une étendue assez grande, par l'équation connue

$$y = \frac{1}{4h} x^2.$$

On savait déjà, par quelques observations de Bossut et de Michelotti, sur l'amplitude du jet, que la quantité h, dans cette équation, est inférieure à la charge sur le centre de l'orifice, lorsque celui-ci est d'une faible ouverture. Les résultats inscrits dans le tableau suivant montrent, en outre, que, pour les orifices rectangulaires dont nous nous occupons, la différence entre ces deux quantités diminue à mesure que la levée de vanne augmente ; de telle sorte, qu'à partir d'une hauteur d'orifice de $0^m,06$, on pourra prendre pour h la charge sur le centre, quand même cette charge serait de beaucoup supérieure à celle de nos expériences, les observations de Michelotti montrant qu'elle n'influe que très-peu sur la différence dont il s'agit.

TABLEAU N° LIX.

LEVÉE de vanne.	CHARGE sur le centre de l'orifice.	VALEUR de h.	DISTANCE AS.
20,0	351	245	167
30,3	471	384	157
30,3	252	223	157
50,8	447	442	125

Lorsque la veine est libre au sortir de l'orifice, la surface supérieure SA'F', d'abord concave, devient bientôt convexe; puis, à une certaine distance A'B du vannage, quand la nappe inférieure s'est suffisamment infléchie, la nappe supérieure prend un profil sensiblement parabolique représenté, avec une approximation suffisante pour la pratique, par l'équation ordinaire de la trajectoire des projectiles dans le vide,

$$y = \frac{1}{4h\cos^2\theta}x^2 + x\tang\theta,$$

θ étant l'angle à l'horizon de la tangente à la courbe en son origine A'. Pour les mêmes charges sur le centre de l'orifice, et les mêmes levées de vanne, la distance A'B et la quantité h ont à peu près les mêmes valeurs que dans le cas précédent, de sorte que les observations faites pour ce cas sur les variations de ces éléments s'appliquent encore ici.

Nouveaux résultats concernant les propriétés des colonnes hydrostatiques. Ensemble de la question de la conservation des pressions dans les veines fluides.

16. Lorsque l'on plonge, de l'extérieur à l'intérieur, dans le plan d'un des orifices sans contraction latérale qui nous occupent, l'ouverture de la branche inférieure d'un tube recourbé, l'eau s'élève dans sa branche verticale à une hauteur sensiblement égale à celle du niveau d'amont, en exceptant toutefois le cas où cette ouverture arrive à quelques millimètres des côtés de l'orifice sur lesquels la contraction se produit : dans cette région, les mou-

vements des filets exercent une influence perturbatrice qui occasionne une dépression de la colonne hydrostatique. Les mêmes effets se produisent lorsque l'entrée du tube pénètre jusque dans le bief alimentaire en amont de l'orifice. Enfin, dans les cas d'écoulement représentés par la *fig.* 39, si l'on retire graduellement le tube vers l'aval, le sommet de la colonne hydrostatique se maintient sensiblement à la hauteur du niveau d'amont, jusqu'à ce que l'entrée inférieure du tube corresponde à la section AG où les filets sont parallèles et sans courbure; en ce moment il se produit, dans la même colonne, des oscillations brusques et considérables, et, un peu plus loin, une dépression permanente.

Ayant ouvert, dans un barrage vertical fixé en travers du canal de $0^{m},900$ de largeur, un orifice rectangulaire en minces parois avec contraction sur les quatre côtés, qui donnait lieu à une veine tombant sur le fond du canal où elle s'épanouissait, j'y ai également plongé la branche inférieure d'un tube recourbé, en amont et en aval du plan de l'orifice. Il s'est produit dans la branche verticale de ce tube des effets analogues aux précédents, et les oscillations ainsi que la dépression très-sensible de la colonne hydrostatique avaient lieu quand l'entrée du tube correspondait à la section où achevait de s'accomplir le *renversement* de la veine, c'est-à-dire vers l'endroit du maximum de convergence des filets provenant des côtés de l'orifice. En outre, même quand le tube était plongé en amont de la section précitée, il s'y produisait encore une dépression dès qu'on l'approchait à quelques millimètres de la surface de la veine. Ces phénomènes sont évidemment du même ordre, et sont dus aux mêmes causes que ceux que j'ai observés et décrits à l'occasion des nappes formées sur les déversoirs. La première observation de ce genre paraît être due à M. Lagerhjelm, et a été rapportée par M. Poncelet (*) dans les termes suivants : « ... En plongeant verticalement, au-dessus d'un orifice circulaire pratiqué dans la face plane et horizontale d'un réservoir très-grand par rapport aux dimensions propres de cet orifice, un tube de verre ouvert par les deux bouts, et de manière que son extrémité inférieure se trouve située à une petite distance en deçà ou au delà du centre de

(*) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau, etc.*; par MM. Poncelet et Lesbros, page 161

l'orifice, on voit constamment le liquide s'élever verticalement dans le tube jusqu'auprès du niveau supérieur dans le vase, et se maintenir sensiblement à cette hauteur, tant que l'extrémité inférieure dont il s'agit ne dépasse pas d'une quantité notable le bord intérieur de l'orifice.... »

F. Savart, dont les recherches sur la constitution et le choc des veines liquides (*) resteront comme une des belles pages de la physique descriptive, a observé une série de phénomènes qui se rattachent à la même question, et dont nous citerons les plus importants relativement au sujet qui nous occupe. Deux réservoirs cylindriques verticaux, dans lesquels, au commencement de chaque expérience, la surface supérieure du liquide se trouvait au même niveau, étaient armés chacun d'un orifice circulaire vertical dont le diamètre a varié; ces deux orifices étaient disposés parallèlement vis-à-vis l'un de l'autre, et leurs centres sur une même droite perpendiculaire à leur plan, de sorte que les veines qu'ils lançaient se choquaient directement, et leur rencontre donnait lieu à une nappe auréolée par le contour de laquelle se produisait, en définitive, l'écoulement du liquide.

Lorsque les niveaux, dans les deux vases, sont entretenus constants et à la même hauteur, la dépense totale est égale à la somme des volumes liquides que peuvent verser les deux orifices dans un temps donné. La nappe est plane si les orifices ont le même diamètre, et conoïde, ou ellipsoïde, dans le cas contraire, pourvu toutefois que le rapport des diamètres ne soit pas plus grand que 3. Il est facile de voir que, dans ce cas, la nappe ne joue pas d'autre rôle que celui d'une surface quelconque exposée au choc normal d'une veine, et qui, placée à une certaine distance de l'orifice, n'influe pas sur sa dépense. Mais, quand le niveau de l'un des deux réservoirs est seul entretenu constant, il se forme, contre le plan de l'orifice de l'autre vase, une nappe adhérente, et ce vase ne dépense rien; résultat qui, dans le cas de l'inégalité des diamètres des orifices, ne se produit constamment que si le plus grand des deux est adapté au réservoir dont le niveau est entretenu constant. Lorsque le contraire a lieu, le phénomène se manifeste encore si les diamètres ne diffèrent que du simple au double, et la nappe est un conoïde

(*) *Annales de Chimie et de Physique*, tomes LIII, LIV et LV.

dont le sommet adhère à l'orifice du vase qui ne dépense pas. Pour une plus grande différence entre les grandeurs des orifices, ce dernier vase perd une certaine quantité d'eau, et le niveau s'y abaisse en oscillant jusqu'à ce qu'il ait atteint une certaine hauteur en dessous du niveau constant de l'autre réservoir.

Lorsque les deux réservoirs se vident, c'est-à-dire que ni l'un ni l'autre n'est alimenté, la durée de l'écoulement est la même pour tous deux, dans tous les cas. En outre, si les diamètres des orifices sont égaux, la pression hydrostatique est constamment la même sur ces orifices. Si ces diamètres sont inégaux, mais ne diffèrent pas plus que du simple au double, l'égalité des pressions statiques peut subsister encore, mais les niveaux sont dans un état d'équilibre instable, que la moindre agitation peut détruire. Lorsque cet équilibre est troublé, ou que la trop grande différence entre les diamètres des orifices d'écoulement ne permet pas qu'il s'établisse, le niveau du vase armé du plus grand orifice tombe par secousses au-dessous de celui de l'autre réservoir, et d'une quantité d'autant plus grande, que la différence des ouvertures est plus considérable.

Lorsque deux vases de même diamètre, armés d'orifices égaux, sont disposés de manière que le jet lancé par l'un puisse entrer par l'ouverture de l'autre, si l'un de ces réservoirs est vide, tandis que l'autre contient de l'eau à un niveau, soit constant, soit variable, la masse liquide se partage également entre eux, et le temps nécessaire pour que les deux niveaux arrivent à la même hauteur n'est que les deux tiers de celui qu'il faut pour obtenir le même résultat lorsque les vases communiquent immédiatement par un orifice de même diamètre que celui qui lance la veine.

A ces différents faits concernant les pressions des veines et des nappes liquides, nous ajouterons le suivant, relatif aux fluides élastiques : M. Poncelet, analysant les résultats d'expériences exécutées sous sa direction dans les ateliers de M. Pecqueur, sur le mouvement de l'air dans des conduites alimentées par un grand récipient à pression constante, a reconnu que ces résultats étaient représentés par les formules relatives aux liquides qu'il a données dans ses leçons à l'école de Metz ; d'où il résulte qu'il ne se produisait point de détente notable dans la conduite, et que la densité était maintenue jusqu'à l'instant... « où le fluide, parvenu à la section pour laquelle la

» contraction devient la plus forte, va s'épanouir ou se détendre par une
» sorte d'explosion.... (*). »

Ces résultats d'observation, déjà nombreux, et ceux qui pourront y être ajoutés par la suite, deviendront sans doute un jour, entre les mains des géomètres, les éléments d'importantes découvertes; et l'on ne saurait trop ardemment souhaiter de voir la puissance généralisatrice de l'analyse appliquée aux faits les mieux constatés de l'hydraulique, car c'est là, c'est dans les mouvements des fluides non élastiques, et surtout de ceux où il ne reste que de faibles traces de viscosité, que l'on trouvera toujours les attractions moléculaires s'exerçant avec la plus grande indépendance d'influences étrangères. Dans l'état actuel de nos connaissances à cet égard, dans l'absence de principes spécialement applicables aux phénomènes dont il s'agit, toute explication serait prématurée. Mais nous voyons, en embrassant l'ensemble de ces phénomènes, que les veines fluides conservent les pressions statiques sous lesquelles elles ont été engendrées, jusqu'à ce que certaines modifications se soient produites dans leur courbure; nous voyons aussi qu'elles peuvent transmettre par leur choc ces pressions à d'autres masses fluides, soit en repos, soit en mouvement, à la condition toutefois de produire, contre ces masses, des nappes d'une certaine forme nécessaire pour que la transmission soit complète. Ainsi, la courbure de ces nappes minces, celle des veines issues des orifices à contours fermés, celle des nappes des déversoirs, est un fait inséparable de la conservation ou de la communication des pressions (**).

17. *Remous produits par un barrage d'aval.* — Après avoir rapporté les principaux phénomènes qui se manifestent dans le mouvement de la veine libre, nous considérerons ceux auxquels donnent lieu les obstacles qui

(*) *Note sur les expériences de M. Pecqueur, etc.*; *voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, tome XXI (1845).

(**) Quant aux causes, le champ des conjectures est illimité. On est naturellement porté, il est vrai, à assigner un rôle aux forces centrifuges dues aux mouvements des particules sur leurs trajectoires courbes, mais c'est seulement lorsque ces trajectoires tournent leur convexité vers l'intérieur de la masse. D'un autre côté, F. Savart admet d'une manière générale l'existence d'une force moléculaire attractive, produisant la rétractilité des nappes (*fig.* 13) résultant du choc d'une veine circulaire contre un disque; or le mécanisme des effets d'une telle force pourrait se concevoir en assimilant les groupes de molécules fluides, rangés le long des lignes de courbure des nappes, à des corps doués de pôles de noms contraires comme les aimants, et orientés de telle sorte que les droites, joignant

forcent les eaux d'aval à se gonfler pour engendrer la vitesse qu'exige leur écoulement.

Dans les expériences sur les orifices sans contraction inférieure, l'obstacle était un barrage vertical placé à 10 mètres de ces orifices. En élevant progressivement, pour une même levée de vanne et une charge à peu près constante, le sommet de ce barrage, on produit, dans le courant qui suit l'orifice, trois états bien distincts : d'abord la force impulsive de la veine suffit pour refouler le remous jusqu'à plusieurs mètres en aval; mais bientôt il se rapproche, et fait tomber sur la veine des vagues minces *aa' a''* (*fig.* 41) qui l'envahissent peu à peu, et finissent par la couvrir entièrement jusqu'à l'orifice. La surface de ce remous est convexe, et aboutit à une section AB où elle devient sensiblement parallèle au fond du canal; un peu plus loin, elle se déprime pour engendrer la nappe d'écoulement par-dessus le barrage. Le troisième état du bief d'aval est celui dans lequel l'orifice est entièrement noyé; la surface *cde* du remous présente une contre-pente peu prononcée jusqu'à la section, analogue à AB, où les filets liquides sont sensiblement parallèles. La première partie *cd* de cette surface est dans un état d'agitation qui paraît provenir de l'action de la veine sur la masse d'eau qui la noie. On trouvera, dans le chapitre suivant et sur les figures, les hauteurs du remous correspondantes à ces différentes circonstances.

18. *Orifice avec contraction sur le seuil; remous produits par une vanne de fond qui diminue le débouché d'aval.* — Les phénomènes du remous ont pris un caractère remarquable et plus varié encore, dans le cas où le seuil de l'orifice était élevé au-dessus du radier du canal, et où l'obstacle était une vanne de fond placée à 4 mètres environ en aval.

---

ces centres d'attraction ou de répulsion d'un groupe à l'autre, fussent obliques aux éléments correspondants des mêmes lignes de courbure. On expliquerait même, par la rotation de ces groupes résultant de la différence des vitesses des couches des mêmes nappes, et par le changement de la plus grande partie des forces attractives en répulsions, le phénomène si remarquable du redressement de ces nappes, qui, après s'être tendues graduellement, renversent leur convexité supérieure, phénomène qui se présente souvent lorsque les vitesses de la veine sont très-faibles. Ces forces moléculaires étant admises, il résulterait de leur obliquité par rapport aux lignes de courbure des couches fluides, des composantes normales, c'est-à-dire des pressions, dirigées vers l'intérieur de la masse quand les courbures seraient concaves en même temps que les actions moléculaires seraient attractives, ou convexes en même temps que ces actions seraient répulsives.

1°. Cette vanne étant abaissée de manière à pénétrer de quelques centimètres dans le courant, l'eau venait, dans les premiers instants, refluer sur l'orifice d'écoulement et couvrir entièrement la veine; puis on voyait celle-ci changer progressivement de courbure, et enfin elle prenait la forme légèrement concave *abc* (*fig.* 42); en même temps, le remous qui la couvrait d'abord disparaissait, et il n'en restait plus que quelques vagues minces *kk'*..., qui retombaient de la partie supérieure *cd* du courant, sensiblement ondulée. Ces vagues présentaient, en plan, la courbure générale *k'kk"* (*fig.* 43). les bords en étaient couverts de petites lames brisées, et leur intervalle était très-agité.

2°. Un abaissement un peu plus considérable de la vanne d'aval entraînait une modification remarquable dans les mouvements superficiels; la première partie *ab* (*fig.* 44) du courant devenait presque plane, inclinée environ à $\frac{1}{60}$; elle se raccordait avec un gonflement peu saillant *c*, suivi d'une dépression *d*; la surface liquide se relevait ensuite à $0^m,10$ environ au-dessus du gonflement *c*, pour former une vague *emn* engendrant en aval d'autres vagues semblables, mais de moins en moins saillantes; du point culminant *e* de la première, retombait un remous tourbillon *i*.

En diminuant encore le débouché d'aval, on produisait, tout près de l'orifice, un gonflement considérable *abcd* (*fig.* 45), à surface parfaitement nette, polie et brillante; le pied *d* de cette intumescence était couvert par un remous *ed*, d'où s'échappaient des lames brisées et bouillonnantes. La plus grande saillie qu'on ait pu obtenir, la charge sur le centre de l'orifice étant $0^m,330$, s'élevait jusqu'à $0^m,117$ en dessous du niveau d'amont; pour un rétrécissement plus grand de la section du débouché, l'orifice d'écoulement était noyé, la veine produisait des soubresauts continuels, et le bief d'aval présentait l'image d'un véritable chaos. Il s'en échappait, à la surface, un nombre considérable de gouttelettes ellipsoïdes de $0^m,008$ environ de diamètre moyen; enfin l'eau avait pris un aspect jaunâtre et huileux.

Ces divers phénomènes de mouvements résultaient de l'action de la veine issue de l'orifice d'écoulement, combinée avec la réaction de celle qui se formait au passage de la vanne de fond, d'aval. Les principales dimensions des remous peuvent être prises sur les figures.

19. *Contraction sur le seuil et veine libre.* — L'orifice d'écoulement,

dans ces expériences et dans les suivantes, avait une hauteur constante de $0^m,060$, et le seuil en était élevé de $0^m,151$ au-dessus du fond du canal. Lorsqu'on laissait le bief d'aval entièrement libre, la veine présentait le profil supérieur *amb*C (*fig.* 46) d'abord concave, puis convexe et parabolique. Une portion du liquide, après avoir rencontré le fond du canal de fuite, refluait vers l'orifice ; pour des charges sur le centre inférieures à $0^m,16$, ce remous n'atteignant pas le seuil de l'orifice, enfermait, entre lui et la veine, une masse d'air, comme il arrive sous les nappes des barrages en déversoir.

Nous nous occuperons maintenant des mouvements qui ont lieu en amont du barrage dans lequel est pratiqué l'orifice d'écoulement.

20. *Phénomènes du remous superficiel d'amont.* — Pour les deux dispositions de cet orifice qu'on a considérées, c'est-à-dire avec contraction sur le côté supérieur seulement, ou sur ce côté et le seuil, la surface liquide, en amont du barrage, présente des circonstances remarquables. Les corps légers qu'on y place au milieu de la largeur du canal, arrivés à une certaine distance du barrage, croissante avec la charge sur l'orifice, subissent un ralentissement brusque de vitesse dû à la présence d'un remous partant du barrage, qui affecte des formes et renferme des mouvements plus compliqués qu'il ne paraît au premier abord.

Le profil longitudinal de ce remous se compose : 1° d'un gonflement à surface convexe *abc* (*fig.* 47) ; 2° d'une ligne légèrement inclinée *cd*, qui paraît droite, et qui est raccordée en *c* par une courbe concave avec le gonflement ; 3° d'une sorte de talus *de* ; 4° d'une suite d'ondulations *e*. . . *f* ayant chacune plusieurs millimètres d'amplitude ; 5° enfin d'une série de rides se perdant dans la portion d'amont du courant, et d'une finesse ainsi que d'une netteté admirables.

Mode général de raccordement des remous superficiels. — Ces ondulations et ces rides sont analogues à celles que nous avons remarquées en amont d'un corps immergé en partie dans un courant réglé (*), et doivent probablement aussi être rangées dans la même classe que celles observées par

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, février et juillet 1846.

M. Poncelet, au contact d'une pointe avec les surfaces liquides (*) dans le mouvement relatif. C'est un phénomène général, c'est le mode universel de raccordement des remous avec les courants directs.

En projection horizontale (*fig.* 48), le remous qui nous occupe se termine par une courbe DD′D, concave vers l'amont et à ligne ondulée. Les corps légers et de petite dimension que l'on place près du barrage tombent vers les parois du canal, et cheminent ensuite parallèlement à celles-ci, comme l'indiquent les flèches dans la figure.

Arrivés à l'extrémité du remous, ces corps sont entraînés vers l'axe longitudinal, et ramenés, en suivant des courbes *bcd*, *b′ c′ d′*, près du barrage où ils recommencent la même série de mouvements.

Les corps de même densité que l'eau et d'une certaine longueur, comme de petits cylindres en bois mouillé, placés en AA′, tournoient dans un plan vertical, et sont quelquefois entraînés vers l'orifice.

La longueur ED′ du remous, mesurée sur l'axe longitudinal du canal, augmente rapidement, pour une même levée de vanne, avec la charge sur le sommet de l'orifice, et diminue, au contraire, quand, sous une même charge, on augmente la levée de vanne, comme le prouvent les trois premiers des résultats suivants, relatifs aux orifices sans contraction sur le seuil :

TABLEAU N° LX.

LEVÉE de vanne.	CHARGE sur le sommet.	LONGUEUR du remous.
60	445	530
60	530	1270
80	461	450
120	324	240
150	150	150

Or, quand, sous la même charge, la hauteur de l'orifice est augmentée, la vitesse dans le canal s'accroît en même temps ; la longueur du remous est donc indépendante de cette vitesse, ou plutôt en dépend beaucoup moins

(*) *Annales de Chimie et de Physique*, tome XLVI ; 1831.

que des phénomènes qui ont lieu à l'orifice. Quand la veine était gênée par un obstacle en aval, le remous d'amont s'étendait d'autant plus loin que cet obstacle devenait plus considérable.

21. *État de la surface du remous; correspondance avec celui du fond.* — Une particularité bien remarquable que présente la surface de ce remous consiste dans une multitude de petites cavités de quelques millimètres de diamètre, comme si cette surface était partagée par des lignes nodales, en compartiments agités par des tourbillons. Lorsque le courant entraîne du sable, on voit celui-ci se disposer, sur la partie du fond du canal qui correspond au remous superficiel, en lignes onduleuses très-rapprochées, mais seulement jusqu'à une faible distance de l'orifice, jusqu'à l'endroit où se manifeste l'accélération brusque qui a été précédemment signalée (**12**); à partir de cet endroit, il n'y a plus aucun dépôt.

Tourbillons et entonnoirs. — Il se forme, aux angles supérieurs de l'orifice, des tourbillons qui viennent aboutir à la surface du remous en B, B′ (*fig.* 48); ces tourbillons donnent ainsi lieu à une longue colonne hélicoïde oblique SB (*fig.* 47) qui s'évase vers le haut, un peu courbée du côté de l'orifice et entraînant dans ses spires des bulles d'air. La distance des points B, B′ au barrage augmente avec la charge sur le sommet de l'orifice.

§ II.

CALCUL DE LA DÉPENSE DES ORIFICES SANS CONTRACTION LATÉRALE ET ALIMENTÉS PAR UN CANAL, LA VEINE ÉTANT LIBRE OU GÊNÉE PAR UN GONFLEMENT DES EAUX D'AVAL.

22. *Caractère particulier de l'écoulement. Formule théorique approximative.* — Les nombreuses expériences qui ont été faites, à diverses époques, sur l'écoulement à travers les orifices avec charge sur le sommet, diffèrent toutes, par quelque circonstance essentielle, de celles qui nous occupent. La plus importante est le mode de l'alimentation : quand l'eau s'écoule simplement par-dessous un barrage établi dans un canal, et surtout lorsque la hauteur de l'orifice n'est pas très-petite par rapport à celle de la section du bief alimentaire, ce qui est le cas le plus fréquent du jaugeage des cours d'eau, les molécules liquides possèdent, en amont de la *section initiale*, c'est-à-dire de

celle où commence à se former la veine, des vitesses notables qui influent sur les phénomènes de l'écoulement, par suite des actions mutuelles de ces molécules, et par leur force vive, en vertu de laquelle leur inertie exige, de la part des forces accélératrices de la veine, une quantité de travail plus faible, pour produire la même dépense de fluide, que dans le cas où elles partent du repos. Au premier abord, il semble que, pour tenir compte des vitesses initiales des molécules, il suffirait d'ajouter aux charges statiques sur l'orifice les hauteurs dues à ces vitesses; mais, si cette méthode peut conduire quelquefois à une approximation suffisante pour la pratique, elle est loin d'être rigoureuse. En assimilant, en effet, l'écoulement à celui qui aurait lieu à partir du repos, on commet une erreur de physique analogue à celle qui consisterait à admettre qu'à vitesses égales le mouvement d'un corps solide, dans une masse fluide en repos, développe les mêmes quantités d'action que le mouvement inverse. Un courant fluide est un espace rempli de corpuscules se déplaçant sans cesse les uns par rapport aux autres, et obéissant, dans ces déplacements relatifs, dans les oscillations qui les caractérisent (*), aux lois de l'attraction à petite distance; on ne saurait donc admettre à priori que la formation des veines fluides, quand elle se produit dans un milieu ainsi constitué, amène rigoureusement les mêmes résultats que quand les particules partent du repos, sous des pressions statiques égales.

Une autre cause d'inexactitude accompagne les applications ordinaires de la mécanique rationnelle au mouvement de l'eau à travers les orifices; c'est

(*) Lorsque nos premières recherches sur les mouvements des liquides ont été présentées (*voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, février 1846), les courants fluides étaient considérés comme composés de filets contigus formés eux-mêmes d'une suite continue de molécules, ce qui revenait en réalité à assimiler ces courants à un système de couches solidifiées ayant pour bases les courbes d'égale vitesse que l'on peut tracer dans une section transversale, et faisant naître, par leurs déplacements relatifs, une résistance au glissement fonction de la différence infiniment petite des vitesses de deux couches voisines. Il nous a paru plus conforme à l'ensemble des faits d'admettre la mobilité des particules dans tous les sens; de les considérer comme séparées entre elles par des intervalles comparables à leurs dimensions propres, et mises dans une dépendance mutuelle par des forces d'attraction et de répulsion modifiées dans leurs effets par cette cause si obscure que l'on nomme *viscosité*, cause qui reste dans les fluides comme une sorte de prolongement affaibli de la cohésion des corps solides. Dès lors, l'inégalité des vitesses, dans les courants, devient une source de variations continuelles des distances intermoléculaires; l'équilibre entre les forces attractives et répulsives se trouve périodiquement rompu et rétabli, et il en résulte nécessairement des systèmes de vibrations.

l'excès de la force vive totale des tranches sur celle qui correspond à leur vitesse moyenne, excès qui, d'après le théorème de M. le général Poncelet, se compose de deux termes, dont l'un provient du non-parallélisme et l'autre de la non-égalité des vitesses des particules fluides. Remarquons, à ce sujet, que les équations basées sur le principe des forces vives contenant seulement les vitesses moyennes initiale et finale de la portion de courant à laquelle on l'applique, si, dans chacune des sections extrêmes de cette portion convenablement choisie, les vitesses effectives étaient parallèles entre elles et peu inégales, les résultats du calcul théorique seraient à très-peu près exacts, et l'on se trouverait ainsi débarrassé de la complication des coefficients de correction.

Or, il résulte des phénomènes précédemment décrits, que, dans tous les cas d'écoulement en dessous d'un barrage, il y a, en amont de l'orifice, une section MN (*fig.* 39) où les particules fluides ont des mouvements de translation parallèles; c'est celle qui se trouve à l'origine du remous superficiel (**20**), et que tout porte à regarder comme la section initiale de la veine liquide. Les mêmes phénomènes nous indiquent, dans la plupart des cas, une section d'aval dans laquelle le parallélisme des mouvements translatoires se rétablit: pour ces deux sections, le second terme de l'excès des forces vives dans le théorème de M. Poncelet subsiste seul; je vais montrer de plus que ce terme lui-même doit être très-faible. Dans des expériences nombreuses que j'ai faites pour comparer la vitesse moyenne U à la vitesse V, au milieu de la surface dans une section située à $4^{m},50$ en amont d'un barrage en déversoir, la première de ces vitesses augmentait, pour une même valeur de l'autre, à mesure que la hauteur du barrage était accrue, tellement que le rapport $\frac{U}{V}$ atteignait la valeur 0,91 lorsque cette hauteur devenait égale aux $\frac{8}{10}$ de celle de la section où l'on prenait les vitesses. Il résulte de cette observation, que la présence d'un barrage tend à égaliser les vitesses, au moins dans la région d'amont dont la hauteur correspond à celle de ce barrage. Quant à la partie de la section MN (*fig.* 39), qui correspond à l'orifice, les vitesses des particules fluides, dans cette partie, devraient, en vertu de la résistance des parois du canal, décroître de haut en bas, et du milieu vers les bords; mais, dans l'orifice d'écoulement, les vitesses décroissant, au contraire, de

bas en haut, et devant être sensiblement égales sur une même horizontale, il en résultait une action compensatrice sur la portion inférieure de la section initiale MN. Il en est de même, à plus forte raison, pour la section AG, qui est plus rapprochée de l'orifice. Ainsi on peut regarder comme très-probable que, dans les sections MN et AG, les vitesses des filets, qui sont parallèles, sont, en outre, respectivement, très-peu différentes entre elles; c'est-à-dire que le principe des forces vives doit, dans de semblables circonstances, conduire à des résultats à peu près exacts. Pour l'appliquer, nous remarquerons que, de MN en AG, il n'y a pas d'autre travail moteur que celui de la chute à la surface du courant, et celui qui est dû à l'excès de pression dans la section initiale MN, provenant de la vitesse que les particules liquides y possèdent. Or, en supposant, pour les calculs, ce dernier travail équivalent à celui de la résistance des parois du canal, de la paroi du barrage et du bord supérieur de l'orifice, nous négligerons seulement la différence qui peut exister entre deux quantités très-faibles. En définitive, nous écrirons que la moitié de la force vive acquise depuis la section initiale jusqu'à la section contractée, est égale au travail de la chute h à la surface entre ces deux sections, ce qui donne, pour le débit du courant liquide,

$$Q = \omega \sqrt{2g \frac{h}{1 - \frac{\omega^2}{O^2}}}.$$

Cela posé, en désignant par

e la hauteur de la section contractée AG;
H' celle de la section initiale MN;
H la charge sur le seuil de l'orifice, c'est-à-dire H' augmentée de la pente du fond du canal, entre la section initiale et le barrage;
L la largeur du canal;

nous aurons

$$\omega = Le, \qquad O = LH',$$

et, à moins de $\frac{1}{2}$ millimètre près,

$$h = H - e;$$

d'où, en substituant ces valeurs dans la formule précédente,

$$\text{(A)} \qquad Q = Le\sqrt{2g\,\frac{H-e}{1-\left(\frac{e}{H'}\right)^2}}.$$

C'est au moyen de cette formule que l'on a calculé les dépenses théoriques contenues dans le tableau suivant, qui se rapporte à l'écoulement sans contraction sur le seuil, la veine cheminant librement dans le canal de fuite.

23. *Comparaison des résultats du calcul avec ceux de l'expérience.* — La première partie de ce tableau contient les résultats relatifs au cas où le coursier d'aval est prolongé indéfiniment; la seconde concerne celui où il a seulement la longueur nécessaire pour faire acquérir à la veine le parallélisme des mouvements de translation. Les séries II et IV de la première partie proviennent d'expériences exécutées en 1846, et dans lesquelles on n'avait pas mesuré la hauteur e de la section contractée; nous avons donc, pour ces deux séries, déduit cette hauteur, par interpolation graphique, des mesures directes effectuées l'année suivante, moyen suffisamment exact à cause de la faible influence de la levée de vanne sur la grandeur de la contraction.

La largeur L des orifices, égale à celle du canal, est $0^m,900$ pour les séries I et III, et $0^m,898$ pour les séries II et IV. Quant à la série V, le vannage correspondant était le second de ceux qui ont été décrits au n° **11**; nous rappellerons que la largeur L de la veine était de $1^m,606$, et que le coefficient de la contraction géométrique, obtenu dans une autre série d'expériences (**14**), était 0,66 (*).

Ainsi que nous l'avons fait pour les déversoirs, nous joignons aux résultats de l'expérience et des nouveaux calculs théoriques les valeurs du coefficient de correction m de la formule (a)

$$Q = mA\sqrt{2gh},$$

employée jusqu'ici dans tous les cas de l'écoulement par les orifices avec charge sur le sommet (**2**).

(*) Cette valeur est supérieure à celles qui ont été trouvées dans le premier cas, ce qui provient probablement en partie de la contre-pente de $\frac{1}{100}$ qu'avait prise l'extrémité du canal immédiatement en aval de l'orifice, par suite du gonflement des pièces de charpente qui la soutenaient.

TABLEAU N° LXI.

NUMÉROS D'ORDRE des séries	NUMÉROS D'ORDRE des expériences	LEVÉE de vanne.	CHARGE sur le seuil de l'orifice. H	HAUTEUR de la section contractée. e	HAUTEUR de la section initiale. H'	DÉPENSE calculée en employant la nouvelle formule (A). Q	JAUGEAGE DIRECT: HAUTEUR dont le niveau s'est élevé dans le bassin de jauge.	JAUGEAGE DIRECT: DURÉE de l'observation	JAUGEAGE DIRECT: DÉPENSE observée par seconde sexagésimale. D	RAPPORT de la dépense observée à la dépense calculée. $\frac{D}{Q}$	COEFFICIENTS de l'ancienne formule.
						lit		"	lit		
I.	1	48,5	503,0	29,0	497,0	79,683	1092,0	245,0	80,237	1,007	0,5997
	2	48,5	361,0	27,9	355,0	67,258	1053,0	284,0	66,746	0,992	0,5950
	3	48,5	196,5	27,0	194,5	48,138	959,0	360,0	47,955	0,996	0,5977
II.	4	80,0	541,0	47,8	539,0	133,996	976,0	121,0	137,777	1,028	0,6121*
	5	80,0	400,0	46,5	398,0	113,314	845,0	135,0	112,683	0,994	0,5905
III.	6	99,7	630,0	59,0	626,0	178,469	974,0	96,5	181,700	1,018	0,6005
	7	99,4	365,0	58,3	361,0	130,440	975,0	131,5	133,480	1,023	0,5996*
	8	99,4	161,0	57,0	157,0	78,386	997,0	224,5	79,984	1,020	0,6050
	9	99,4	155,5	57,0	151,5	76,950	974,0	222,5	78,846	1,020	0,6115
	10	99,4	143,5	57,4	139,5	73,409	1013,0	240,5	75,826	1,033	0,6245*
IV.	11	120,0	444,0	70,7	442,0	174,030	1072,0	110,0	175,440	1,008	0,5929
	12	120,0	374,0	70,2	372,0	156,720	1138,5	129,5	158,260	1,010	0,5915
								Moyenne........		1,012	
V.	1	21,3	603,0	14,1	621,0	76,953	610,0	141,0	77,881	1,012	0,6680
	2	20,2	378,5	13,3	401,0	57,342	1043,0	336,0	55,881	0,974	0,6415
	3	20,2	315,0	13,3	337,0	52,118	832,0	293,0	51,118	0,981	0,6451
	4	20,2	157,5	13,3	176,0	36,123	746,0	360,0	37,120	1,027	0,6738
	5	30,8	480,0	20,3	501,0	97,903	928,0	168,5	99,145	1,013	0,6633
	6	52,0	289,5	34,3	311,0	123,269	987,0	143,0	123,126	0,999	0,6486
								Moyenne........		1,001	

24. *Confirmation des considérations théoriques.* — Ces résultats confirment les considérations exposées plus haut, et l'on voit, en outre, que la nouvelle formule théorique (A) conduit à des valeurs de la dépense des orifices suffisamment exactes pour les applications usuelles, sans qu'il soit nécessaire de lui appliquer des coefficients de correction, résultat analogue à celui que nous avons obtenu déjà pour les déversoirs sans contraction latérale.

On pourrait objecter, il est vrai, la faible grandeur des charges qui avaient lieu dans ces expériences, où elles n'ont pas dépassé $0^m,630$; mais nous ferions remarquer que les petites charges sont précisément celles qui se rencontreront le plus ordinairement dans le jaugeage des petits cours d'eau : ce sont encore celles des prises d'eau des irrigations et des orifices des roues hydrauliques à faible vitesse. Bien plus, il est permis de conclure des résultats précédents l'exactitude de la formule (A), indépendamment de toute valeur particulière des charges, car celles-ci ont varié de 1 à 4,4 dans la série III, de 1 à 2,6 dans la série I, et les variations très-faibles du rapport $\frac{D}{Q}$ se sont produites, pour les séries I et II, dans un sens différent de celui qui se présente pour la série III.

Quant à la dernière série, qui paraîtrait indiquer une approximation supérieure à celle des précédentes, nous ferons observer que les planchettes dont le fond et les côtés du canal étaient munis, quoique très-minces et raccordées avec les côtés correspondants de l'orifice, faisaient prendre une légère courbure aux filets les plus voisins de la veine; circonstance qui exigerait, à la rigueur, un coefficient de correction dont nous aurons la valeur approchée en divisant le rapport expérimental 1,001 relatif à la série V par la valeur 1,012 de ce rapport obtenue pour les autres, ce qui donne le coefficient 0,989.

Enfin, nous avons cru pouvoir nous dispenser de faire d'autres expériences vérificatives pour une plus grande inclinaison du canal, parce que les résultats de celles-ci prouvant que le principe des forces vives est applicable au cas d'écoulement dont il s'agit, aucune des circonstances du mouvement de l'eau ne donne lieu à penser qu'il en puisse être autrement par suite d'une augmentation de la pente du coursier.

25. *Coefficients de l'ancienne formule.* — Les coefficients de correction

de la formule (a) sont plus grands, dans les quatre premières séries, que ceux de la contraction géométrique. Ainsi, en mettant même pour A, dans cette formule, l'aire de la section contractée au lieu de celle de l'orifice, on ne la rendrait point encore exacte. En effet, elle ne tiendrait pas compte de la vitesse dans le canal, qui augmente la dépense correspondante à une charge statique déterminée.

En construisant, pour chaque hauteur d'orifice, le lieu géométrique des points ayant pour abscisses les charges h sur le centre de l'orifice, et pour ordonnées les coefficients dont il s'agit, on reconnaît qu'il y a lieu de distinguer la série V du groupe des quatre premières : occupons-nous d'abord de celles-ci. Le tracé des courbes fait ressortir trois anomalies correspondantes aux n°s 4, 7 et 10 du tableau précédent : les valeurs du coefficient de la dépense sont trop grandes, ce qui explique pourquoi celles du rapport $\frac{D}{Q}$ s'écartent notablement des autres, sans que cela provienne d'une inexactitude dans la mesure de l'épaisseur e, qui est aussi facile à obtenir que la charge sur le centre de l'orifice (*). A part ces irrégularités, on reconnaît que les lieux géométriques relatifs aux quatre séries se confondent en plusieurs endroits, et s'écartent très-peu dans les autres ; de sorte qu'en traçant une courbe moyenne, on peut la regarder comme exprimant très-approximativement la loi de variation des coefficients de l'ancienne formule

(*) Nous avons tenu à mesurer cette épaisseur avec les moyens les plus simples que l'on puisse employer : d'abord, le profil de la veine en aval de l'orifice se dessine assez nettement sur les parois du canal ou bien sur une planchette ou un carton qu'on y applique, pour indiquer à première vue l'endroit où se trouve la section contractée; ensuite, il suffit d'approcher de la surface liquide en cet endroit une règle horizontale à biseau jusqu'à l'affleurement de cette surface; la hauteur de cette règle au-dessus du fond du canal est celle de la section, c'est-à-dire la quantité e qui entre dans la nouvelle formule. Ceci répond suffisamment aux difficultés dont s'est préoccupé M. Lesbros relativement à l'application de cette formule. Quant à son exactitude, aucun des dispositifs adoptés dans les expériences de cet ingénieur ne reproduisant les circonstances pratiques dans lesquelles nous nous sommes placé, on ne saurait en tirer de vérification précise. Le cas qui se rapproche le plus de ces circonstances est celui de la *fig.* 19 du Mémoire de M. Lesbros; mais encore dans ce cas, l'orifice, en minces parois, présentait, par rapport au court canal d'amont, un rétrécissement de $\frac{1}{4}$ de la largeur 0^m,20 de cet orifice, et sans aucun raccordement. Aussi les dépenses expérimentales sont-elles un peu plus faibles que les dépenses calculées à l'aide de notre formule, et il paraît résulter de cette comparaison que la contraction latérale et les autres circonstances particulières du dispositif de M. Lesbros diminuaient la dépense de l'orifice dans le rapport de 968 à 1000.

pour des hauteurs d'orifice comprises entre $0^m,045$ et $0^m,125$, et probablement aussi en dehors de ces limites qui sont assez étendues pour montrer que, dans le cas qui nous occupe et sous les charges que nous avons considérées, la hauteur des orifices influe très-peu sur la valeur de ces coefficients.

Ce résultat paraît cependant en désaccord avec la considération des vitesses initiales qui augmentent, pour une même charge, avec la levée de vanne : mais il faut remarquer que les expériences dont il s'agit se rapportent au cas où le canal de fuite est très-prolongé en aval de l'orifice; de sorte que la résistance de ses parois au mouvement de la veine a une influence notable sur les résultats. Or cette influence, au point de vue de notre théorie, se traduit par une augmentation de la section contractée et une diminution de la chute superficielle; tandis que, relativement à la formule ancienne qui ne tient compte d'aucune de ces circonstances, l'accroissement des vitesses initiales est compensé par une augmentation correspondante de la résistance des parois.

Passant maintenant au cas où le canal d'aval est presque entièrement supprimé, nous observerons que les coefficients de l'ancienne formule sont plus grands que dans les séries précédentes, ce qui tient sans doute, en grande partie, à cette suppression.

Dans les deux cas, les coefficients dont il s'agit ont leur plus faible valeur, pour la charge de $0^m,340$, sur le centre de l'orifice. Voici d'ailleurs le tableau de ces coefficients :

TABLEAU N° LXII.

CHARGE sur le centre de l'orifice.	COEFFICIENTS DE CORRECTION DE L'ANCIENNE FORMULE pour le cas où l'orifice est suivi d'un	
	coursier prolongé.	coursier très-court.
90	0,618	0,693
100	0,612	0,689
120	0,604	0,682
140	0,600	0,676
160	0,598	0,671
180	0,596	0,666
200	0,595	0,661
220	0,595	0,657
240	0,594	0,653
260	0,594	0,649
280	0,594	0,645
300	0,594	0,643
340	0,593	0,640
360	0,594	0,641
380	0,595	0,642
400	0,595	0,645
450	0,597	0,651
500	0,599	0,659
550	0,601	0,667
600	0,603	0,675

26. *Influence des obstacles d'aval, et moyens d'en tenir compte dans les calculs.* — Occupons-nous maintenant des cas où le courant d'aval, toujours issu d'un orifice sans contraction sur le seuil, est gêné par des obstacles. Ces obstacles peuvent être, ou une contre-pente du canal de fuite, ou un rétrécissement du même canal, un exhaussement du fond, ou enfin les crues d'un cours d'eau auquel ce canal aboutit. Quelle que soit la cause, l'effet produit sera toujours un gonflement des eaux d'aval plus considérable et plus rapproché de l'orifice que si l'obstacle n'existait pas, effet que nous avons obtenu, comme il a été dit précédemment, au moyen d'un barrage de hauteur variable placé dans la partie rélargie du canal d'expériences, à 10 mètres de l'orifice. On a vu (**17**) quelles sont les différentes phases du phénomène ; nous les partagerons, pour le calcul, en deux cas principaux, celui où le

remous noie complétement l'orifice, et ceux où cette circonstance n'a pas lieu.

Dans ces derniers cas, il est facile d'apercevoir que la veine se forme et chemine sous les petites vagues qui retombent du sommet du remous, comme elle faisait à l'air libre : aussi pensons-nous qu'il convient d'appliquer (*) la formule (A), en tenant compte, toutefois, du changement apporté par l'obstacle dans la grandeur de la contraction géométrique. La mesure de la section contractée devient, à la vérité, difficile quand la veine est recouverte en deçà de cette section ; cependant on en peut obtenir encore une valeur suffisamment approximative, en soutenant, pendant un temps très-court, la partie inférieure du remous, et découvrant ainsi la veine ; ou bien, si l'on peut observer la section contractée quand le remous s'arrête encore à cette section, on admettra que le coefficient de la contraction géométrique soit le même lorsqu'il l'a franchie ; c'est ce que nous avons fait ici en adoptant la valeur 0,602 de ce coefficient (**13**).

Lorsque l'orifice est noyé, on ne peut plus faire aucune observation sur la forme et le mouvement de la veine, mais nous supposerons que l'une et l'autre aient lieu comme précédemment. La condition nouvelle qui s'introduit ici consiste dans les mouvements que cette veine imprime, par communication latérale, à la masse liquide placée au-dessus d'elle, et dont on ne peut plus faire abstraction : ces mouvements sont du genre des tourbillons qui se produisent dans les changements brusques de dimension des conduites, et il paraît nécessaire d'en tenir compte par la méthode de Borda, comme l'a fait M. Poncelet. (*Cours de l'École de Metz*, section VI.)

Nommant donc :

ω l'aire de la section contractée ;

U la vitesse moyenne de cette section ;

O l'aire de la section initiale d'amont, et H′ sa hauteur ;

O′ l'aire de la section du bief d'aval, où les mouvements translatoires des molécules redeviennent sensiblement parallèles, et dont la hauteur H″ est à peu près celle du sommet du remous ;

(*) Cette application suppose implicitement que la veine, surmontée d'une masse d'eau assez considérable, ne transmet pas en amont la pression correspondante à la hauteur de cette masse ; hypothèse qui se trouve confirmée par l'accord de la formule avec les résultats d'expérience.

W et W' les vitesses moyennes respectives de ces deux sections ;

h la différence des niveaux d'amont et d'aval pris à l'endroit des sections O et O' ;

z et z' les hauteurs respectives des sommets de ces deux sections au-dessus de la section contractée ;

p la pression qui a lieu sur l'unité de surface de la section contractée, indépendamment de celle de l'atmosphère ;

ϖ le poids de l'unité de volume du fluide.

Le principe des forces vives appliqué au travail des forces extérieures entre les sections O et ω donne l'équation

$$\tfrac{1}{2}\,dm\,(U^2 - W^2) + \tfrac{1}{2}\,dm\,(U - W')^2 = g\,dm\,z - g\,dm\,\frac{p}{\varpi};$$

on a de même, entre les sections ω et O',

$$\tfrac{1}{2}\,dm\,(W'^2 - U^2) = g\,dm\,\frac{p}{\varpi} - g\,dm\,z'.$$

Ajoutant ces deux équations pour éliminer p, et remarquant que

$$OW = O'W' = \omega U = Q,$$

et que

$$z - z' = h,$$

on obtient

$$Q = \omega\sqrt{2g\,\frac{h}{\omega^2\left(\frac{1}{O'^2} - \frac{1}{O^2}\right) + \left(1 - \frac{\omega}{O'}\right)^2}}.$$

Comme d'ailleurs, dans le cas qui nous occupe,

$$\omega = eL, \quad O' = LH'', \quad O = LH',$$

on voit que la dépense théorique est

$$\text{(B)} \qquad Q = Le\sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{e}{H''}\right)^2 - \left(\frac{e}{H'}\right)^2 + \left(1 - \frac{e}{H''}\right)^2}}.$$

Il reste à déterminer approximativement la hauteur e de la section con-

tractée. Or nous avons reconnu (13) que, pour l'orifice de $0^m,0997$ de hauteur et une charge de $0^m,520$ sur le seuil, l'influence du remous augmentait le coefficient de la contraction géométrique dans le rapport de 1 à 1,019; adoptant ce rapport, nous avons déterminé les valeurs du coefficient dont il s'agit par interpolation graphique au moyen de celles qui avaient été obtenues (12) pour la veine libre. On trouvera dans le tableau suivant les résultats de l'expérience comparés à ceux du calcul, avec l'indication des phénomènes correspondants.

La largeur de l'orifice était $0^m,900$.

Tableau N° LXIII.

NUMÉROS d'ordre des séries.	NUMÉROS d'ordre des expériences.	LEVÉE de vanne	CHARGE sur le seuil de l'orifice H	HAUTEUR de la section contractée. e	HAUTEUR de la section initiale d'amont. H'	HAUTEUR de la section d'aval où les mouvements translatoires paraissent être redevenus parallèles. H''	DIFFÉRENCE de niveau entre les sommets de ces deux sections.	DÉPENSE calculée théoriquement. Q	JAUGEAGE DIRECT. Hauteur dont le niveau s'est élevé dans le bassin de jauge.	JAUGEAGE DIRECT. Durée de l'observation	JAUGEAGE DIRECT. Dépense observée par seconde sexagésimale. D	RAPPORT de la dépense observée à la dépense calculée. $\frac{D}{Q}$	INDICATION des phénomènes et de la formule employée
I.	1	99,7	524,5	60,0	520,5	»	»	lit 163,998	984,5	107,5	164,863	1,005	La veine refoule le remous jusqu'en aval de la section contractée. Formule (A)
	2	99,7	523,0	60,0	519,0	»	»	163,782	995,5	108,5	165,171	1,008	
	3	99,7	520,0	60,0	516,0	»	»	163,242	980,0	107,5	164,112	1,005	
II.	4	99,7	520,0	60,0	516,0	»	»	163,242	943,0	104,0	163,229	0,999	Le remous retombe jusqu'à l'orifice par petites vagues qui en sont alternativement repoussées. Formule (A)
	5	99,4	625,5	60,0	621,5	»	»	180,630	991,5	98,5	181,208	1,003	
	6	99,7	527,0	60,0	523,0	»	»	164,430	974,5	110,5	158,760	0,966	Le remous couvre constamment la veine jusqu'à l'orifice, dont il atteint le sommet. Formule (A)
	7	99,4	608,0	59,9	604,0	»	»	176,717	1008,0	106,5	170,385	0,964	
III.	8	99,7	629,5	60,2	625,5	520,0	118,0	92,973	1018,0	197,0	93,026	1,006	L'orifice est complètement noyé
	9	99,7	589,0	60,1	585,0	499,0	98,5	85,245	1008,5	211,0	86,043	1,009	
	10	99,7	545,0	60,0	541,0	432,0	121,5	99,444	1049,5	189,0	99,963	1,036	Formule (B)
							Moyenne					1,017	

27. *Conséquences des résultats de l'expérience.* — Les résultats de la série I et ceux des expériences 4 et 5 font voir que la formule (A) s'applique aussi bien au cas d'un obstacle en aval qu'à celui de la veine libre dans le coursier, même quand la partie inférieure du remous produit par l'obstacle retombe sur la veine, pourvu toutefois qu'elle ne vienne pas couvrir l'orifice; car, dans ce cas, il se produit une diminution évidente de la dépense. Ces résultats s'expliquent par la nature même des phénomènes. En effet, tant que les ondes légères du remous ne font que glisser sur la veine en s'arrêtant à quelques centimètres de l'orifice, elles sont périodiquement entraînées par ce courant, et ne donnent lieu à d'autre effet dynamique contraire à l'écoulement que celui de leur inertie et des petits chocs qu'elles produisent en retombant sur la veine, effets qui sont relativement trop faibles, à cause de l'exiguïté des masses de ces ondes, pour modifier sensiblement les résultats, et ne sont même probablement pas transmis par la veine. Mais, quand les ondes restent en permanence contre le plan de l'orifice, ces masses, qui sont augmentées, agissent sans interruption par leur poids : pour s'en convaincre, on remarquera que, dans les expériences n°s 6 et 7 (série II), les ondes qui baignaient l'orifice s'élevaient à la hauteur de son sommet, et l'on substituera, dans la formule (A), la charge sur le sommet de l'orifice, à la hauteur du niveau d'amont au-dessus de la section contractée; les dépenses calculées au moyen de cette formule deviennent

	Expériences	
	6	7
Q =	157,410	171,110,

qui s'accordent, aussi bien qu'on puisse l'espérer, avec les dépenses observées D, puisque celles-ci sont 158,76; 170,385.

28. *Proposition relative à la transmission des pressions par les veines liquides.* — De l'ensemble des résultats d'observation et de calcul qui concernent le cas d'un gonflement des eaux d'aval, il résulte cette proposition générale, que : *Les veines liquides ne transmettent pas en amont la pression des remous, excepté quand cette pression s'exerce* immédiatement *sur l'orifice.*

29. *Mouvement d'une onde superposée à une masse d'eau en repos.* — Nous pensons devoir rapprocher de ces résultats une observation que nous avons faite depuis longtemps sur la propagation des ondes superposées à une masse liquide en repos. Si, dans un canal, on établit d'abord une couche d'eau en repos ABCD (*fig.* 49); puis, qu'en levant un peu une vanne placée en tête de ce canal, on y lance une lame d'eau, celle-ci cheminera sur la masse ABCD en affectant la figure *mno* ou le profil *m'n'o'*, sans qu'on puisse apercevoir aucun mouvement précurseur, aucun signe extérieur de transmission de pression en aval de cette onde.

30. Revenons au calcul de la dépense. Les résultats de la série III prouvent que la formule (B) représente, avec le degré d'approximation désirable, le volume d'eau qui s'écoule par un orifice noyé quand il n'y a de contraction que sur le côté supérieur; il en ressort la confirmation du fait que nous avions présumé devoir se produire, savoir que la veine chemine, dans ce cas, sous la masse liquide qui la couvre, comme lorsqu'elle était libre, jusqu'à la section contractée qui se modifie seulement un peu dans son épaisseur.

Il n'était pas sans utilité de prouver encore, par ce dernier exemple, que le principe des forces vives, lorsqu'on en base l'application sur la connaissance des phénomènes physiques, conduit à des solutions suffisamment approximatives pour la pratique, dans bien des cas où l'on pourrait être porté à en abandonner l'emploi : mais l'usage des formules (A) et (B) devenant difficile, ou exposant à des incertitudes sur la valeur de la section contractée de la veine lorsqu'elle est couverte par le pied du remous, il sera préférable alors de calculer la dépense des orifices au moyen de la formule

$$\text{(C)} \qquad Q = A\sqrt{2g\frac{h}{1-\frac{A^2}{O^2}}},$$

affectée de coefficients de correction; formule dans laquelle A est l'aire de l'orifice lui-même, et O celle de la section alimentaire prise à une certaine distance du vannage, à l'origine du remous superficiel d'amont. Quant à la valeur de *h*, ce sera la charge sur le sommet de l'orifice lorsqu'il ne sera pas complétement noyé : dans le cas contraire, *h* sera la différence de niveau

entre le sommet de la section O et celui de la section du remous d'aval où les mouvements translatoires du liquide paraissent être redevenus parallèles.

Cela posé, les résultats d'expériences consignés dans le tableau précédent donnent, pour les valeurs des coefficients de correction :

0,622 quand les petites vagues du remous tombent entre l'orifice et la section contractée ;

0,600 lorsqu'elles atteignent le sommet de l'orifice ;

0,688 quand l'orifice est complétement noyé par la masse du remous.

Après avoir étudié, dans ses diverses circonstances pratiques, l'écoulement sous une seule contraction, j'ai fait quelques expériences pour pouvoir comparer ce cas avec celui où le seuil de l'orifice est élevé, sans raccordement, à une certaine hauteur au-dessus du fond du canal.

31. *Dépense des orifices avec contraction sur les côtés supérieur et inférieur.* — Il résulte de la description précédemment donnée des phénomènes hydrauliques relatifs à ce genre d'écoulement, qu'il est essentiel de distinguer, dans le calcul de la dépense, le cas où la veine tombe librement sur le fond du canal de fuite, et celui où elle est gênée par un gonflement plus ou moins considérable des eaux d'aval. Dans le premier cas, la forme de la trajectoire courbe de la veine ne permettant point aux particules fluides de prendre, même momentanément, des mouvements de translation parallèles, on est obligé d'avoir recours à la formule théorique ordinaire (C), affectée de coefficients de correction que nous déterminerons en mettant dans cette formule, pour h, la charge sur le centre de l'orifice.

Lorsque la veine faisait irruption dans un gonflement ou remous d'aval, qui ne noyait point l'orifice, sa surface supérieure devenait, à une faible distance de cet orifice, sensiblement parallèle au fond du canal, et il semble que le principe des forces vives, appliqué entre la section où avait lieu ce parallélisme momentané et la section alimentaire O d'amont, devrait encore conduire ici à une formule approximative de la dépense. Mais, en examinant les circonstances du mouvement, j'ai remarqué que les filets inférieurs de la veine, en dessous et en aval du seuil, se repliaient sur eux-mêmes par l'effet de l'inertie de la masse du remous, et donnaient lieu à un tourbillonnement vertical; de sorte que le parallélisme de la surface supé-

rieure de la veine et du fond dans la section précitée n'était qu'un faux indice de celui des filets du courant. On emploiera donc encore, dans ce cas, la formule (C), mais en y substituant pour h la charge sur le sommet de l'orifice. Le tableau suivant contient les résultats de l'expérience et les coefficients qui s'en déduisent. Le seuil de l'orifice s'élevait de $0^m,151$ au-dessus du fond du canal; sa largeur était $0^m,897$, et la levée de vanne $0^m,060$. Pour mesurer les charges, on est parti de la section où commence le remous superficiel d'amont, regardée comme la section initiale de la veine.

Tableau N° LXIV.

NUMÉROS d'ordre.	CHARGES sur le centre de l'orifice.	CHARGES sur le sommet de l'orifice.	HAUTEUR de la section initiale d'amont.	DÉPENSE fournie par l'expérience.	DÉPENSE théorique.	COEFFICIENT de la formule (C).	INDICATION des phenomènes hydrauliques	DIFFÉRENCE de niveau entre le sommet du remous et celui de la section initiale dans le bief d'amont.
	mm		mm	lit	lit			
1	192	»	373	69,630	105,810	0,658	La veine tombe librement dans le canal de fuite (fig. 41)	»
2	276	»	457	82,134	126,369	0,650		»
3	338	»	519	90,492	139,394	0,649		»
4	411	»	592	99,393	153,548	0,647		»
5	»	315	526	86,824	134,658	0,645	Le remous fait tomber des vagues onduleuses transversales jusqu'à $0^m,15$ de l'orifice (fig. 42 et 43)	246
6	»	320	531	85,558	135,680	0,631	Deuxième état du remous. — Sa surface est fortement ondulée dans le sens longitudinal (fig. 44)	311
7	»	313	524	82,810	134,227	0,617	Le rétrécissement du débouché d'aval continuant à augmenter, le remous change d'aspect, et il se forme, à une faible distance de l'orifice, un gonflement de plus en plus considérable (fig. 45)	240
8	»	389	600	91,457	149,314	0,613		270
9	»	299	510	75,914	131,213	0,578		117

Conséquences des résultats précédents. — Considérant d'abord les quatre premières expériences, dans lesquelles le courant d'aval n'était point gêné par un obstacle, nous remarquerons que les coefficients obtenus par MM. Poncelet et Lesbros, pour le cas de la contraction complète et de l'écoulement libre dans l'atmosphère, augmentent avec les charges entre les limites de celles que nous avons employées, tandis qu'ici leur variation suit un ordre inverse : comme, d'ailleurs, pour tenir compte de la non-existence de la contraction sur les côtés verticaux de notre orifice, il suffirait, d'après les recherches de

M. Bidone, d'augmenter, dans un rapport constant, les coefficients qui auraient été obtenus dans le cas de la contraction complète, on ne saurait attribuer le décroissement de ces coefficients qu'à l'influence du remous-tourbillon formé au pied du barrage, remous qui est dû à l'épanouissement, sur le fond du canal d'aval, de la veine liquide dont une partie, refluant vers l'orifice, est remontée le long de la paroi BD (*fig.* 46) à une hauteur croissante avec la charge.

Comparant maintenant à ce cas d'écoulement celui où la contraction n'avait lieu que sur le sommet de l'orifice, le seuil de celui-ci étant sur le fond des canaux d'amont et d'aval, on verra, en rapportant à la même formule (C) les résultats de nos expériences relatifs à ce dernier cas, que les coefficients déduits de ces expériences sont plus faibles que ceux du tableau précédent. En outre, ils augmentent avec la charge sur le centre, comme dans le cas où l'orifice verse librement dans l'atmosphère. Ainsi, lorsque, pour l'écoulement avec contraction sur le seuil, les valeurs des coefficients sont 0,658 et 0,650, ils seraient, à égalité de charges et de levée de vanne, 0,584 et 0,600 pour l'écoulement avec contraction sur un côté seulement ; de sorte que la résistance du radier du canal semble diminuer les vitesses de la veine liquide, plus que ne le font les influences combinées de la contraction sur le côté inférieur, et de l'eau qui remonte vers l'orifice en dessous et en aval du seuil exhaussé, quoique cette dernière influence soit assez forte pour renverser l'ordre de variation des coefficients : conséquence difficile à admettre sans modification. Examinons maintenant la deuxième série des résultats du tableau précédent. Dans les trois premières expériences de cette série, la charge d'amont était, à très-peu près, constante ; de sorte que le décroissement des coefficients paraît devoir être attribué au gonflement des eaux du bief d'aval : d'un autre côté, la faiblesse de ce décroissement n'est nullement en rapport avec la hauteur du remous ; celui-ci n'exerçait donc sur l'écoulement qu'une influence indirecte, en modifiant la forme de la veine dont la surface supérieure, au lieu de tomber suivant une trajectoire convexe, était obligée de se tendre au sortir de l'orifice, en affectant une courbure concave analogue à celle qui avait lieu dans le cas de l'écoulement sans contraction inférieure.

En résumé, nous voyons que : 1° pour les mêmes charges et les mêmes

levées de vanne, l'orifice avec contraction sur le seuil et versant sans obstacle dans le canal de fuite, dépensait *un peu plus,* d'une part, que le même orifice sous l'influence d'un remous d'aval considérable, et, d'autre part, que l'orifice avec contraction sur le côté supérieur seulement et sans obstacle en aval; 2° que la diminution de la dépense dans ces deux derniers cas, en apparence si dissemblables, était accompagnée d'une même courbure concave de la veine au delà de l'orifice. Enfin, en rapprochant ces faits de ceux qui concernent les barrages noyés (livre II, n° 38), nous sommes conduit à regarder les modifications de courbure des nappes et des veines fluides, dans le voisinage des orifices, comme la conséquence physique la plus générale des résistances de tout genre au mouvement de ces courants, et, en même temps, comme la cause immédiate des modifications que subit la dépense des pertuis.



LIVRE QUATRIÈME.

RÉSULTATS D'EXPÉRIENCE

RELATIFS A QUELQUES DISPOSITIONS PARTICULIÈRES DES GRANDS PERTUIS D'ÉCOULEMENT.

---

§ I.

INFLUENCE DE CERTAINES ROUES HYDRAULIQUES SUR LE DÉBIT DES ORIFICES QUI LES ALIMENTENT.

1. *Considérations générales.* — Les roues hydrauliques, en général, peuvent influer de deux manières différentes sur la dépense de leurs orifices d'alimentation. Lorsqu'elles ont un mouvement rapide, et que les canaux de circulation formés par leurs aubes constituent les extrémités d'un courant liquide commençant aux orifices, la force centrifuge peut occasionner une diminution de pression qui se transmette jusqu'à ceux-ci, et y produise un accroissement de dépense d'autant plus grand que la vitesse angulaire de la roue hydraulique est plus considérable. Tel est le cas des turbines de plusieurs sortes, pour lesquelles la théorie de M. Poncelet (*) et les expériences de M. Morin (**) ont fourni, dès l'année 1838, de précieux éléments de calcul. Tel est encore celui des roues dites *à réaction,* que M. Combes (***) a traité postérieurement, en joignant à d'ingénieuses considérations théoriques un grand nombre de résultats d'expérience.

Le second genre d'influences est celui qui résulte de la présence et du mouvement de certaines roues à axe horizontal placées dans le voisinage immé-

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* juillet 1838.

(**) *Leçons de Mécanique pratique,* tome II; Paris, 1846.

(***) *Recherches théoriques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux;* Paris, 1843.

diat des orifices qui les alimentent : telles sont les roues à palettes dites *de côté*, emboîtées dans un coursier circulaire, et les roues à aubes courbes de M. Poncelet. Ici, ce n'est plus un accroissement de la dépense qui se produit, mais, au contraire, une diminution due à des modifications dans la forme de la veine liquide et à l'obstacle qu'elle rencontre dans son mouvement, effets auxquels la force centrifuge n'est pas toujours étrangère. Depuis longtemps je désirais effectuer à ce sujet des recherches expérimentales, lorsque les moyens d'exécution nécessaires m'ont été accordés en 1845; aussi, dès cette année, j'ai obtenu, au sujet des roues à aubes courbes, des résultats qui seront rapportés plus loin, et commencé, sur les roues à palettes alimentées par un déversoir, des expériences qui, continuées l'année suivante, vont nous occuper actuellement.

Roues de côté emboîtées dans un coursier circulaire.

2. Il est d'abord essentiel de remarquer que, souvent, l'extrémité des palettes passe, dans leur mouvement de rotation, à des distances de $0^m,25$ et plus, du seuil du déversoir : dans ce cas, la nappe liquide est déjà arrivée assez loin de son origine lorsqu'elle atteint la roue, pour qu'il ne résulte de cette rencontre qu'une altération insignifiante dans sa courbure, si, comme cela a lieu généralement, la vitesse des palettes n'est point très-petite. Mais il en est tout autrement lorsque la distance dont il s'agit est notablement plus faible, ce qui arrive dans le cas assez fréquent où le barrage fixe appelé par les constructeurs *col de cygne* ou fausse vanne, est en fonte ainsi que la vanne du déversoir, surtout si, à cette circonstance, se joint une faible inclinaison du vannage par rapport à la verticale. En supposant à la fausse vanne métallique une épaisseur de $0^m,027$, à la vanne celle de $0^m,020$, et un jeu de $0^m,005$ dans le coursier, on voit que la distance des palettes au seuil du déversoir peut se trouver réduite à $0^m,052$: dans nos expériences, elle était de $0^m,053$; c'est une limite inférieure. Ainsi, en définitive, les résultats de ces expériences expriment *le maximum d'influence* des roues dont il s'agit sur les déversoirs qui les alimentent. Le minimum de cette influence est négligeable au point de vue pratique, et il aurait été utile de considérer un cas intermédiaire; mais nous avons dû nous borner aux recherches qui vont être exposées. Les résultats obtenus sont d'ailleurs de nature à exciter l'attention des constructeurs:

c'était le but principal de ces recherches, et nous espérons encore que quelqu'un profitera de l'établissement de roues neuves, pour exécuter des jaugeages comparatifs du déversoir avant et après la pose.

3. *Description des appareils d'expérimentation.* — Vers l'extrémité d'aval du canal d'expériences, on a établi le barrage *abc* (*fig.* 35) de $0^m,465$ de hauteur verticale, en madriers de $0^m,048$ d'épaisseur, incliné à 3 de hauteur sur 1 de base, et qui a été déjà décrit (livre II, deuxième section, n° 25). Au-dessous du seuil *ab*, arrondi vers l'aval en quart de cercle, on a solidement fixé une feuille de tôle *bod* supportée par trois courbes en chêne, de manière à former un dispositif à coursier circulaire avec ressaut au-dessus du canal de fuite (*). La roue à palettes planes, de $1^m,360$ de diamètre, a été placée dans ce coursier qui l'emboîtait concurremment avec les parois verticales du canal, en lui laissant un jeu de $0^m,005$. La longueur des palettes, dans le sens du rayon, était de $0^m,310$, ainsi que leur écartement à la circonférence extérieure; les fonçures laissaient un intervalle suffisant pour le dégagement de l'air, et le centre de la roue se trouvait à $0^m,270$ au-dessus du seuil du déversoir; de sorte que les parties de l'appareil pouvant influer sur les résultats cherchés reproduisaient les circonstances de l'emploi de ces roues hydrauliques dans les usines. Pour faire varier la vitesse de la machine sous une même charge, on avait adapté à son arbre un frein en chêne *mn*, qu'un manœuvre arrosait d'eau pendant les expériences.

Pour relever exactement les charges H sur le seuil du déversoir pendant la marche de la roue, j'ai utilisé une des propriétés découvertes précédemment (livre II, première section, n° 5), en introduisant dans le prolongement du plan vertical de la crête du barrage, à travers la paroi du canal, la branche horizontale d'un tube recourbé (*fig.* 15), l'extrémité de cette branche aboutissant vers le milieu de la longueur du barrage : la branche verticale du même tube s'appliquait extérieurement contre la paroi du canal, où elle était solidement maintenue. Cette partie du tube portait une douille en

(*) L'expérience, confirmant les vues judicieuses de M. Bélanger, a prouvé qu'il est avantageux de remplacer le ressaut par un radier incliné, mais on le trouve encore dans presque toutes les usines où les roues dont il s'agit sont employées; cette circonstance n'avait d'ailleurs ici aucune importance.

cuivre *d*, munie d'une vis de pression *v* et d'une pointe *s*. Lorsqu'on eut placé cette douille de telle sorte que la hauteur *dm* de la colonne liquide au-dessus de son cercle supérieur *d* indiquât la même charge qu'un tube droit TT' placé à la manière ordinaire dans le plan d'amont du barrage, on ne se contenta pas de serrer la vis de pression, mais on s'assura contre tout dérangement accidentel en mettant l'extrémité *s* de la pointe *ds* en coïncidence avec un point fortement marqué sur la paroi fixe du canal.

Afin de rendre les dispositions prises dans ces expériences semblables à celles qui ont lieu dans la pratique, j'ai fixé contre le plan d'amont du barrage deux prismes *af* (*fig.* 35) destinés à représenter les crémaillères des vannes ordinaires : ces prismes avaient, comme on l'a vu précédemment, $0^m,009$ d'épaisseur sur $0^m,018$ de largeur parallèlement au barrage; ils étaient placés chacun à $0^m,050$ de la paroi correspondante du canal.

4. *Indication des causes qui peuvent influer sur la dépense du déversoir alimentaire.* — Le fait fondamental de cette question est que, par suite de la présence et du mouvement des palettes de la roue, la nappe du déversoir est modifiée dans sa forme de telle sorte que *la chute à la surface* s'en trouve notablement diminuée, et que, par conséquent, la vitesse d'écoulement, ainsi que la dépense du barrage, subissent un déchet plus ou moins considérable, la charge totale au-dessus du seuil restant la même.

Ce résultat est dû à plusieurs causes : en premier lieu, la nappe liquide du déversoir, arrivant sur les palettes, s'y infléchit, prend une courbure concave, et remonte jusqu'à une certaine hauteur ; d'où il résulte une perte de chute, fonction de cette hauteur, perte qui augmente, pour une vitesse donnée de la roue, avec la charge génératrice d'écoulement. La force centrifuge, due au mouvement des palettes, diminue cette élévation nuisible de l'eau, mais introduit en même temps une pression contraire à l'écoulement ; en outre, il ne faut pas oublier le rétrécissement occasionné dans le débouché du courant liquide par l'épaisseur de la palette immergée, obstacle qui force une certaine portion des molécules à se dévier en dessus et en dessous, ce qui fait naître des forces centrifuges et des remous nuisibles. Cette dernière cause d'altération dans la dépense de l'orifice est importante pour les petites charges, mais très-peu pour les grandes.

Nous ne pensons pas que ces actions compliquées, et surtout la perte de chute qui résulte du changement de courbure de la nappe liquide, puissent être traitées par l'analyse avec quelque profit pour les applications usuelles. Nous passerons donc aux indications de l'expérience réunies dans un tableau placé plus loin, et sur la composition duquel nous donnerons d'abord quelques explications.

5. *Résultats d'expérience.* — Les réactions de la roue hydraulique sur le déversoir se résumant en une diminution de la chute superficielle, si le mouvement des palettes permettait de mesurer avec précision l'épaisseur de cette nappe dans le plan vertical de l'arête du seuil par rapport à laquelle on prend les charges H, on pourrait calculer encore directement la dépense par notre nouvelle formule (livre II, première section, n° **14**); mais la difficulté d'aborder le seuil du déversoir, et surtout les fluctuations que le choc des palettes imprime à la surface liquide en cet endroit, doivent faire renoncer à cette mesure directe : nous y suppléerons en déterminant les valeurs expérimentales C du facteur $\sqrt{1-k}$ de la formule; ensuite nous comparerons ces valeurs à celles μ du même facteur, correspondantes au cas où le déversoir est libre, la roue étant enlevée, et le rapport $\frac{C}{\mu}$ sera le *module de réduction* représentant l'influence des palettes.

Pour rendre cette comparaison exacte, nous remarquerons que les grands volumes d'air qui souvent isolent des barrages les nappes liquides, ne pouvaient se maintenir ici. En conséquence, les valeurs expérimentales μ du facteur $\sqrt{1-k}$ de notre formule, qui doivent être adoptées, sont celles qui résultent de la première des deux séries d'expériences comprises dans le tableau n° XLIX.

Mais il se présentait, à cet égard, une difficulté provenant de ce que, dans les expériences dont il s'agit, à partir des charges de $0^m,14$ à $0^m,15$, les nappes ne s'appliquaient plus contre le seuil du déversoir. Pour compléter cette série, nous avons eu recours à celle qui se rapporte au même déversoir avec nappes libres. En traçant, à cet effet, deux courbes ayant pour abscisses communes les charges, et pour ordonnées les valeurs du facteur $\sqrt{1-k}$, correspondant respectivement aux nappes adhérentes et aux nappes libres,

on obtient :

		m	m	m	m
Charges du déversoir		0,100	0,110	0,120	0,130
Valeurs de $\sqrt{1-k}$ qui correspondent	aux nappes adhérentes	0,504	0,514	0,523	0,528
	aux nappes libres	0,420	0,426	0,429	0,432
Rapport de ces valeurs		1,200	1,207	1,219	1,222

Quoique ce rapport ne soit pas constant, sa dernière valeur ne diffère de la précédente que de $\frac{1}{407}$; et comme, en définitive, il ne s'agissait que de prolonger la série jusqu'à la charge de $0^{m},165$, nous avons adopté le rapport 1,225 pour $H = 0^{m},140$, et 1,230 pour $H = 0^{m},165$.

Le tableau suivant contient les résultats des expériences effectuées en septembre 1846, relativement à la dépense du déversoir sous l'influence de la roue à palettes, et la comparaison de cette dépense avec celle du même déversoir débitant librement :

TABLEAU N° LXV.

Influence exercée par une roue à palettes emboîtée dans un coursier circulaire sur la dépense du déversoir qui l'alimente.

NUMÉROS d'ordre des séries.	NUMÉROS d'ordre des expériences.	CHARGE du déversoir. H	VITESSE à la circonférence extérieure de la roue. v	JAUGEAGE expérimental. J	JAUGEAGE expérimental. t	DÉPENSE expérimentale. D	VALEUR EXPÉRIMENTALE du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule des déversoirs, la roue hydraulique étant placée dans son coursier. C	VALEUR EXPÉRIMENTALE du facteur $\sqrt{1-k}$ de la nouvelle formule des déversoirs, l'écoulement étant libre. μ	MODULE de réduction de la dépense, dû à la roue hydraulique. $\frac{C}{\mu}$	COEFFICIENTS de la formule ancienne des déversoirs.
		mm	m	mm	″	lit				
I.	1	63,5	0,786	388,5	299,0	23,391	0,372	0,446	0,835	0,375
	2	62,5	0,821	376,0	240,0	24,153	0,393	0,447	0,879	0,396
	3	64,0	0,866	434,0	300,0	26,043	0,409	0,448	0,914	0,412
	4	63,5	0,922	435,0	300,0	26,103	0,415	0,446	0,931	0,418
	5	67,0	1,068	387,0	183,5	28,156	0,413	0,453	0,911*	0,416
	6	65,5	1,155	321,0	213,5	27,066	0,411	0,451	0,910	0,414
	7	65,5	1,857	414,0	300,0	24,843	0,377	0,451	0,836	0,380
II.	1	119,5	0,728	578,0	150,0	69,368	0,411	0,522	0,807	0,430
	2	120,0	1,042	592,0	150,0	71,048	0,429	0,523	0,821	0,438
	3	117,5	1,165	581,0	151,5	69,037	0,430	0,521	0,826	0,439
	4	118,5	1,473	580,5	150,0	69,668	0,429	0,522	0,821	0,438
	5	119,5	1,602	581,0	151,0	69,266	0,421	0,522	0,806	0,430
	6	121,5	1,831	789,5	210,0	67,679	0,401	0,523	0,767	0,410
	7	121,0	2,248	572,0	179,5	57,366	0,342	0,523	0,654	0,350
III.	1	138,0	0,921	723,0	150,5	86,481	0,421	0,531	0,793	0,432
	2	139,5	1,001	740,0	150,0	88,801	0,425	0,532	0,799	0,437
	3	139,5	1,086	744,5	150,5	89,053	0,426	0,532	0,801	0,438
	4	140,0	1,393	766,0	155,0	88,965	0,424	0,532	0,796	0,435
	5	139,0	1,805	690,5	150,0	83,469	0,402	0,532	0,755	0,413
	6	139,0	2,330	700,5	179,5	70,243	0,338	0,532	0,635	0,347
IV.	1	157,0	1,643	647,5	120,5	96,733	0,386	0,528	0,731	0,398
	2	157,0	2,289	676,5	150,0	81,189	0,324	0,528	0,613	0,335
V.	1	164,5	0,811	733,0	122,5	107,718	0,400	0,524	0,763	0,414
	2	163,0	1,017	726,0	121,0	108,012	0,406	0,525	0,774	0,421
	3	164,5	1,134	737,5	121,5	109,271	0,405	0,524	0,774	0,420
	4	162,5	1,244	709,5	120,0	106,438	0,402	0,525	0,766	0,416
	5	164,5	1,456	699,5	120,5	104,501	0,388	0,524	0,740	0,401

6. *Observations et conséquences.* — Dans ces expériences, la charge du déversoir a varié de $0^m,063$ à $0^m,165$, ou de 1,00 à 2,62, et la vitesse des palettes, de $0^m,730$ à $2^m,330$, c'est-à-dire de 1,00 à 3,13; elles sont donc propres à faire juger de l'influence de ces éléments sur la dépense. On en déduit les conséquences suivantes :

1°. Pour une même vitesse à la circonférence de la roue hydraulique, le déchet occasionné dans la dépense est d'autant plus considérable que la charge du déversoir est plus grande;

2°. Pour une même charge du déversoir, l'influence de la roue a sa plus faible valeur quand la vitesse des palettes est de $1^m,00$ à $1^m,20$;

3°. Dans ce cas, le module de réduction de la dépense du déversoir, qui atteint, en conséquence, son maximum, a, suivant les charges, les valeurs :

Charges du déversoir	m 0,064	m 0,120	m 0,140	m 0,165
Plus grande valeur du module de réduction de la dépense du déversoir	0,936	0,832	0,804	0,776

On conçoit facilement l'existence d'un maximum de dépense relatif à chaque charge, car la vitesse de la roue hydraulique produit deux effets inverses. Il suffit, pour s'en convaincre, de remarquer que, quand cette vitesse est très-faible, les augets se remplissent, et que l'obstacle au mouvement de la nappe s'augmente par la réaction du remous formé sur la palette immergée, absolument comme si, dans le cas d'un déversoir libre, on élevait beaucoup le fond du canal de fuite; en un mot, la nappe est d'autant plus *noyée* que le mouvement de la palette est plus lent : mais, d'un autre côté, la réaction due à la force centrifuge est plus faible. Enfin, on pourrait encore expliquer le résultat dont il s'agit indépendamment de cette dernière considération, car pour une vitesse nulle et pour une vitesse infiniment grande des palettes, il n'y aurait d'écoulement possible que celui qui se ferait par le jeu de la roue dans son coursier. Cette raison est d'ailleurs générale, et suffit pour prouver que si, dans le cas où la roue est peu rapprochée du seuil du déversoir, son influence est pratiquement négligeable, elle n'est jamais rigoureusement nulle.

La considération du remous formé sur les palettes explique également l'influence des charges; car, pour une même vitesse de ces organes, leur

intervalle sera d'autant plus rempli que la charge du déversoir sera plus considérable.

7. *Indications pratiques.* — Nous avons déjà exprimé le regret de n'avoir pu renouveler ces expériences en plaçant la roue hydraulique plus loin du seuil du déversoir; mais, si l'on observe que, dans la pratique, les vitesses à la circonférence sont généralement supérieures à 1 mètre, on pensera sans doute avec nous qu'il est prudent de compter sur un déchet de $\frac{1}{10}$ de la dépense du déversoir libre, pour des charges ordinaires de $0^m,20$ à $0^m,25$, dans les cas les plus fréquents. Enfin, si l'on veut que les palettes ne diminuent pas sensiblement le débit de l'orifice, il paraît nécessaire de disposer le vannage et son coursier de façon que l'extrémité de ces palettes passe à une distance du seuil du déversoir égale à une fois et demie environ la grandeur de la charge ordinairement employée dans l'usine pour l'alimentation du récepteur.

Nous rapporterons maintenant les résultats que nous avons obtenus au sujet des orifices rectangulaires inclinés, sans contraction latérale, et ayant leur seuil sur le fond du coursier d'une roue hydraulique du système justement célèbre (*) de M. Poncelet.

Roues verticales à aubes courbes.

8. *Appareil d'expérimentation.* — Les expériences ont été effectuées dans le mois d'octobre 1845, en employant une roue de $0^m,985$ de diamètre

(*) A une époque où tant d'autres moteurs hydrauliques ont occupé l'attention des ingénieurs, il n'est peut-être pas inutile de rappeler les faits principaux qui se rattachent à celui-ci. Les roues verticales de M. Poncelet ont été inventées en 1823; or l'usage des machines à vapeur était encore très-peu répandu sur le continent, et, à l'exception des anciennes roues à augets, on n'employait alors que les roues à palettes prises en dessous, qui laissaient perdre plus des deux tiers de la force des cours d'eau, et deux espèces de turbines antiques au moins aussi désavantageuses. M. Poncelet, en proposant la roue à aubes courbes, a doublé la majeure partie des forces industrielles disponibles à cette époque; aussi l'Académie des Sciences lui decerna-t-elle, en 1825, le prix de Mécanique. Mais le service rendu à la société par l'illustre ingénieur s'étendit plus loin, car le succès d'une modification aussi simple, apportée par un théoricien à la construction des roues à palettes, fut, pour les hommes de pratique, une preuve frappante de l'efficacité des considérations rationnelles. A ces titres, le moteur hydraulique de M. le général Poncelet doit être classé parmi ces inventions heureuses que quelques intelligences privilégiées fournissent, à certaines époques où l'activité humaine, prête à embrasser de nouveaux développements, demande des instruments nouveaux.

avec aubes en tôle de $0^m,112$ de longueur parallèlement à l'axe. L'espacement de ces aubes à la circonférence était de $0^m,130$, et leur plus courte distance en cet endroit de $0^m,046$. On avait placé sur l'arbre un frein destiné à en régler la vitesse.

Cette roue a été installée dans le canal de $0^m,680$ de largeur intérieure, faisant partie de mon premier observatoire hydraulique (*). On a barré ce canal par un panneau en bois, incliné à 2 de hauteur sur 1 de base, dans la partie inférieure et au milieu de la largeur duquel a été pratiqué l'orifice alimentaire de la roue, orifice dont la largeur en aval était $0^m,110$; on a arrondi vers l'amont les côtés ainsi que le sommet de cet orifice. Des segments verticaux en chêne emboîtaient la partie inférieure de la roue : la portion circulaire du coursier a été creusée dans le fond même du canal, de sorte qu'il n'y avait pas de ressaut; mais il n'en résultait point d'engorgement, la largeur du canal de fuite se trouvant être plus de six fois aussi grande que celle de la veine.

9. *Circonstances qui peuvent influer sur la dépense de l'orifice alimentaire.* — 1°. Lorsque l'on plonge dans une veine liquide contenue par un coursier une planche dont on présente l'épaisseur au courant, celui-ci, ne pouvant s'étendre latéralement, est obligé de se gonfler dans le sens vertical, et il en résulte une altération dans la courbure de ses filets, en même temps qu'une contre-pression sur l'orifice; ce qui indique qu'il faut éviter les aubes en bois dont l'épaisseur est toujours une assez forte partie aliquote de celle de la veine, ou tout au moins en amincir l'extrémité (**). En second lieu, l'aube recevant, dès les premiers instants de son immersion, une certaine quantité d'eau qui la suit autour de l'axe, la force centrifuge de cette masse rapidement croissante, ralentit le mouvement du courant moteur : en outre, ce courant montant sur l'aube, on voit que sa portion supérieure, pendant le temps où il est en communication avec l'orifice, s'élève au-dessus du centre

(*) *Voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, février et juillet 1846.

(**) Les aubes épaisses, dans toutes les roues hydrauliques où l'eau n'agit point principalement par son poids, ont encore cet inconvénient que la veine, se contractant sur leur tranche, s'isole de l'aube sur une portion de sa longueur, et ne commence à exercer son impulsion motrice qu'à une certaine distance de la circonférence de la roue.

de celui-ci, d'autant plus haut que ce temps est plus considérable ; de sorte que la vitesse de la roue introduit deux influences inverses. Enfin, si le canal de circulation formé par deux aubes consécutives est assez étroit pour s'engorger, une portion de la chute doit être employée à vaincre la résistance que l'inertie de la masse fluide oppose à l'accélération qui lui est nécessaire pour franchir le passage trop restreint.

10. *Résultats des expériences.* — Dans les expériences dont nous allons rapporter les résultats, l'épaisseur des aubes n'étant que de $0^m,003$, ne pouvait avoir qu'un effet négligeable. Ces expériences se divisent en deux séries : dans la première, la hauteur de l'orifice était $0^m,087$; en opérant comme il vient d'être expliqué pour les roues de côté à palettes, nous avons obtenu les résultats suivants :

Tableau N° LXVI.

CHARGE sur le centre de l'orifice.	VITESSE due à cette charge.	VITESSE DE LA ROUE à sa circonférence extérieure.	RAPPORT de ces vitesses.	MODULE de réduction de la dépense.
m	m	m		
0,527	3,217	1,675	0,52	0,888
0,521	3,198	1,790	0,56	0,875
0,521	3,198	2,205	0,69	0,864
0,527	3,217	2,370	0,74	0,844
0,357	2,647	1,540	0,58	0,862

Ces résultats montrent que, dans le cas où l'épaisseur de la veine est plus grande que la plus courte distance entre les aubes à l'entrée, bien qu'elle reste notablement inférieure à leur espacement mesuré sur la circonférence extérieure, le déchet de dépense de l'orifice alimentaire est loin d'être négligeable ; qu'il dépend, non pas précisément de la vitesse de la roue à sa circonférence, mais du rapport de cette vitesse à celle de l'eau, et que ce déchet atteint à très-peu près son minimum quand le rapport précité prend la valeur à laquelle correspond le maximum d'effet utile du récepteur, indication qui ne peut pas être sans utilité théorique. On sait d'ailleurs que la valeur dont il s'agit, en moyenne, est 0,55, la charge étant prise sur le centre de l'orifice ; or, pour cette proportion, le module de réduction serait égal à 0,881.

En considérant, de plus, que l'augmentation du rendement d'une roue à aubes courbes, due à cette correction, serait d'autant plus grande que le rapport des vitesses de la roue et de l'eau s'écarterait davantage de 0,55, on est porté à croire que les vitesses relatives des aubes de ces récepteurs peuvent varier entre des limites plus étendues qu'on ne l'avait pensé, sans que le rendement réel en reçoive une altération notable.

Dans une seconde série d'expériences, l'épaisseur de la veine étant de $0^{m},040$, c'est-à-dire inférieure à la plus courte distance entre les aubes à l'entrée, le courant liquide était constamment libre dans les aubes, et ses sections pouvaient, en conséquence, se modifier suivant la vitesse des points de ces aubes où elles se trouvaient, circonstance qui, d'après les idées exposées par M. Poncelet dans son cours à la Faculté des Sciences, devrait être partout reproduite, soit qu'on se contente d'espacer suffisamment les aubes dans les roues qui ne doivent être noyées qu'exceptionnellement, soit qu'on trace, dans l'établissement des récepteurs marchant sous l'eau, ces aubes suivant la forme naturelle du courant qui doit s'y mouvoir, afin que les canaux de circulation étant remplis, l'eau du bief inférieur n'y produise ni remous ni tourbillonnements. Les résultats que nous avons obtenus montrent que, dans le cas d'une circulation libre, les aubes minces ont très-peu d'influence sur la dépense, car le module de réduction était sensiblement constant et égal à 0,98.

II. *Confirmation des résultats de la première série d'expériences.* — Les résultats précédents concernant un appareil en petites dimensions, ce qui eût pu faire penser qu'ils ne s'appliqueraient peut-être pas aux grandes roues des usines, nous avons été heureux de trouver, dans le *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse* (nº 101, année 1847), des expériences en grand, effectuées par M. Marozeau dans un but différent, mais dont nous avons pu tirer des indications utiles, relativement au sujet qui nous occupe ici.

L'objet de ces expériences était de comparer les effets d'une turbine du système de M. Fourneyron à ceux d'une roue verticale à aubes courbes, ce qui a déterminé l'auteur à jauger directement le volume d'eau dépensé sur ces récepteurs, en profitant, pour cette opération, d'un canal en maçonnerie convenablement étanche et situé en aval.

Les données relatives à la roue à aubes courbes étaient les suivantes :

	m
Diamètre de la roue	4,400
Plus courte distance entre les aubes, à la circonférence extérieure (d'après la figure).	0,105
Largeur de l'orifice...	1,775
Charge sur le centre de l'orifice...	1,250
Levée de la vanne mesurée perpendiculairement au coursier...................	0,128
Vitesse à la circonférence extérieure de la roue............................	2,500
Vitesse de l'eau, due à la charge sur le centre de l'orifice	4,953
Inclinaison du vannage...	45°

Dans ces circonstances, la dépense effective de liquide a été trouvée égale à 771 litres par seconde, ce qui donne 0,685 pour la valeur du coefficient de la dépense théorique, tandis que, pour un vannage de même inclinaison et un écoulement libre, ce coefficient serait 0,80. Le *module de réduction* aurait donc ici la valeur 0,86, qui diffère très-peu de celles que nous avons obtenues par des expériences en petit, et dont la moyenne est 0,87. On ne saurait d'ailleurs objecter que, dans les unes et les autres de ces expériences, la réduction de la dépense pouvait provenir d'imperfections dans le tracé de la roue ou de son coursier, car M. Marozeau a trouvé, au moyen du frein dynamométrique, pour la roue à aubes courbes sur laquelle il a opéré, un rendement de 67 pour 100.

Enfin, dans la partie des *Leçons de Mécanique pratique* de M. Morin, où ce savant officier rapporte les résultats d'expériences effectuées sous sa direction à la poudrerie du Bouchet, nous trouvons (page 264) (*) le passage suivant : « ... On a remarqué que, dès qu'il y a choc et remous de l'eau » à l'entrée, ce coefficient... (0,80 pour un vannage à 45 degrés) diminue » et descend parfois à 0,70 ou 0,72.... »

§ II.

ORIFICES DU TROISIÈME GENRE.

12. *Définition.* — Les ingénieurs se sont exclusivement occupés, jusqu'ici, de deux genres d'orifices, savoir : ceux dont le contour est un polygone ou un cercle complet, et les déversoirs.

(*) Tome II; Paris, decembre 1846.

Cependant il existe un troisième genre de pertuis donnant lieu à un écoulement particulier dont l'étude n'est point sans importance au double point de vue des phénomènes physiques et des applications pratiques, c'est celui que l'on forme en établissant transversalement dans un cours d'eau des portions de barrages ou des bajoyers verticaux A, A' (*fig.* 50, *Pl. V*), qui laissent entre eux une ou plusieurs ouvertures rectangulaires, telles que *abcd*, prolongées jusque sur le fond du canal, ou jusqu'à une distance de ce fond qui soit relativement faible. Ce cas se présente notamment lorsqu'on emploie les barrages dits *à aiguilles*, sur l'établissement et la manœuvre desquels M. le capitaine du génie Rolland a fait à Metz, en 1845, d'utiles expériences (*) d'où il résulte qu'au moyen de poutrelles verticales immergées, soit par panneaux, soit isolément, et soutenues en deux points de leur hauteur par des moyens simples, on peut rapidement retenir ou mettre en mouvement de grandes masses d'eau, et augmenter les propriétés défensives des places fortes. Or il est important, dans l'emploi de ces barrages, de pouvoir déterminer la largeur d'ouverture nécessaire pour laisser écouler un certain volume liquide, afin de régler les exhaussements de niveau produits en amont.

A ce genre spécial d'écoulement se rattache aussi le calcul des volumes liquides qui peuvent traverser les écluses des manœuvres d'eau des fortifications ou les passages compris entre les piles des ponts permanents à petites arches, lorsque, dans les inondations ou dans les rivières à grande vitesse, il se produit, de l'amont à l'aval de ces piles, une chute superficielle plus ou moins considérable. Ces considérations m'ont engagé à comprendre les pertuis que je nommerai *du troisième genre*, dans le programme de mes recherches hydrauliques, et j'ai effectué, en septembre 1847, puis en août 1848, des expériences dont je regrette de n'avoir pu étendre les limites, mais dont les résultats peuvent avoir quelque utilité pratique, et ont déjà été appliqués.

13. *Disposition des expériences.* — Dans la portion d'aval du canal d'expériences (livre I), à l'endroit où ce canal présentait un bief rectangulaire de $1^{m},615$ de largeur, on a fixé verticalement, et suivant une direction perpendiculaire à sa longueur, deux panneaux égaux A et A' en planches de

(*) *Voir* les n°s 14 et 15 du *Mémorial de l'Officier du génie.*

$0^m,023$ d'épaisseur, de sorte que l'orifice *abcd* occupait le milieu du canal. Ces panneaux étaient soutenus, à leur partie inférieure, par des liteaux, et, à la partie supérieure, par une traverse fixée sur les bords du canal.

Le nivellement longitudinal des surfaces liquides a été opéré en plaçant sur des traverses en chêne, et suivant l'axe du canal, une grande règle en sapin contre laquelle on faisait cheminer une règle verticale légère, armée inférieurement d'une pointe. Les volumes liquides ont été mesurés dans le bassin de jauge en maçonnerie.

14. *Phénomènes physiques.* — A partir d'une section verticale AB (*fig.* 51), d'autant plus rapprochée du plan CD de l'orifice que la largeur de celui-ci est plus faible, la surface liquide prend une courbure A*oe* analogue à celle des nappes de déversoirs; mais au lieu de continuer à tomber, comme celles-ci, suivant une trajectoire sensiblement parabolique, elle se raidit à une faible distance de l'orifice, et présente un profil incliné *ef* presque rectiligne jusqu'au point *f* où il s'infléchit pour se raccorder avec la surface d'aval *gh*; celle-ci, après quelques ondulations, devient bientôt sensiblement parallèle au fond du canal de fuite : la masse liquide s'épanouit dans tous les sens sur ce radier, et les parties qui refluent vers l'amont viennent, en s'agitant, rencontrer le barrage.

Un autre caractère, opposé à celui des nappes de déversoirs, est que celles qui nous occupent, au lieu de s'amincir vers la partie inférieure, se gonflent, au contraire, comme le représente la *fig.* 51. Cette circonstance, ainsi que la forme du talus *ef*, est due à l'écoulement des eaux sur toute la hauteur de la chute; d'où il résulte des impulsions horizontales qui se combinent avec l'action de la pesanteur, et des volumes liquides qui se mêlent à ceux qui tombent de la partie supérieure.

Le long de la portion antérieure du jet, il se forme un bourrelet liquide dont le profil horizontal est indiqué par la *fig.* 52. Il semble donc que la surface *ef* oppose, au mouvement horizontal des filets, une résistance qui les force de se replier en arrière. A mesure que la largeur de l'orifice s'agrandit par rapport à sa hauteur, la pente superficielle commence plus loin vers l'amont, et aboutit aussi à une plus grande distance en aval; enfin, quand la largeur diffère peu de la hauteur, le profil *ef* prend une courbure concave

qui s'allonge quelquefois jusqu'à l'orifice, et le bourrelet antérieur s'efface. Cette concavité est d'ailleurs toujours précédée d'une surface convexe analogue à celle qui se produit sur les déversoirs.

Lorsque de semblables jets liquides font invasion dans un bief inférieur relativement très-large, et dont le niveau est maintenu au-dessus de leur partie inférieure, ils y excitent des ondes elliptiques qui se propagent en s'étendant et s'abaissant de plus en plus; les plus rapprochées du courant central sont entourées d'une zone remplie de petits tourbillons dont le mouvement gyratoire se produit d'aval en amont (*).

15. *Calcul de la dépense.* — Les orifices du troisième genre n'ont pas toujours leur seuil sur le fond même du canal : nous supposerons donc d'abord ce seuil S (*fig.* 51) relevé d'une quantité SD = BN; dans ce cas, il peut y avoir contraction sur les trois côtés de l'orifice.

Faisant abstraction de ces contractions que l'on ne peut encore introduire dans les calculs appliqués à l'Hydraulique, nous prendrons pour hauteur de la section d'écoulement la partie AN de celle de la section initiale AB, et pour section alimentaire l'aire entière de cette dernière, ou, si l'on veut, de celle qui la précède. Remarquant en outre que, dans le canal d'amont, les vitesses suivent, de la surface au fond, une loi inverse à celle que les charges d'eau introduisent dans l'orifice, et qu'il en résulte une tendance à la compensation analogue à celle que nous avons déjà signalée pour un autre cas d'écoulement (livre III), nous admettons que dans la section AN et dans celle qui la précède, les vitesses des filets diffèrent peu entre elles : enfin, nous pren-

(*) Nous ajouterons à cet aperçu des phénomènes naturels, l'observation suivante, faite par M. Rolland, sur les orifices formés par l'enlèvement de deux ou trois poutrelles verticales dans un grand barrage à aiguilles : « Lorsqu'on essayait de replacer une aiguille dans cette étroite trouée, loin qu'elle fût entraînée après avoir été glissée en avant, elle surnageait, et il fallait même exercer sur elle un effort assez énergique pour décider sa rotation (autour du point d'appui supérieur) et vaincre la résistance qu'elle éprouvait à s'enfoncer, à raison de sa faible pesanteur spécifique. Cet effort diminuait à mesure qu'en s'inclinant elle rencontrait une eau moins tranquille; mais il ne devenait nul, l'équilibre ne s'établissait entre la résistance hydrostatique et l'impulsion du courant que quand l'aiguille était parvenue à une position très-voisine de la verticale, et ne s'en éloignait plus que de 12 à 15 degrés. Dès cet instant, commençait à se faire sentir l'impulsion du courant, dont l'énergie rapidement croissante entraînait bientôt avec violence l'aiguille contre les appuis. Il fallait aussitôt l'abandonner, pour ne pas s'exposer à une violente réaction; mais on avait eu, jusque-là, toute facilité pour la diriger... ».

drons pour vitesse théorique d'écoulement celle qui est due au travail de la pesanteur sur la hauteur AN.

De ces considérations, il résulte que, en désignant par

L la largeur de la section initiale, c'est-à-dire du canal d'amont;
l celle de l'orifice;
h la hauteur AN de celui-ci;
H la hauteur totale AB de la section initiale;
Q le volume liquide dépensé par seconde;

Ce volume sera représenté par la formule

$$(1) \qquad Q = mlh\sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{lh}{LH}\right)^2}},$$

m étant un coefficient de correction nécessité surtout par l'obstacle qu'oppose au mouvement des filets inférieurs la surface efg précédemment décrite. On ne saurait, en effet, douter de la réaction qui en résulte contre l'orifice, lorsqu'on a vu, par nos observations sur les barrages-déversoirs, qu'une surface analogue peut soutenir la pression d'une colonne d'eau de $0^m,600$ de hauteur et même davantage, suivant le degré de sa courbure et la vitesse dont est animé le fluide qui la parcourt.

Lorsque le seuil de l'orifice est sur le fond du canal, $h = H$, et nous prendrons pour vitesse théorique d'écoulement celle qui est due à la chute superficielle totale z de la nappe, depuis le sommet A de la section initiale jusqu'à la surface liquide dans le bief d'aval, à l'endroit où cette surface est devenue sensiblement parallèle (*) au fond du lit. Il en résulte la formule d'écoulement :

$$(2) \qquad Q = mlh\sqrt{\frac{2gz}{1-\left(\frac{l}{L}\right)^2}}.$$

Dans le cas des seuils en saillie, lorsque ceux-ci sont moins élevés que la

(*) Il peut arriver que cette circonstance se produise seulement sur une très-faible étendue longitudinale; c'est alors dans la section où l'épaisseur du courant d'aval est la plus petite.

surface inférieure de la nappe, la formule qu'il convient d'adopter est

$$Q = mlh\sqrt{\frac{2gz}{1-\left(\frac{lh}{LH}\right)^2}}. \qquad (2\ bis)$$

Enfin, si le bief d'aval présentait une assez grande section pour que la vitesse de translation longitudinale y fût relativement très-petite, et si en même temps le niveau général en était maintenu au-dessus de la partie inférieure de la nappe, il faudrait prendre pour z, dans cette dernière formule, la distance verticale de ce niveau général à celui d'amont, car alors l'excès de force vive du jet liquide serait presque entièrement consommé par les remous et les tourbillonnements qu'il engendrerait.

16. *Résultats d'expérience*. — Les expériences que nous allons rapporter sont relatives au cas où la largeur de l'orifice est faible par rapport à celle du bief alimentaire; elles se divisent en deux séries, dont la première, qui nous occupera d'abord, concerne les orifices dont le seuil n'est point sur le fond du canal.

J'ai cherché à établir entre l'exhaussement SD (*fig*. 51) du seuil et la hauteur de l'orifice, à peu près le même rapport que j'avais remarqué dans quelques cas d'application, et entre autres dans l'établissement des barrages mobiles à aiguilles, où l'extrémité inférieure des poutrelles verticales est retenue contre la poussée de l'eau par un seuil ou heurtoir très-peu saillant : en conséquence, j'ai adopté, pour l'exhaussement SD, la valeur $0^m,040$. Les résultats d'expérience et de calcul relatifs à ce cas composent le tableau suivant, où toutes les dimensions sont exprimées en millimètres. La largeur L du bief alimentaire était de $1^m,615$.

Dans ce tableau, j'ai compris les valeurs de la chute totale z, c'est-à-dire de la différence de niveau entre les biefs d'amont et d'aval, qui est une donnée importante pour les applications pratiques.

TABLEAU N° LXVII.

NUMÉROS d'ordre.	LARGEUR de l'orifice. l	RAPPORT des largeurs. $\frac{l}{L}$	HAUTEUR de la section initiale. H	HAUTEUR de l'orifice. h	CHUTE totale. z	ÉLÉMENTS du jaugeage expérimental. J		DÉPENSE expéri-mentale.	VALEUR de $lh\sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{lh}{LH}\right)^2}}$	COEFFICIENT numérique m
						J	t			
1	65,3	0,0404	296,0	256,0	285,0	503,5	601,0	15,082	37,49	0,4023
2	65,4	0,0405	303,0	263,0	292,0	419,5	480,0	15,733	39,09	0,4025
3	66,5	0,0412	426,2	386,2	413,3	671,0	420,0	28,760	70,73	0,4066
4	66,5	0,0412	433,0	393,0	420,0	688,5	421,0	29,440	72,61	0,4055
5	67,9	0,0420	480,5	440,5	467,0	597,0	300,0	35,824	87,99	0,4071
6	68,7	0,0425	565,5	525,5	551,5	791,0	300,0	47,465	115,99	0,4092
7	69,8	0,0432	632,5	592,5	614,0	966,0	300,0	57,966	141,13	0,4107

Observations et conséquences. — La largeur L du réservoir alimentaire étant de vingt-trois à vingt-cinq fois celle de l'orifice, on peut être certain que la contraction latérale était pratiquement complète, et que la faible variation de la largeur l de l'orifice, due au gonflement progressif du bois, n'a pu exercer aucune influence sur les valeurs du coefficient numérique m. Cela posé, on voit que ce coefficient augmente, mais faiblement, avec la hauteur h de l'orifice. Le lieu géométrique des points dont les coordonnées sont h et m, est une ligne droite ayant pour équation

$$(3) \qquad m = 0{,}396 + 0{,}0252\,h,$$

h étant exprimée en mètres. Nous ne saurions affirmer que cette fonction soit générale, mais comme elle correspond à des expériences dans lesquelles h a varié de plus de 1 à 2, et que les accroissements de m sont très-faibles, on peut l'appliquer à des hauteurs d'orifices qui s'écartent notablement de celles auxquelles les circonstances locales nous ont forcé de nous restreindre.

En outre, la formule (3) peut être regardée comme applicable, dès que le rapport $\frac{L}{l}$ est supérieur à six : c'est au moins ce que tend à prouver une expérience faite en même temps que les précédentes, et dans laquelle nous avions $l = 0^m,240$, $\frac{l}{L} = \frac{1}{6,7}$, $h = 0^m,405$; car le coefficient de la formule (1)

résultant du jaugeage direct de la dépense (*) est 0,408, valeur qui s'accorde, à moins de $\frac{1}{200}$ près, avec celle que l'on tirerait de la relation (3).

17. *Deuxième série.* — Nous passerons maintenant au cas où l'orifice occupe toute la profondeur du canal; la largeur L du bief alimentaire est la même que précédemment :

TABLEAU N° LXVIII.

NUMÉROS d'ordre.	LARGEUR de l'orifice. l	RAPPORT des largeurs. $\frac{l}{L}$	HAUTEUR de la section initiale ou de l'orifice. h	CHUTE totale. z	ÉLÉMENTS du jaugeage experimental. J	t	DÉPENSE experimentale.	VALEUR de $h\sqrt{\frac{2gz}{1-\left(\frac{l}{L}\right)^2}}$	COEFFICIENT numérique. m
1	71,2	0,044	283	274,0	722,5	660,0″	19,707	46,652	0,4224
2	71.6	0,044	378	366,5	824,5	480,0	30,922	72,790	0,4248
3	72,8	0,045	448	436,5	1093,0	483,0	40,737	95,485	0,4266
4	72,6	0,045	451	441,0	843,0	370,0	41,015	96,302	0,4259
5	69,5	0,043	639	620,0	954,0	258,0	66,566	155,035	0,4293

Observations et conséquences. — Dans cette série, la largeur l de l'orifice et le rapport $\frac{l}{L}$ étaient à très-peu près les mêmes que dans la précédente; les résultats sont donc parfaitement comparables. Or, en traçant le lieu géométrique des points dont les coordonnées sont h et m, on reconnaît qu'il est, comme le précédent, sensiblement rectiligne, et peut être représenté par l'équation

$$(4) \qquad m = 0,414 + 0,0252\,h.$$

Ainsi la suppression du seuil a fait augmenter d'une quantité constante les coefficients de la dépense théorique.

18. *Comparaison des résultats précédents avec ceux qui concernent les déversoirs.* — M. Lesbros a effectué une série d'expériences sur un déversoir de $0^m,02$ de largeur, avec contraction complète sur les trois côtés, dans laquelle il a fait croître les charges, c'est-à-dire les hauteurs d'orifice, jusqu'à $0^m,60$. Les résultats de cette série seraient donc comparables avec ceux que

(*) $J = 1^m,034$; $t = 165''$; dépense, $112^{lit},81$.

nous avons obtenus pour les orifices du troisième genre, si les jets liquides n'avaient été complétement libres dans l'atmosphère au sortir du déversoir de M. Lesbros, circonstance qui ne se rencontre point dans la pratique. On peut en dire autant de la série d'expériences exécutées par le même ingénieur sur un déversoir de $0^m,60$ de largeur, avec contraction incomplète sur les côtés verticaux, et dans laquelle la hauteur h de l'orifice a été portée jusqu'à $0^m,45$. L'influence des phénomènes résultant de la chute libre des nappes dans l'atmosphère se manifeste d'ailleurs très-clairement ici, car les coefficients obtenus par M. Lesbros varient en sens inverse des nôtres, résultat qu'on ne saurait attribuer à la quantité $1 - \left(\frac{lh}{\text{LH}}\right)^2$ qui entre dans notre formule, l'introduction de ce terme tendant plutôt à produire l'effet contraire.

Les nombreuses et utiles expériences que le même ingénieur a faites sur le cas des déversoirs versant l'eau dans un coursier horizontal, et notamment celles de ces expériences dans lesquelles le fond du réservoir d'amont avait été élevé jusqu'au niveau du seuil de l'orifice, se rapprocheraient beaucoup plus des circonstances que nous venons d'exposer, si le coursier d'aval avait été plus large, et surtout si la hauteur h de l'orifice n'avait été limitée à la valeur $0^m,20$ de sa largeur.

Dans une autre partie de ses recherches expérimentales, M. Lesbros, ayant pour but de déterminer les coefficients de la dépense théorique des orifices qu'il a employés, pour le cas où ils seraient alimentés par un canal de même largeur ou à peu près, avait établi à l'intérieur du réservoir d'alimentation un coursier horizontal de $1^m,95$ de long et $0^m,24$ de large, dont le fond était élevé de $0^m,540$ au-dessus de celui de ce réservoir. Or l'entrée de ce coursier présentait un pertuis rectangulaire à ciel ouvert avec contraction complète sur les trois côtés, qui eût constitué un véritable orifice du troisième genre si l'élévation de son seuil avait été nulle ou relativement faible. Une autre circonstance particulière de cet écoulement était la diminution très-considérable des chutes superficielles provenant de ce que le canal était barré en aval par les orifices mis en expérience. Cependant les hauteurs d'eau dans ces pertuis d'un genre mixte s'étant élevées jusqu'à $1^m,66$, les résultats obtenus par M. Lesbros offrent beaucoup d'intérêt, et nous allons les examiner.

Par suite de la très-petite valeur du rapport $\frac{lh}{LH}$, les formules (2) et (2 *bis*) se réduisent ici à

$$(b) \qquad Q = mlh\sqrt{2gz}.$$

C'est aussi la formule que M. Lesbros emploie avec d'autres notations, et j'ai été heureux de trouver dans l'ouvrage important (*) de cet ingénieur, publié vers la fin de l'année 1851, cette application implicite de la notion des chutes superficielles que j'avais adoptée dans mes travaux antérieurs, mais que M. Lesbros ne paraît admettre que pour ce cas. Dubuat avait déjà posé le même principe pour le cas d'écoulement qu'il désigne sous la dénomination de *demi-réversoir*, et au sujet duquel il a fait une seule expérience (**) sous la charge h de $0^m,16$: mais, dans cette expérience, le bief d'aval était un bassin ou caisse rectangulaire dont l'eau s'échappait par la partie inférieure, de sorte que Dubuat a pris pour valeur de z la chute mesurée jusqu'à la surface horizontale dans ce bassin, et augmentée de la hauteur due à la vitesse moyenne dans le canal d'amont qui alimentait le barrage-déversoir noyé, auquel cet illustre ingénieur appliquait la dénomination précitée. M. Lesbros critique cette évaluation de la vitesse théorique d'écoulement, et mesure la chute superficielle depuis le niveau horizontal dans son grand réservoir alimentaire jusqu'à... « la rencontre de la nappe supérieure » de la veine fluide qui sort de l'orifice, avec la surface du liquide contenu » dans le bassin inférieur.... » Or, dans le cas d'un bassin proprement dit, comme celui de Dubuat, c'est la première règle qui nous paraît la plus rationnelle, en conséquence des phénomènes que nous avons observés; mais lorsque l'orifice verse dans un canal de même largeur, celle de M. Lesbros est évidemment préférable, puisque c'est dans la section d'aval définie par cet ingénieur que le parallélisme des filets liquides s'établit passagèrement (22, livre III).

Dans les expériences de M. Lesbros, la chute superficielle z ne s'est pas élevée au delà de $0^m,068$, et n'a suivi aucun ordre de variation déterminé par rapport aux charges ou hauteurs d'écoulement h, ce qui provient de l'obstacle

(*) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau..., etc.*; page 250.

(**) *Principes d'hydraulique*, tome II.

variable créé par les orifices d'aval; on ne peut donc ordonner les coefficients de la formule (b) ni par rapport aux chutes, ni par rapport aux charges. M. Lesbros, ayant construit une courbe dont les coordonnées étaient les valeurs de ces coefficients et celles du rapport $\frac{z}{h}$, en a déduit une Table dans laquelle on peut remarquer que, ce rapport augmentant d'une manière continue, les coefficients dont il s'agit croissent d'abord et atteignent un maximum lorsque $\frac{z}{h} = 0,008$: ils passent d'ailleurs par les valeurs suivantes, que nous extrayons de la Table de M. Lesbros :

$\frac{z}{h}=$ 0,004	0,006	0,008	0,01	0,03	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50;
$m=$ 0,430	0,556	0,605	0,596	0,546	0,522	0,516	0,507	0,497	0,487	0,474.

19. *Observations relatives aux applications pratiques.* — Les orifices du troisième genre, avec contraction complète sur les côtés verticaux, sont ceux qui se présentent dans les barrages à aiguilles, mais les largeurs absolues de ces orifices sont généralement plus grandes que celles sur lesquelles nous avons opéré : or cette circonstance ne doit point paraître un obstacle à l'application des résultats précédents, car, pour $l = 240$ millimètres, nous avons obtenu, toutes choses étant égales d'ailleurs, le même coefficient que pour $l = 65$ millimètres; on sait, en outre, qu'il résulte des expériences de MM. Lesbros et Castel que, pour les déversoirs avec contraction latérale complète, la largeur absolue des orifices n'influe pas sensiblement sur la valeur des coefficients, et aucune circonstance dans les phénomènes particuliers aux orifices du troisième genre ne paraît s'opposer à ce que ce résultat leur soit appliqué. Quant à l'épaisseur des parois, il suffit que la veine s'en détache pour qu'elle n'ait point d'influence sensible, et, par conséquent, les formules (1), (2), (2 *bis*), (3) et (4) paraissent, avec une très-grande probabilité, suffisantes pour les calculs approximatifs relatifs à l'usage des barrages mobiles précités.

Quant aux pertuis formés par les piles en maçonnerie des ponts et des écluses, il y a deux circonstances essentielles à considérer, savoir : la forme arrondie des éperons, qui diminue ou annule les contractions latérales, et la résistance des parois formées par la longueur des piles; or ces deux circon-

stances ayant des effets inverses, il est très-probable que leur résultat final est de faible valeur. C'est ce qui paraît d'ailleurs résulter d'une application que nous avons faite, en 1850, à l'écluse n° 120 de la place de Metz.

20. *Lois empiriques de la variation des chutes superficielles.* — La détermination des chutes superficielles qui se produisent d'amont à l'aval des passages rétrécis dans les cours d'eau se rattache à la question générale des remous, dont l'importance est attestée par de nombreuses recherches théoriques dues aux ingénieurs les plus distingués de notre siècle. Assurément, si la géométrie et le petit nombre de données d'observation que l'on possède pouvaient suffire dans de semblables matières, ces travaux eussent conduit à des solutions générales exactes; mais, plus on considère les phénomènes naturels, plus on est disposé à penser que les bases physiques essentielles sont encore trop peu connues. Il faudrait expérimenter d'abord sur des cas très-simples, relever, par des procédés rigoureux, les profils longitudinaux et transversaux des chutes; observer la loi de distribution des vitesses dans les sections du rétrécissement, ainsi qu'en amont et en aval; obtenir les vitesses moyennes par des jaugeages directs..., etc. On comprendra facilement que ce genre de recherches ne s'accordait pas avec le temps et les moyens dont nous pouvions disposer. Il en a été de même pour d'autres faits qui ont passé devant nos yeux sans que nous pussions nous y arrêter, quoique la plupart nous parussent ouvrir de nouveaux champs d'observation. Nous nous bornerons donc, en ce qui concerne les chutes superficielles, à rapporter les résultats approximatifs que nous avons recueillis rapidement, et à les lier, pour chaque cas, par des relations empiriques qui puissent, en attendant des formules complètes, présenter quelque utilité pratique.

En traçant, d'après les résultats de nos observations, les lieux géométriques des points dont les coordonnées sont h et z, l'une de ces lignes correspondant au cas où le seuil de l'orifice est faiblement élevé au-dessus du fond du canal, et l'autre au cas où il est sur ce fond même, on remarquera que les ordonnées de la première sont plus grandes que les autres d'une quantité sensiblement constante et égale à l'exhaussement du seuil : ainsi cet exhaussement paraît avoir eu pour effet de relever d'autant le niveau d'amont.

En considérant les résultats relatifs aux orifices prolongés jusque sur le

fond du canal, on trouve que le rapport $\frac{z}{h}$ est sensiblement constant et égal à 0,97 ; de sorte que, pour un seuil élevé d'une hauteur s relativement petite, on aurait, d'après l'observation précédente, la relation approximative

$$z = 0,97h + s.$$

Mais il est important de remarquer que le coefficient 0,97 est applicable dans le cas seulement où la largeur L du canal est très-grande par rapport à celle de l'orifice, et où le bief d'aval ne présente aucune cause de gonflement d'eau telle qu'un rétrécissement de section ou l'élévation du niveau d'un réservoir ou d'un courant avec lequel ce bief communiquerait.

Enfin nous ne saurions affirmer que, pour des valeurs de h beaucoup plus grandes que $0^m,70$, ce rapport ne diminuerait point.

Pour $h = 0$, la formule précédente donne $z = s$, ce qui n'implique point contradiction, car alors la surface d'amont se tient au niveau du seuil, et l'épaisseur d'eau sur le radier d'aval est nulle.

Lorsque le rapport $\frac{l}{L}$ augmente au delà d'une certaine valeur qui paraît être d'environ $\frac{4}{10}$, les autres conditions de l'écoulement restant les mêmes, la chute superficielle diminue, comme on le verra dans le tableau suivant relatif au cas où le seuil de l'orifice était exhaussé de 40 millimètres. On peut se rendre compte de ce résultat, en remarquant que la vitesse dans le canal d'amont s'accroît en même temps que la largeur relative du pertuis, et qu'il faut, par conséquent, dans celui-ci, une chute superficielle moins grande pour engendrer les vitesses d'écoulement des molécules liquides.

TABLEAU N° LXIX.

LARGEUR de l'orifice l	RAPPORT des largeurs $\frac{l}{L}$	HAUTEUR de l'orifice. h	CHUTE DE L'AMONT A L'AVAL observée.	qui aurait lieu dans le cas où $\frac{l}{L}$ n'excède pas 0,1.	DIFFÉRENCES.
240	0,15	405	421	433	12
401	0,25	308	322	339	17
518	0,32	260	271	292	21
609	0,38	232	240	264	24

Chutes qui se produisent de l'amont à l'aval des passages d'écluses. — A l'occasion d'une question litigieuse d'hydraulique, la Direction du Génie de la place de Metz a fait mesurer, à des époques différentes, les chutes qui se produisaient de l'amont à l'aval de l'écluse n° 120, traversée par les eaux de la Seille à leur entrée dans la ville, et dont le radier est au niveau du fond du fossé où elle se trouve. Les quatre passages de l'écluse offrent un débouché total de $13^m,53$ de largeur, et celle du fossé au même endroit est de $22^m,00$; de sorte que l'on avait ici $\frac{l}{L} = 0,62$.

Les piles en maçonnerie qui forment ces pertuis ont environ 8 mètres de longueur, et sont terminées, à leurs extrémités, par des prismes triangulaires verticaux, arrondis au saillant. En outre, cette écluse débouche dans un fossé dont la direction est transversale à celle du précédent, et dont l'étendue est assez considérable pour qu'on puisse le regarder comme un vaste réservoir à niveau horizontal. Enfin, à 3 ou 400 mètres en aval, les eaux qui en provenaient traversaient une autre écluse dont le radier est élevé de $1^m,65$ au-dessus du premier.

Voici les résultats des mesures précitées :

$$h = 1^m,94 \quad 2^m,33 \quad 2^m,95 \quad 3^m,41 \quad 3^m,47 \quad 3^m,50 \quad 3^m,70 \quad 4^m,71 \quad 4^m,78 \quad 4^m,87 \quad 5^m,55;$$
$$z = 0,040 \quad 0,090 \quad 0,130 \quad 0,140 \quad 0,160 \quad 0,170 \quad 0,190 \quad 0,310 \quad 0,280 \quad 0,290 \quad 0,400.$$

Pour corriger quelques anomalies inévitables dans ce genre d'observations exécutées par des employés différents, nous avons tracé une courbe

ayant pour coordonnées rectangulaires h et z, et sur laquelle nous avons pris les résultats suivants :

$h =$ 2,00 m	2,50 m	3,00 m	3,50 m	4,00 m	4,50 m	5,00 m	5,50 m	6,00 m;
$z =$ 0,053	0,082	0,118	0,160	0,208	0,262	0,322	0,392	0,465.

En construisant le lieu géométrique des points dont les coordonnées sont h et $\frac{z}{h}$, nous avons obtenu une ligne droite, d'où nous avons conclu la relation

$$z = 0{,}00075h + 0{,}0128h^2.$$

L'étendue des limites entre lesquelles ont été faites les observations permet d'admettre comme générale, pour le genre de pertuis qui nous occupe, la fonction

$$z = Ah + Bh^2;$$

de sorte que si l'on avait à considérer les conditions d'écoulement à travers une écluse différant de celle-ci par quelque circonstance essentielle, telle, par exemple, que le rapport de la somme des largeurs des passages ouverts à la largeur entière du canal, et surtout la tenue des eaux en aval, on pourrait, au moyen de deux ou trois observations, déterminer les coefficients A et B, puis prévoir à l'avance toutes les différences de niveau correspondantes à une échelle de hauteur. Enfin, s'il s'agissait de passer du cas d'une écluse ayant son radier sur le fond du canal, à celui d'une écluse semblable avec seuil exhaussé d'une hauteur s, on pourrait employer, avec un certain degré d'approximation, la relation

$$z = Ah + Bh^2 + s.$$

Les résultats d'observation, d'expérience et de calcul contenus dans ce chapitre, quelque incomplets qu'ils soient, suffisent déjà pour conduire à des aperçus approximatifs sur les solutions d'un certain nombre de problèmes relatifs au mouvement des eaux, particulièrement dans le système hydraulique des fortifications.

LIVRE CINQUIÈME.

DESCRIPTION, PROPRIÉTÉS ET TARE DES INSTRUMENTS HYDROMÉTRIQUES.

§ I.

APERÇU HISTORIQUE.

1. *Notions générales.* — Il a été fait, sur les mouvements de l'eau dans les canaux et le lit des rivières, plusieurs théories importantes et très-belles, au point de vue des sciences mathématiques; mais, en observant les phénomènes variés que présentent ces mouvements, et dont le plus humble ruisseau est rempli comme un trésor, on aperçoit bientôt que les bases physiques du calcul sont encore à trouver, et que c'est seulement d'expériences précises suivies avec une longue persévérance, qu'il faut attendre ces notions véritablement fondamentales que féconde l'admirable puissance de l'analyse, lorsqu'elle a été appropriée à l'ordre des phénomènes qu'elle embrasse, de telle façon que les méthodes de calcul qu'on y emploie représentent, en quelque sorte, les procédés de la nature.

Les premières observations sur les eaux courantes doivent remonter à une époque fort ancienne, à laquelle on ne saurait d'ailleurs assigner aucune date précise. Il est permis, en effet, de penser que les grands physiciens de l'antiquité, que les illustres capitaines qui ont exécuté tant de passages de rivières, que les ingénieurs qui ont établi des constructions si vastes et si durables, possédaient au moins quelques notions simples d'Hydraulique pratique, dont les œuvres écrites ne nous ont point transmis la tradition; mais on ne commence à trouver une doctrine sur les cours d'eau que dans les livres du XVIIe siècle. Les notions qu'ils contiennent sont d'ailleurs pleines d'incertitudes et de contradictions: on voit que l'humanité sort à peine de cette longue période de discussions obscures où, malgré quelques protestations éloquentes,

les opinions prenaient partout la place des faits. Les disciples de Galilée n'ont point encore son esprit : les uns, suivant les raisonnements de Castelli (*), admettent que, dans chaque section transversale, les vitesses des molécules sont proportionnelles à leur hauteur au-dessous du niveau supérieur ; les autres, d'après Guglielmini (**), qu'elles suivent, pour parler le langage du temps, *la raison sous-double* de cette hauteur. Tous négligent la résistance due aux parois, et arrivent à cette conclusion, que la plus grande vitesse est à la partie inférieure du courant. En vain notre célèbre Papin leur envoie, du fond de l'Allemagne, cette parole digne de son génie... : « On ne » doit pas *philosopher de la même manière des corps fluides que Galilée a* » *fait des corps solides* (***). » Guglielmini le réfute; mais, plus tard, l'observation des faits le ramène à des vues plus rapprochées de la réalité (****).

Cependant, plus d'un siècle auparavant, un grand artiste, Léonard de Vinci, avait ouvert la voie des recherches expérimentales en indiquant l'usage du flotteur double, dont l'idée est attribuée à Mariotte par les auteurs modernes (*****). Ce physicien, qui sans doute ne connaissait pas les travaux de Léonard de Vinci, a, en effet, proposé un appareil composé de deux petites boules de cire liées aux deux extrémités d'un fil ; l'une de ces boules flottait à la surface, l'autre, convenablement lestée, se mouvait à une certaine profondeur : l'inclinaison du fil tendu indiquait la différence des vitesses du courant.

L'académicien Pitot a, le premier, énoncé un principe précis relative-

(*) *Della misura dell' acque correnti*; 1628.

(**) *Aquarum fluentium mensura nova*; 1690.

(***) *Actes de Leipsick*; 1691.

(****) *Della natura dei fiumi*; 1697. Dans ce dernier ouvrage, Guglielmini fait enfin entrer en consideration la résistance due aux parois du lit, mais il admet encore que la vitesse des molecules inferieures est augmentee par la pression des molécules supérieures jusqu'à la surface.

(*****) L'idee de Leonard de Vinci se trouve quelquefois realisée naturellement dans les rivières par des debris de végetaux dont la partie inferieure a une densité un peu plus grande que celle de l'eau ; ces corps, en cheminant, s'inclinent sur la verticale, tantôt d'amont en aval, tantôt en sens contraire. Dans les courants irréguliers ou en aval des ponts, on les voit parfois indiquer le maximum de vitesse en dessous de la surface, puis, un peu plus loin, à la surface; il arrive même que ces alternatives se reproduisent périodiquement.

ment à la résistance des parois des conduites de fluide, savoir, que les effets de cette résistance sont inverses au diamètre de la section intérieure; plus tard, il a proposé l'instrument qui porte son nom, en indiquant les applications qu'on en pourrait faire, et entre autres la mesure du sillage des vaisseaux (*).

Couplet (**) a fait, sur des tuyaux de conduite d'un très-grand développement, plusieurs observations qui eussent fourni des résultats précieux sans les causes d'anomalies que le système de ces conduites renfermait.

Bossut a cherché, par des expériences exécutées sur un coursier en bois de 5 pouces de large et 105 pieds de long, une relation entre la pente et la vitesse, mais sa méthode d'observation était basée sur une hypothèse arbitraire. Les recherches du même auteur sur le mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite sont beaucoup plus concluantes : il en ressort une conséquence importante qui peut être regardée comme un des éléments des lois pratiques découvertes plus tard, savoir, qu'il y a, pour une vitesse initiale donnée, une pente suivant laquelle la force accélératrice de la pesanteur fait équilibre à la force retardatrice due à la résistance des parois. Bossut paraît, de plus, être le premier auteur qui ait fait ressortir l'influence des coudes des conduites (***).

A la même époque, Michelotti faisait, à Turin, des expériences sur le mouvement de l'eau dans un canal rectangulaire en maçonnerie. Il obtenait le volume débité dans l'unité de temps au moyen d'un bassin de jauge solidement construit, et déterminait la vitesse moyenne en divisant ce volume par la section d'eau dans le canal (****) : malheureusement, la non-uniformité de pente et les changements de direction de ce canal, étaient autant de causes perturbatrices qui excluent toute généralisation des résultats obtenus.

Chézy a donné, vers l'année 1775, la première formule du mouvement

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences;* 1728 et 1732.

(**) *Mémoires de l'Académie des Sciences;* 1732.

(***) *Traité élémentaire d'Hydrodynamique;* 1775. Les experiences de Bossut ont ete effectuees pendant les années de 1764 à 1766.

(****) *Sperimenti hydraulici;* 1767.

dans les canaux, basée sur l'hypothèse que la résistance des parois est proportionnelle au carré de la vitesse (*).

Dubuat, dans ses recherches expérimentales entreprises à Valenciennes, en 1780, et continuées pendant plusieurs années, a su éviter les imperfections que présentent celles de ses prédécesseurs. Prenant pour base le principe général de l'équilibre des forces dans le mouvement uniforme, et ce principe particulier que la seule force motrice des courants liquides est alors leur chute superficielle, il s'est appliqué, aidé par M. Dobenheim et surtout par M. Bénézech, calculateur savant et habile, à obtenir l'uniformité du régime, soit dans des tuyaux, soit dans un canal découvert. Il a exprimé ensuite la résistance des parois par une fonction du carré de la vitesse moyenne obtenue au moyen d'un jaugeage exact du débit de la conduite, et a reconnu que les effets de cette résistance augmentent avec le périmètre mouillé, en même temps qu'ils diminuent avec l'aire de la section transversale du courant. De ces expériences, et de l'observation des oscillations d'une colonne d'eau dans des siphons, il a conclu, en outre, que la résistance des parois est proportionnelle à leur longueur et indépendante de la pression.

En ne considérant, dans les œuvres de Dubuat, que la partie qui se rapporte directement au sujet qui nous occupe, on lui doit encore l'observation des vitesses de fond dans les canaux, leur comparaison avec la vitesse à la surface et avec la vitesse moyenne; enfin, d'ingénieuses observations relatives à l'action de l'eau sur le lit des canaux et des rivières, et des aperçus utiles sur plusieurs des questions auxquelles donne lieu le mouvement des cours d'eau (**). On peut dire de cet esprit judicieux et élevé, qu'il a fondé l'hydraulique des ingénieurs.

Coulomb (***) a donné la formule empirique dont on s'est servi jusqu'à ces derniers temps pour tenir compte de la résistance que les parois des canaux et des tuyaux de conduite opposent au mouvement des fluides. Prony a

(*) *Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes*, par Prony.

(**) *Principes d'Hydraulique*; 1786. Avant d'entreprendre ses recherches expérimentales, le colonel Dubuat avait publié, en 1779, sous le même titre, la partie rationnelle de cet ouvrage.

(***) Mémoire sur des expériences destinées à déterminer la cohérence des fluides et les lois de leur résistance, dans les mouvements très-lents. (*Mémoires de l'Institut*, Sciences mathématiques et physiques, tome III; 1798.)

déterminé les coefficients numériques de cette formule pour le cas de l'eau, en appliquant aux résultats des expériences antérieures deux des méthodes de correction d'anomalies enseignées par Laplace pour la détermination de la figure de la Terre, méthodes dont il a simplifié l'emploi par des constructions graphiques.

2. *Mesure des vitesses des courants liquides.* — Dubuat n'avait observé directement que les vitesses à la surface et au fond de son canal d'expériences. Plusieurs observateurs ont cherché, depuis, la loi suivant laquelle varient celles d'un cours d'eau sur une même verticale; mais les résultats généraux de ces observations ne s'accordent pas entre eux, comme on le verra dans le livre VI. Nous allons d'abord indiquer les inventions auxquelles a donné lieu ce problème difficile qui a été, à différentes époques, l'objet des efforts d'un grand nombre d'ingénieurs distingués, efforts parfaitement justifiés par la grande importance qui s'y rattache, non-seulement sous le rapport de ses applications étendues, mais encore au point de vue du progrès des sciences physico-mathématiques.

Nous avons déjà cité le *flotteur double*, et la date de l'invention du *tube de Pitot*. Un autre instrument ancien, attribué à Castelli, est le *quadrant*, qui se compose d'une boule lestée, exposée à l'action impulsive du courant, et liée par un fil au centre d'un arc de cercle gradué. L'idée d'une *roue à ailettes*, mise en mouvement à la manière des roues hydrauliques des usines par le choc des molécules liquides, paraît également ancienne : Dubuat l'a employée concurremment avec des flotteurs pour mesurer la vitesse à la surface, en immergeant très-peu les palettes. Cet ingénieur a modifié aussi le tube de Pitot, en fermant l'extrémité de la branche horizontale par une plaque percée d'un petit trou.

M. Gauthey (*) (année 1779) et l'ingénieur allemand Brünings (**) (1789) ont pris pour base de la mesure des vitesses celle de la pression qui résulte du choc du courant contre une petite palette exposée normalement à ce choc; mais les dispositifs différents adoptés par ces deux ingénieurs ne pouvaient conduire à des évaluations exactes, et ils ont été abandonnés.

(*) *Construction des ponts.*

(**) *Traité d'Hydraulique* de M. d'Aubuisson.

Woltmann (1790) a modifié l'ancien *moulinet*, dont le premier inventeur n'est point connu, en disposant plus convenablement les ailettes par rapport à la direction du courant, et en transmettant leur mouvement de rotation rapide par des engrenages qui reçoivent ce mouvement d'une vis sans fin pratiquée au pourtour de l'arbre horizontal du moulinet, et le ralentissent de manière à faciliter l'observation du nombre de tours effectués dans un temps déterminé. Cette observation se fait à l'aide de la graduation des circonférences de deux des roues d'engrenage, qui tournent parallèlement à deux repères fixés à un arc métallique servant de support au moulinet. Les axes de ces roues sont portés par une traverse dont l'une des extrémités est articulée avec le même support, et dont l'autre est sollicitée par une corde qui, passant sur deux poulies de renvoi, vient aboutir à l'extrémité supérieure d'une longue et forte tige verticale destinée à maintenir tout l'appareil dans le courant. L'arc métallique est solidaire avec une douille portée à frottement doux par un collet mobile qui embrasse cette tige verticale et s'y fixe, à la hauteur voulue, au moyen d'une vis de pression : enfin, la partie postérieure de la douille est prolongée par un gouvernail qui oriente l'axe de rotation du moulinet parallèlement au courant. On plonge d'abord celui-ci à la profondeur où l'on veut mesurer la vitesse, après avoir interrompu la communication de mouvement entre la vis sans fin et les roues dentées portées par la traverse précitée; puis, lorsque l'on est disposé à compter le temps, on tire la corde qui sollicite cette traverse, et l'on engrène ainsi les roues jusqu'à ce que l'on veuille terminer l'expérience, en tirant la même corde en sens contraire. La *fig.* 53, *Pl. V*, représente un moulinet avec quelques perfectionnements de détail dus à M. l'ingénieur Baumgarten (*).

M. Brewster a donné la description d'une petite roue à ailettes assemblées sur un moyeu formant écrou et engagé sur une vis fixe; le mouvement de rotation imprimé par l'eau à ce moulinet le ferait marcher le long de la vis d'une quantité déterminée par un index.

Le physicien Leslie a proposé l'emploi d'un thermomètre qu'on élèverait

(*) *Voir* la Notice sur le moulinet de Woltmann (extraite des *Annales des Ponts et Chaussées*); Paris, 1848.

d'abord à une certaine température, puis qu'on ferait refroidir comparativement dans l'eau tranquille et dans le courant.

M. Laiguel, à qui l'industrie doit plusieurs inventions utiles, a construit un moulinet basé sur une idée analogue à celle de M. Brewster, avec cette différence, que le système des ailettes, composé simplement de deux surfaces gauches, est fixé sur l'extrémité antérieure de la vis, qui tourne avec lui : le curseur est un petit écrou embrassant cette vis, et s'appuyant sur une règle graduée.

Enfin, M. de Saint-Venant, dans un Mémoire inédit sur les fluides, a proposé l'emploi d'une sorte de balance de torsion dont le fil supporterait, à l'extrémité d'une tige métallique, une petite sphère exposée à l'action du courant (*).

§ II.

PROPRIÉTÉS DES INSTRUMENTS HYDROMÉTRIQUES ANCIENS ET NOUVEAUX.

En exceptant l'idée de Leslie, dont l'application exigerait, pour chaque observation, des corrections d'anomalies peu conformes aux habitudes des praticiens, on peut classer ces instruments en trois groupes, savoir :

1°. Les flotteurs;

2°. Les appareils qui indiquent la vitesse d'un courant par celle qu'il communique à leurs parties mobiles;

3°. Les hydromètres dynamométriques.

5. *Propriétés et usage des flotteurs.* — On peut, dans certains cas, obtenir exactement, au moyen d'un flotteur, les vitesses à la surface (**) des courants; mais il faut, pour atteindre à cette exactitude, remplir un plus grand nombre de conditions qu'on ne le croit généralement. On sait que les

(*) *Voir* les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, tome XXII; 1846.

(**) Il semble qu'en faisant acquérir aux flotteurs une densité exactement égale à celle de l'eau, on puisse les employer immergés jusqu'à une profondeur dépendant de la transparence du liquide; mais c'est une opinion rationnelle qui échouera toujours dans l'application : il suffit d'ailleurs, pour rejeter ce moyen, d'observer que l'on ne pourrait constater la permanence de hauteur du flotteur.

flotteurs ne sont applicables qu'aux courants à mouvement uniforme et aux parties rectilignes de ces courants. L'expérience nous a, en outre, appris que, même dans les parties rectilignes des cours d'eau, il arrive fréquemment que les filets ont un mouvement ondulé, de sorte qu'il en résulte une estimation inexacte du chemin parcouru par les flotteurs. Il y a, dans leur emploi, deux cas à distinguer : celui où il s'agit d'expériences précises qui exigent beaucoup d'exactitude, et celui de la pratique ordinaire. Dans les deux cas, on doit éviter que le flotteur soit en prise à l'action de l'air. Dans le premier, il faut qu'il ne s'enfonce pas d'une quantité notable, car il n'indiquerait qu'une sorte de moyenne vitesse, attendu que les vitesses d'un courant peuvent varier beaucoup, sur une même verticale, dans le voisinage de la surface, comme je l'ai constaté. Ces deux conditions, de n'être ni émergé ni notablement immergé, conduisent à donner au flotteur d'expériences une très-petite épaisseur : il faut, en outre, qu'il ait de faibles dimensions horizontales. J'ai employé, à cet effet, dans mes expériences de l'année 1845, de petits pains à cacheter, moyen qui n'était point encore connu, et qui présente, en outre, cet avantage, que la matière du flotteur se délayant en partie dans l'eau, crée autour de lui une sorte de zone visqueuse qui le relie parfaitement au liquide. Pour obtenir ce résultat et laisser acquérir au flotteur la vitesse du fluide, il faut le mouiller en dessous, puis le poser en amont du point où l'on commence à mesurer sa course, et à une distance de ce point au moins égale à celle qu'il parcourt en une seconde.

Dans les cas ordinaires de la pratique, où l'on opère sur de grands cours d'eau, et où l'on n'a pas besoin d'une aussi rigoureuse exactitude, on pourra employer un flotteur de plus grande dimension : ce flotteur devra être lesté de manière à affleurer la surface du courant. Navier a donné l'expression de l'excès de la vitesse d'un corps flottant sur celle du courant (*) en fonction du coefficient de résistance de l'eau relatif à ce corps ; nous présenterons seulement à ce sujet quelques considérations pratiques.

Le mouvement d'un flotteur, à partir du moment où on l'abandonne au

(*) Notes de l'*Architecture hydraulique* de Belidor ; 1819.

courant, peut être partagé en trois périodes : dans la première, ce corps est soumis à deux forces accélératrices, savoir, l'action impulsive du courant et la pesanteur; il résiste par son inertie, et sa vitesse s'accélère jusqu'à ce qu'elle soit égale à celle du fluide : en ce moment, où commence la deuxième période, le flotteur n'est soumis qu'à la force accélératrice de la pesanteur, sa vitesse augmente encore, et le fluide agit comme résistance; bientôt celle-ci, due à la vitesse relative du corps flottant, devient égale à l'action de la gravité estimée parallèlement à la pente superficielle du courant : alors commence la troisième période, celle du mouvement uniforme de ce corps, et l'on voit que ce mouvement ne peut s'établir qu'à la condition d'une vitesse du flotteur supérieure à celle de l'eau, à moins que, par un artifice particulier, on ne parvienne à neutraliser l'action de la pesanteur indépendamment de la résistance du fluide, ce qui avait lieu, pour mes flotteurs d'expérience, par la viscosité de leurs particules en dissolution dans l'eau. Quant aux flotteurs ordinaires, ils indiquent une vitesse trop grande, mais on peut rendre cet excès de vitesse négligeable en diminuant leur volume. On les fera en chêne, prismatiques, aussi longs que larges, portant, vers leur partie antérieure, une cavité qui sera chargée de lest. Il est important de ne commencer à compter la course d'un flotteur que dans la troisième période de son mouvement : à cet effet, on pourra en observer la marche depuis l'origine, et ne baser l'estimation de vitesse que sur la partie de son trajet pendant laquelle des espaces égaux sont parcourus dans des temps égaux. Pour observer ces espaces, on a l'usage de placer des jalons, soit sur la rive, soit dans le courant; il faut, dans ce dernier cas, qu'ils soient à une assez grande distance des points par où doit passer le flotteur pour que les remous formés autour d'eux ne puissent influencer le mouvement de celui-ci : une autre condition nécessaire est d'avoir, à chaque division du trajet du flotteur, deux jalons au lieu d'un, placés à une assez grande distance l'un de l'autre, et déterminant un plan sensiblement perpendiculaire à la direction du courant; les rayons visuels qu'on dirigera tangentiellement à ces jalons fixeront avec exactitude l'instant du passage du flotteur, qui, sans cette précaution, est incertain. Enfin, même avec des flotteurs immergés jusqu'à l'affleurement de la surface liquide, il faut faire les observations quand l'atmosphère est calme, car les molécules d'un courant fluide à sa surface sont tellement instables, qu'une brise, en apparence

insignifiante, peut en faire notablement varier la vitesse. On excusera ces détails sur un objet aussi vulgaire, mais il n'était pas inutile de montrer que ce moyen d'observation est loin de dispenser des soins qu'on est tout naturellement porté à prendre lorsqu'il s'agit d'appareils délicats et compliqués.

4. *Propriétés des moulinets.* — Nous avons constaté, par l'observation du mouvement des particules liquides en amont des moulinets, que ce mouvement n'est pas sensiblement troublé par celui des ailettes. En outre, le Mémoire de M. Bourgois, officier de la Marine française, sur les propulseurs hélicoïdes, et le savant Rapport de M. Poncelet sur cet important travail (*), ont appris que la rotation des surfaces gauches dans un plan perpendiculaire au courant ne met pas en jeu la force centrifuge, mais, au contraire, que les particules liquides semblent attirées vers l'axe. Cette propriété s'étend, d'après les observations que nous avons eu l'occasion de faire, à des ailettes planes, disposées obliquement à l'axe de rotation orienté parallèlement au courant : il paraît en résulter que l'ensemble des mouvements de la masse liquide embrassée par les ailettes est analogue à celui des tourbillons.

Passant à ce qui concerne l'usage des moulinets, nous remarquerons que ceux dont on se sert généralement sont trop volumineux et trop lourds, de sorte que, d'une part, le support de leur arbre de rotation et des engrenages trouble les vitesses à l'endroit où l'on veut les mesurer, et, de l'autre, les frottements des parties mobiles leur enlèvent la sensibilité nécessaire pour observer les faibles vitesses, qui sont cependant les plus fréquentes. En outre, les roues d'engrenage nécessaires pour l'indication du nombre de tours du moulinet, étant immergées sans enveloppe, il en résulte que la terre, le sable, les débris végétaux que transportent les rivières, peuvent se placer entre les dents de ces roues et ralentir leur mouvement, sans que l'observateur en soit suffisamment averti. Enfin, comme il faut, avant de commencer à compter le nombre de révolutions du moulinet, le laisser tourner pendant un certain temps pour qu'il se mette en harmonie de vitesse avec le courant liquide, on doit amener brusquement l'engrenage en communication avec la vis sans fin que porte l'arbre de rotation des ailettes, à l'instant précis où

(*) *Voir les Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*; octobre 1845.

l'on commence à compter le temps sur un chronomètre. Il est facile de voir que le choc produit dans cette opération est une cause d'usure et de ralentissement de vitesse, et que, d'un autre côté, lorsque l'on termine l'expérience en tirant la corde dans le sens contraire pour désengrener les roues, ou bien en l'abandonnant à l'impulsion d'un ressort qui repousse la traverse, l'inertie de ces roues les fait encore tourner pendant un certain temps qu'on ne peut compter.

5. *Perfectionnements dont le moulinet Woltmann paraît susceptible.* — On diminuerait beaucoup ces inconvénients en construisant un moulinet léger, de dimensions très-restreintes, dont les axes de rotation seraient portés par des crapaudines en acier vissées dans les parois d'une boîte enfermant de toute part le mécanisme : la largeur transversale de cette boîte pourrait être, sans difficulté, réduite à $0^m,01$; chacune de ses joues porterait, vis-à-vis des repères, un petit carreau transparent qui permettrait de lire le nombre de tours. Enfin, l'eau qui s'introduirait par les joints pendant l'expérience tomberait dans la partie inférieure de la boîte, et serait vidée chaque fois.

M. Laignel, dans le dispositif que nous avons indiqué, arrêtait le mouvement de rotation à l'aide d'un cordon faisant fonction de frein, jusqu'au moment où, l'instrument étant immergé et orienté, on voulait commencer à compter le temps; de sorte que le nombre des tours effectués pendant la première partie du mouvement n'était pas exactement celui qui correspondait au temps observé : cette erreur est probablement plus grande que l'erreur analogue qui résulte de l'emploi du moulinet de Woltmann, mais la substitution d'une simple vis et de son écrou à l'appareil d'une vis sans fin et de trois roues d'engrenage est très-avantageuse, aussi bien pour les grandes vitesses que pour les petites, car, dans le premier cas, les instruments exposés au choc d'un courant liquide frémissent et vibrent dans toutes leurs parties, de sorte que les roues dentées des moulinets actuels, par suite du jeu qu'on est obligé de laisser à leur axe, se disposent parfois obliquement l'une par rapport à l'autre, ce qui altère la transmission du mouvement. Après avoir, dans mes expériences de l'année 1845, appliqué l'idée de M. Laignel, j'ai reconnu qu'il serait possible de la mettre à profit pour construire un mou-

linet exempt des principaux inconvénients signalés plus haut. Voici comment je concevrais cet instrument :

6. *Description d'un moulinet nouveau.* — La partie DC (*fig.* 54 et 55) de l'arbre de rotation ABDC des ailettes est une vis en cuivre dont le pas est de 1 millimètre et le diamètre de 5 : en lui donnant une longueur de $0^m,325$, on pourra, dans le cas des plus grandes vitesses, faire durer l'expérience pendant 25 à 30 secondes, ce qui est suffisant. Le curseur *abc* se compose de deux anneaux *a*, *b* en laiton, formant écrou, et reliés par une traverse, mais embrassant chacun un seul pas de la vis ; la traverse tient ces deux écrous à une distance réciproque de 8 millimètres, qui suffit pour leur donner de la stabilité sur la vis. Au milieu de cette traverse est fixée une lame mince *c* servant d'indicateur, et parcourant la longueur d'une règle graduée *ki* ; à l'extrémité antérieure de cette règle est fixée une lame de ressort *i*, sollicitée par un cordon *iegf*, qui se relève verticalement en traversant une vis creuse G destinée à servir en même temps de vis de rappel et de pivot pour la boite MPQR du moulinet : cette boite peut être entièrement close, en faisant l'une de ses parois en verre, ou bien on peut la former plus simplement de deux longues feuilles de laiton MP, RQ, reliées à leurs extrémités par deux fonds MR, PQ, et dans deux points intermédiaires par des montants *xx*, *yy*. La partie antérieure AB de l'arbre, supportée en deux points *t* et B, communique son mouvement de rotation à la portion filetée DC par l'intermédiaire d'un petit manchon d'embrayage, dans la gorge creuse duquel est engagée l'extrémité inférieure bifurquée de la lame élastique *i*. Avant d'immerger l'instrument, on amènera le curseur *acb* vis-à-vis du zéro des divisions de la règle fixe *ik*, puis on tirera de bas en haut le cordon *ief* que l'on suspendra à la partie supérieure de la tige-support VU, de sorte que les ailettes pourront tourner aussi longtemps que l'on voudra, sans que le mouvement soit communiqué à la vis et au curseur. Lorsqu'on jugera que ces ailettes, mises en station, doivent avoir acquis leur vitesse de régime, on rendra libre le cordon *fei*, et l'on commencera à observer le temps à l'aide d'un chronomètre : pour terminer l'expérience, on tirera de nouveau ce cordon, et on le fixera à la tige-support. Il est d'ailleurs bien entendu que la boîte MPQR porte en aval un gouvernail EHH'E'. Outre le pivot à vis de rappel G, cette boite est encore

maintenue librement par un pivot inférieur analogue : ces deux vis s'engagent dans les côtés horizontaux d'un petit cadre *lnm* rattaché, par une console évidée *pnp'*, à la grande douille mobile SS, qui, glissant à frottement doux le long de la tige verticale UV, permet de mettre l'instrument en station à une profondeur quelconque dans le courant. Afin d'éviter le trouble que cette tige pourrait produire dans le mouvement des filets fluides qui agissent sur les ailettes, on donnera à la console *pnp'* une longueur suffisante pour éloigner l'axe de rotation à une distance de $0^{m},08$ à $0^{m},10$. Une autre condition d'exactitude bien facile à remplir, et qui a été négligée par les ingénieurs, consiste à porter les ailettes à $0^{m},10$ environ en amont de l'extrémité antérieure du support MR de leur arbre : la partie AB de cet arbre sera conique vers l'amont, comme le représente la figure; on y pratiquera un trait de scie, dans lequel on engagera et l'on fixera, suivant son axe de largeur, une feuille rectangulaire de laiton, puis, en pinçant l'angle antérieur de chacune des deux moitiés séparées par l'arbre BA, on la forcera à se dévier de 45 degrés sexagésimaux. On obtiendra ainsi un moulinet plus sensible qu'aucun de ceux qui ont été employés et décrits jusqu'à présent, comme nous nous en sommes assuré par expérience. Il serait d'ailleurs avantageux d'avoir deux appareils de ce genre, l'un pour l'observation des grandes et moyennes vitesses, qui pourrait recevoir les proportions indiquées par les *fig.* 54 et 55; l'autre pour les cours d'eau à mouvements lents, dont la vis serait plus courte et plus mince.

Tels sont les perfectionnements dont les moulinets nous paraissent susceptibles. Ces instruments d'ailleurs auront toujours l'inconvénient d'exiger l'emploi d'un chronomètre, et d'entraîner à de grandes lenteurs par suite de la nécessité où l'on se trouve de les retirer de l'eau à chaque expérience pour estimer le nombre de tours effectués par les ailettes.

7. *Propriétés du tube de Pitot.* — L'instrument simple proposé par cet auteur présente des inconvénients qui résultent de la nature même des actions dynamiques sur lesquelles il est fondé. Lorsque l'on expose au choc d'un courant l'ouverture *ab* (*fig.* 56, *Pl. VI*) de la branche horizontale d'un tube recourbé *abcd*, la force vive due à la vitesse V et à la masse des particules liquides qui atteignent la section *ab*, produit une quantité de travail

capable d'élever l'eau dans la branche verticale du tube à une certaine hauteur *ch* au-dessus de son niveau hydrostatique *cf* : mais cette hauteur est, en moyenne, inférieure à celle qui est due à la vitesse V, de toute la quantité correspondante à la force vive perdue par la contraction à l'entrée du tube. En outre, il se forme, dans cet endroit, une surface liquide conoïde *aob*, le long de laquelle les molécules amenées par le courant cheminent de *o* en *a* et *b* pour s'échapper, et sont remplacées par d'autres venant de l'extérieur : ce mouvement de remous diminue encore la pression exercée contre la base du tube, la rend périodiquement variable, et cause dans la colonne *ch* des oscillations continuelles. Pour des accroissements de vitesse notables, l'augmentation de la hauteur moyenne de cette colonne est relativement faible, de sorte que l'instrument est peu sensible. Si l'on ajoute à cet inconvénient que les oscillations de la colonne liquide et le ménisque soulevé par l'attraction capillaire de la paroi du tube, introduisent des causes d'erreurs proportionnelles considérables, on sera convaincu que le tube de Pitot ne peut conduire, dans les conditions où on l'a employé jusqu'ici, qu'à des résultats erronés ou au moins incertains, et qu'il faut renoncer à déduire les vitesses des courants de la *mesure directe* de la hauteur de la colonne liquide. Nous croyons pouvoir appeler l'attention des ingénieurs sur le procédé suivant.

8. *Nouvel appareil hydrométrique. Principe de l'instrument.* — Soit AB (*fig.* 57) la surface du courant, se mouvant de A en B : supposons que le tube recourbé *abcd* soit surmonté d'un récipient cylindrique R, dont la base plonge un peu au-dessous de la surface AB, et qu'un repère *eo* soit placé à la hauteur du prolongement de cette surface. L'eau s'élèvera dans le récipient R, s'y répandra et y atteindra, au-dessus de ce repère, une hauteur dépendant de la vitesse du courant en *ab*. Fermons maintenant un robinet pour interrompre la communication entre le récipient et le tube, puis ouvrons un autre robinet, et vidons dans un vase quelconque l'eau de ce récipient jusqu'à ce que son niveau soit abaissé à hauteur du repère *eo* : appliquons à cette opération le principe de la répétition des observations, et recueillons chaque fois, dans le même vase, l'eau écoulée par le robinet de décharge ; on pourra obtenir le volume total Q d'eau ainsi recueillie, soit par une pesée, soit par une graduation du vase.

Cela posé, si l'on désigne par :

A l'aire de la section transversale du récipient R ;

y la hauteur de la colonne liquide qui correspondrait *exactement* à la vitesse en ab ;

$q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$ les volumes liquides recueillis dans chacune des n opérations semblables qui viennent d'être indiquées :

Comme l'on ne peut pas être assuré de ramener toujours exactement le niveau du récipient à la hauteur du repère eo, et que, même dans le placement de celui-ci, on peut commettre une légère erreur, les volumes q_1, q_2, etc., ne seront pas rigoureusement ceux qui correspondent à la hauteur y, et en différeront, tantôt en plus, tantôt en moins, de quantités que nous représenterons par d_1, d_2, $d_3, \ldots, d_n$. De sorte que l'on aura, pour les résultats successifs de chaque opération :

$$\begin{aligned} Ay &= q_1 \pm d_1, \\ Ay &= q_2 \pm d_2, \\ Ay &= q_3 \pm d_3, \\ &\ldots\ldots\ldots \\ Ay &= q_n \pm d_n; \end{aligned}$$

d'où, en faisant la somme de ces n égalités,

$$nAy = Q \pm d_o,$$

d_o étant la somme des erreurs partielles d_1, d_2, d_3, etc., somme qui pourra être nulle si ces erreurs se compensent. On voit donc que la hauteur y qu'il s'agit d'obtenir sera égale à

$$\frac{Q}{nA} \pm \frac{d_o}{nA},$$

et qu'en prenant le rapport $\frac{Q}{nA}$ pour mesure de cette hauteur, on commettra une erreur qui pourra être nulle, mais qui, dans tous les cas, sera d'autant plus faible que le récipient R aura un plus grand diamètre, erreur que l'on pourra d'ailleurs rendre aussi petite qu'on voudra, en répétant les observations. Ainsi appliquée, l'idée primitive de Pitot, qui, jusqu'à présent, ne conduisait qu'à des résultats incertains, peut donner lieu à l'emploi

d'un appareil dont l'exactitude soit comparable à celle des bons instruments d'observation employés en physique ou pour les opérations de géodésie.

9. *Description d'un appareil propre à la réalisation de ce principe.* — On peut appliquer de plusieurs manières différentes l'idée qui vient d'être exposée; comme exemple, nous décrirons l'appareil dont l'ensemble est représenté par la *fig.* 58, et les détails par les *fig.* 59, 60 et 61.

Afin qu'il y ait une masse d'eau constante interposée entre l'ouverture inférieure du tube hydrométrique et le récipient R, nous supposons ce tube flexible dans sa longueur, c'est-à-dire construit en caoutchouc épais ou en métal mou; de sorte que la tige verticale AB qui porte sa branche horizontale, étant fixée dans le fond du lit de la rivière, et cette branche étant amenée le long du même support, à des hauteurs différentes, on n'aura qu'à en rapprocher ou à en éloigner la seconde tige verticale A'B' pour tenir le tube flexible constamment et fortement tendu. Cette seconde tige porte le récipient R, dans le fond duquel est vissée une tubulure en laiton communiquant, 1° avec le tube hydrométrique *abcn* par l'intermédiaire d'un robinet *r*; 2° par l'intermédiaire d'un robinet *r'* à un second tube de plus petit diamètre, attaché au premier, portant à sa partie inférieure un petit tuyau métallique *mgiq* recourbé vers l'aval; 3° à un récipient de décharge Y, par un troisième robinet *r"*. La branche horizontale du tube hydrométrique est un tuyau conique *em* en laiton, mobile sur pivot, et relié à la partie *abcn* par une gaîne *nc* en toile imperméable ou en caoutchouc vulcanisé très-mince, légèrement pliée à soufflet, de manière que le tube *em* puisse s'orienter facilement sous l'action d'un gouvernail D fixé à sa partie postérieure. Ce système est porté par une plaque métallique qui s'engage et glisse à frottement doux dans une coulisse verticale adaptée dans l'épaisseur de la tige-support AB; une corde passant sur deux petites poulies de renvoi placées, l'une dans le haut, l'autre dans le bas de cette tige, a ses deux bouts fixés aux extrémités de la plaque précitée, de façon qu'en tirant sur cette corde bien tendue, on peut faire monter ou descendre la branche horizontale *em* du tube hydrométrique et les pièces qui lui sont solidaires.

Dans le récipient supérieur R est placé un flotteur métallique FF portant, par l'intermédiaire de trois tiges, un cercle mince *ol* qui, par sa coïncidence avec l'extrémité d'une aiguille *od*, fournit le repère nécessaire à chaque opé-

ration. Pour exécuter celles-ci, on fermera les trois robinets r, r', r'', puis on mettra le tube en station, son entrée e correspondant aux filets liquides dont on veut avoir la vitesse. Cela fait, et les deux tubes étant bien tendus, on ouvrira d'abord le robinet r'; alors l'eau montera par le petit tube d'aval dans le récipient R à une hauteur sensiblement due à la pression statique qui a lieu sur l'ouverture inférieure q de ce tube ; lorsque la permanence du niveau sera établie dans R (*), on amènera l'extrémité o de l'aiguille od en coïncidence avec la tranche supérieure du cercle ol. Secondement, on fermera le robinet r' et l'on ouvrira le robinet r, ce qui fera monter, dans le récipient supérieur, le flotteur FF et le cercle ol à une hauteur correspondante à la vitesse qu'on veut déterminer; lorsque le niveau de cette hauteur sera établi, on fermera le robinet r et l'on ouvrira, soit entièrement, soit en partie, le robinet de décharge r''; l'eau contenue dans R s'écoulera lentement dans le récipient inférieur Y, et l'on pourra suivre très-facilement le mouvement de descente du cercle ol; au moment où la tranche supérieure de celui-ci arrivera en coïncidence avec l'extrémité o de l'aiguille do placée devant un arc gradué ss, on fermera brusquement le robinet r''. Cette série d'opérations sera recommencée autant de fois qu'on le jugera nécessaire, selon le degré d'approximation que l'on voudra obtenir.

Pour ne point être obligé de donner au récipient R une hauteur qui le rende gênant ou dispendieux, on pourra, lorsqu'il s'agira de mesurer de très-grandes vitesses, enlever ce récipient, et visser à sa place un large tube de verre : dans ce cas, le repère sera fourni, avec une exactitude suffisante, par une douille extérieure glissant à frottement doux le long de ce dernier tube.

L'appareil qui vient d'être décrit peut paraître un peu compliqué dans sa construction, mais il faut observer qu'il s'agit d'une des opérations les plus importantes de l'hydraulique appliquée. Quant à la durée des observations, elle sera certainement, quoi qu'il paraisse au premier abord, moins longue qu'avec les moulinets, qu'il faut sortir de l'eau et remettre en station chaque fois que l'on observe : les ingénieurs savent, en effet, combien il est

(*) Par suite de la grandeur relative de la section de ce récipient, les oscillations y seront peu sensibles.

pénible de retirer et de plonger souvent tout un appareil dans un courant, surtout lorsqu'il est profond et rapide.

En résumé, le procédé qui vient d'être décrit présente les avantages suivants :

1°. Le tube *cm*, étroit et allongé, ayant, en outre, son entrée à une distance suffisante du support, les vitesses cherchées ne seront point sensiblement troublées par la présence de l'instrument ;

2°. On pourra obtenir la hauteur d'où l'on conclura, par une échelle de tare, la vitesse, avec un degré d'exactitude aussi grand que l'on voudra ;

3°. L'instrument s'adapte sans difficulté aux cours d'eau les plus profonds comme aux moins grandes épaisseurs de liquide ;

4°. Il dispense de l'emploi d'un chronomètre ;

5°. Enfin, une fois installé, il peut être laissé en station jusqu'à ce qu'on ait épuisé la série des vitesses à observer sur une même verticale.

En terminant, nous croyons devoir insister sur une circonstance mentionnée plus haut, savoir qu'une condition indispensable de succès dans l'emploi de cet appareil est que les deux longs tubes soient fortement tendus.

10. *Propriétés des hydromètres dynamométriques.* — Nous comprenons sous cette dénomination tous ceux qui donnent les vitesses des courants par la mesure de l'impulsion qui résulte de ces vitesses sur une surface solide tenue en équilibre. Celui que l'ingénieur Brünings a appelé *tachomètre* est constitué de manière à faire naître des anomalies et à être très-peu sensible ; car, d'une part, la tige pesante qui porte sa palette est soutenue et glisse en frottant dans une douille ; de l'autre, l'impulsion est transmise par un cordon passant sur deux poulies de renvoi, à des poids destinés à la mesurer. Quant à l'appareil proposé par M. Gauthey, il présente, avec d'autres imperfections, celle de n'indiquer que le maximum des impulsions produites à l'endroit où il est plongé, et l'on sait, par les expériences de M. Bidone, que le premier effet de ces impulsions est toujours plus grand que celui qui a lieu quand il s'est établi, tout autour de l'obstacle, un régime permanent de phénomènes hydrauliques.

Dans des recherches expérimentales rapportées livre VI, j'ai déterminé les conditions auxquelles un hydrodynamomètre doit satisfaire ; ces condi-

tions sont remplies par l'appareil suivant que j'ai employé, et qui paraît surtout propre à la détermination rigoureuse des éléments expérimentaux des lois des impulsions dynamiques des courants sur des corps de diverses formes et de dimensions variées.

11. *Nouvel hydrodynamomètre.* — La palette en cuivre *a* (*fig.* 62 et 63, *Pl. VII*) qui reçoit normalement le choc du courant, est fixée à une tige en fil de laiton *ab* qui est elle-même solidaire avec une douille curseur *b*, à vis de pression et à vernier, mobile à frottement doux le long d'un levier vertical AB en bois dur et imbibé d'huile. Le profil transversal de ce levier présente la forme la plus propre à diminuer l'impulsion qu'il reçoit du courant, savoir, une arête vive du côté d'amont, une courbure faible sur les côtés et un arrondissement en aval, avec une largeur égale à quatre ou cinq fois son épaisseur : gradué dans sa hauteur, il est muni de deux tourillons de suspension *c* portés par une pièce *cd* qui se fixe, au moyen d'une vis de pression *v*, à une ferrure solide DE, laquelle peut être elle-même fixée, à l'aide de la vis de serrage *v'*, en des points différents d'une rainure tracée dans la hauteur d'une seconde ferrure PG faisant corps avec une bifurcation rectangulaire GLL' qui embrasse un fort madrier KK' destiné à soutenir, en définitive, tout le système de l'instrument. Le long du même levier AB peut glisser une seconde douille *p*, à vis de pression et à vernier comme la première, et qui s'appuie, par l'intermédiaire d'une surface courbe, sur la partie antérieure d'une lame de ressort elliptique *fg*; la partie diamétralement opposée de ce ressort est fixée par une vis *t* à l'extrémité cylindrique d'amont d'une tige prismatique *no* engagée dans une coulisse QL qui est fixée elle-même sur la branche supérieure de la ferrure support LGL'. Dans l'extrémité opposée de cette tige *no* s'engage, par un bouton, le bout d'une vis micrométrique U ayant pour écrou la traverse LM de la coulisse QL; de sorte que, en tournant cette vis dont les tours et fractions de tour sont observés à l'aide d'une aiguille repère *nih*, on fait avancer ou reculer de quantités aussi petites que l'on veut le point *t* du ressort, ce qui en fait varier la flexion, et la tension proportionnelle. Enfin le levier AB porte encore, à son extrémité supérieure, un contre-poids *q* destiné à ramener dans l'axe le centre de gravité du système mobile, et qui, à cet effet, se déplace le long d'une petite tige horizon-

tale ml; puis enfin une aiguille verticale ms dont la pointe s est vis-à-vis un arc gradué $k'k$ porté par la tige $k'd$.

Pour se servir de cet instrument, on ôte d'abord la palette a, puis on établit l'appareil en station dans le courant HH; le levier est immergé de façon à occuper toute la hauteur d'eau NA sur laquelle on veut observer les vitesses dans une même verticale: alors on tourne la vis U jusqu'à ce que la tension du ressort fg fasse équilibre à l'impulsion du courant contre la partie immergée NA du levier AB qui doit être en même temps dans la position verticale, ce dont on est certain lorsque la pointe s de l'aiguille sm coïncide avec le point milieu de la graduation de l'arc $k'k$. Cet état d'équilibre et de verticalité étant obtenu, on le prend pour point de départ de la mesure des flexions du ressort dynamométrique fg par la vis micrométrique U. Pour continuer l'opération, on replace le système de la palette a, et on le fixe sur le levier à la hauteur où l'on veut mesurer la vitesse du fluide; puis on amène de nouveau ce levier dans la position verticale en tournant la vis micrométrique qui donne, à moins de $\frac{1}{20}$ de millimètre près, la flexion du ressort, c'est-à-dire la mesure de l'impulsion normale du courant contre la palette. L'orientation spontanée de celle-ci pourrait être très-facilement obtenue à l'aide d'un gouvernail, comme nous l'avons essayé; mais nous avons remarqué que les fluctuations longitudinales des filets liquides, qui ont lieu dans les courants naturels à petite vitesse, imprimaient à ce système un balancement latéral suffisant pour nuire à l'exactitude des observations, en présentant périodiquement, quoique sous un très-petit angle, la surface du gouvernail à l'action impulsive du courant. Aussi, lorsqu'on voudra obtenir des résultats très-exacts, il sera préférable d'orienter la palette a par le moyen simple suivant: on amènera celle-ci à une distance de la surface liquide HNH' qui permette de l'apercevoir, puis on immergera en amont une baguette métallique mince portant à son extrémité un fil blanc au bout duquel sera attachée une petite boule de cire lestée; ce fil prendra naturellement la direction du courant, et l'on disposera l'instrument de manière que la tige ab de la palette lui soit parallèle.

Lorsqu'on emploie cet instrument, le levier AB se met dans un état d'oscillation qui, au premier abord, pourrait paraître embarrassant; mais il faut remarquer que ces oscillations sont très-faibles, et qu'en outre l'arc gradué $k'k$

permet de juger si elles sont égales de part et d'autre de la position verticale : c'est alors que la flexion moyenne du ressort dynamométrique fournit l'impulsion normale due à la vitesse du courant.

Cela posé, en désignant par :

v cette vitesse que l'on veut mesurer ;

A l'aire de la palette ;

L la distance de son centre à l'axe d'oscillation c du levier ;

l la distance du même axe au point de contact de la douille p avec le ressort dynamométrique ;

f la flexion de ce ressort, indiquée exactement par la vis micrométrique ;

m le coefficient de tare du ressort, c'est-à-dire le rapport de sa flexion à l'effort qui la produit ;

k le coefficient d'impulsion du liquide, dont la densité est δ ;

on aura

$$k\delta A v^2 . L = mf . l ;$$

d'où

$$v = \sqrt{\frac{m}{k\delta A} f \frac{l}{L}} = B\sqrt{f \frac{l}{L}} .$$

Le nombre B sera donné par la tare de l'instrument (*) ; et cette tare deviendra même inutile, lorsqu'on connaîtra les lois de l'action impulsive des courants sur une palette immergée normalement, c'est-à-dire dans le cas le plus simple.

12. *Propriétés de l'hydrodynamomètre.* — 1°. Il est facile de voir que, disposant des rapports m et $\frac{l}{L}$, on peut augmenter indéfiniment la sensibilité de cet instrument ;

2°. Si quelque cause perturbatrice, même très-faible, vient à agir sur la palette, on s'en aperçoit immédiatement ;

3°. L'observateur est dispensé de l'emploi d'un chronomètre ;

4°. Il n'est point de vitesse, si petite qu'elle soit, qui ne puisse être obtenue par ce procédé ;

(*) Lorsque les vitesses du courant varient entre des limites étendues, le coefficient k de la loi de Newton se modifie sensiblement, pour un même corps immergé.

5°. Enfin, l'hydrodynamomètre est l'instrument d'observation le plus propre à faire découvrir les lois véritables de l'action impulsive des courants sur les solides de différentes formes et d'orientations diverses.

Nous allons maintenant nous occuper des moyens à l'aide desquels on peut tarer les instruments hydrométriques, c'est-à-dire établir une relation entre les indications immédiates fournies par ces instruments et les vitesses dont ces indications dépendent, vitesses dont la connaissance est le but de leur emploi.

§ III.

TARE DES INSTRUMENTS HYDROMÉTRIQUES.

13. *Examen du procédé employé par les ingénieurs.* — Les ingénieurs n'ont employé, jusqu'à présent, qu'un seul procédé pour résoudre ce problème difficile, procédé qui consiste à faire mouvoir l'instrument dans une masse d'eau en repos, en lui faisant acquérir successivement différentes vitesses, et observant les indications correspondantes à chacune de ces vitesses.

Cette méthode repose sur une hypothèse toute arbitraire, savoir, que l'effet d'une masse d'eau stagnante sur un instrument en mouvement est le même, à égalité de vitesse, que celui d'un courant sur le même instrument mis en station. Au point de vue rationnel, cette hypothèse est inadmissible, car, dans un courant, toutes les particules liquides qui rencontrent l'instrument ont des vitesses différentes, tandis que les vitesses de choc sont égales quand c'est l'instrument qui se meut dans un liquide au repos. D'un autre côté, on sait que les expériences effectuées par Dubuat sur des disques plans et minces l'ont conduit à reconnaître que l'action dynamique exercée sur ces plans est plus grande quand ils sont exposés au choc d'un courant que dans le cas inverse.

En ce qui concerne spécialement les moulinets, M. Baumgarten a observé, dans des courants animés de différentes vitesses, la marche de flotteurs sphériques ayant des diamètres de $0^{m},14$ et $0^{m},08$ respectivement égaux à ceux de quatre moulinets, dont les deux premiers étaient à ailettes hélicoïdales et les deux autres à ailettes planes. Les moyennes vitesses v du liquide étant ainsi déterminées, cet ingénieur a comparé les nombres n de

tours des moulinets plongés dans les mêmes courants, aux nombres de tours exécutés par ces moulinets mis en mouvement dans un réservoir où l'eau était stagnante, et en a conclu que le rapport $\frac{v}{n}$ était le même pour les mêmes valeurs de v, dans les deux cas. Mais cette comparaison ayant pour objet des moyennes prises entre un petit nombre de résultats différant notablement entre eux, et non point les valeurs observées de v et de n, nous avons extrait de deux tableaux inscrits à la page 30 du Mémoire de M. Baumgarten les résultats correspondant à des observations dans lesquelles la vitesse de l'instrument, mû dans l'eau tranquille, était égale à celle du courant indiqué par les flotteurs, ce qui permettait la comparaison directe qui suit :

TABLEAU N° LXX.

VITESSES de l'instrument ou du courant v.	VALEURS DU RAPPORT $\frac{v}{n}$.		DIFFÉRENCE proportionnelle des valeurs du rapport $\frac{v}{n}$ obtenues dans l'eau courante et dans l'eau tranquille	DÉSIGNATION du moulinet employé
	l'instrument étant mû avec la vitesse v dans l'eau stagnante.	l'instrument étant exposé au choc de l'eau courante animée de la vitesse v.		
m 0,81	0,399	0,412	$\frac{1}{31}$	A deux ailettes planes (n° 2).
1,40	0,398	0,376	$\frac{1}{18}$	A deux ailettes planes (n° 2).
1,40	0,415	0,391	$\frac{1}{17}$	A deux ailettes planes (n° 3).
1,40	0,1028	0,0898	$\frac{1}{8}$	A quatre ailettes gauches.

Ces résultats, d'accord avec les considérations précédentes, ne permettent point de regarder comme exact le procédé dont il s'agit. Il faut observer d'ailleurs que les tares effectuées par ce procédé ne pourraient être adoptées qu'à la condition d'imprimer un mouvement bien uniforme à l'instrument dans l'eau tranquille, ce qui exigerait un appareil d'expérimentation compliqué et dispendieux. Le moyen ordinairement employé consiste à hâler un bateau auquel le moulinet est attaché, en faisant agir sur un cordage un moteur animé ; mais, outre qu'on ne peut arriver ainsi aux vitesses des cours d'eau très-rapides, ce procédé conduit à des résultats incertains à cause de l'irrégularité du mouvement et des anomalies auxquelles donne lieu l'inertie du liquide et des parties mobiles de l'instrument. Quant à la tare des hydro-

mètres dynamométriques, il ne saurait y avoir aucun doute sur les erreurs considérables qu'entraînerait sa détermination par le mouvement dans l'eau en repos ; enfin ce procédé est inapplicable au tube de Pitot, ou aux appareils analogues.

Dans mes expériences de l'année 1845, j'ai employé le moyen simple suivant, qui a été approuvé par l'Académie des Sciences.

14. *Nouveau tube hydrométrique.* — Si l'on immerge parallèlement au courant un tube droit *acb* (*fig.* 64, *Pl. VII*) ouvert aux deux bouts, terminé du côté d'amont par un ajutage ou un effilement tronconique *ac*, les particules liquides entreront dans le tube et le parcourront avec une vitesse fonction de celle du courant et du rapport entre les diamètres des orifices d'amont et d'aval. Pour observer la vitesse dans le tube, vitesse que l'on peut rendre aussi petite que l'on veut en diminuant l'orifice d'amont, il suffit d'introduire une bulle d'air à l'entrée de ce tube, fermer l'orifice de sortie *b*, puis, lorsque l'on est disposé à commencer l'expérience, ouvrir ce dernier orifice et observer, à l'aide d'un chronomètre, le temps employé par la partie antérieure de la bulle d'air pour passer, d'un repère marqué en *m* à $0^{m},15$ environ du point *c*, à un second repère *n* tracé à une petite distance de l'extrémité d'aval du tube. Cette bulle d'air est un curseur sans frottement, sans aucune cause d'anomalie.

Le diamètre du tube, et surtout celui de la partie d'amont, pouvant être assez faibles pour ne pas troubler sensiblement la marche des filets liquides, cet instrument fonctionne de la même manière, étant immergé à la surface, qu'à une profondeur quelconque, pourvu que les orifices d'entrée et de sortie soient entièrement plongés dans le fluide : dès lors il devient possible de le tarer exactement à l'aide d'un flotteur ; celui que j'ai employé était une petite boule formée d'un mélange de cire jaune et de suif, lestée en dessous par un petit grain de plomb qu'on y enfonçait, de manière que la partie supérieure du flotteur se plaçât à hauteur de la surface du courant. Le diamètre de cette sphère doit être égal à celui du tube, que l'on immerge ensuite de façon que sa génératrice supérieure affleure également la surface liquide ; il en résulte que le centre du flotteur se meut exactement suivant la ligne où doit se trouver l'axe du tube, et, comme l'un et l'autre n'oc-

cupent qu'un très-petit espace transversalement au courant, la tare est aussi rigoureuse qu'il soit possible.

Pour que le tube hydrométrique fournisse des résultats exacts, il faut que la bulle d'air en remplisse la section intérieure, ce qui arrivera quand son diamètre ne sera pas supérieur à 6 millimètres. Il est nécessaire, en outre, que cette bulle se meuve horizontalement, afin que la différence de sa densité avec celle de l'eau ne devienne point une cause d'accélération ou de ralentissement de vitesse : de plus, le diamètre intérieur de la partie cylindrique du tube doit être constant, afin que la longueur de la bulle d'air ne varie point dans son trajet entre les deux repères.

Ce procédé peut être employé, en liant le tube à une tige verticale convenablement dirigée, pour mesurer les vitesses des courants jusqu'à la profondeur à partir de laquelle l'affaiblissement de la transparence de l'eau ne permet plus de suivre le mouvement de la bulle d'air (*).

Les *fig.* 65 et 66 représentent un instrument disposé à cet effet, dans la construction duquel on a combiné le métal et le verre pour obtenir à la fois une grande régularité de proportions et plus de solidité. La partie tronconique d'amont est un ajutage en cuivre qui se visse sur la partie cylindrique : on a trois ajutages semblables qui ne diffèrent entre eux que par les diamètres des orifices d'entrée. Ces diamètres sont respectivement de 1, 2 et 3 millimètres ; le premier est employé pour la mesure des grandes vitesses, le deuxième pour les moyennes et le troisième pour les faibles. La petite vanne à ressort, placée à l'extrémité d'aval du tube, permet de faire servir indéfiniment la même bulle d'air.

15. *Marche à suivre pour tarer un instrument hydrométrique.* — Il ne suffit pas, pour tarer un instrument hydrométrique, quel qu'il soit, d'expérimenter sur quelques vitesses isolées entre elles, et l'on doit surtout éviter de prendre des moyennes entre des vitesses observées, à moins qu'elles ne soient nombreuses, et diffèrent très-peu entre elles. Enfin, il est essentiel

(*) On pourrait encore opérer à une plus grande profondeur, en employant, pour suivre le mouvement de la bulle d'air, un tube en fer-blanc fermé à son extrémité inférieure par un verre, soit plan, soit lenticulaire ; on sait, en effet, que la lumière solaire pénètre à de grandes profondeurs dans les masses d'eau : mais il faudrait une installation très-solide.

d'effectuer ces observations dans une portion de courant liquide où le régime permanent est bien établi, après l'avoir constaté au moyen de flotteurs. La marche à suivre la plus exacte consiste à faire une série d'observations de vitesse en des points très-rapprochés d'une même horizontale ou d'une même verticale d'une section déterminée du courant liquide, et à corriger les anomalies, s'il s'en rencontre dans les résultats, au moyen de deux courbes dont l'une exprime la loi de variation de ces vitesses, et dont l'autre lie entre elles, d'une manière continue, les indications de l'instrument à tarer. Dans la construction de ces courbes, on prendra pour abscisses les distances des points où l'on a observé les vitesses, à un point fixe pris pour origine, et les ordonnées seront les valeurs de ces vitesses, d'une part, et des indications de l'instrument, de l'autre; les unes et les autres étant construites à une échelle beaucoup plus grande que celle des abscisses. On trouvera plus loin des exemples d'application.

16. *Résultats de calcul et d'expérience concernant la tare des moulinets et des roues à ailettes.* — M. Baumgarten, ayant établi une théorie de l'action de l'eau sur les moulinets, que l'on trouvera dans le Mémoire précédemment cité, en a conclu que la vitesse v du mouvement de translation est liée au nombre de tours n que les ailettes exécutent dans l'unité de temps, par une relation de la forme

$$\frac{v}{n} = \mathrm{A} + \sqrt{\mathrm{B} + \frac{\mathrm{C}}{n^2}}, \tag{1}$$

qui revient à

$$v = \mathrm{A}n + \sqrt{\mathrm{B}n^2 + \mathrm{C}},$$

relation dans laquelle les quantités A, B et C sont fonctions des dimensions du moulinet, de l'angle que ses palettes font avec la direction du courant, et des coefficients de la résistance du milieu fluide; le terme C est, en outre, proportionnel à la somme des frottements des axes et engrenages. Les valeurs des fonctions A, B, C tendent à prouver, comme l'auteur le remarque, que la sensibilité de l'instrument diminue à mesure que le centre des ailettes s'éloigne de leur axe de rotation, et augmente avec l'étendue de la surface de celles-ci. Quant à la valeur de l'angle d'incidence des filets liquides, celle qui correspond au maximum d'effet serait fournie par une

relation compliquée dépendante de la vitesse v et aussi du carré du rapport $\frac{h}{r}$ entre la hauteur h des palettes dans le sens du rayon et la distance r de leur centre à l'axe de rotation.

En substituant dans l'équation (1) les données numériques relatives à un de ses moulinets formé de deux palettes planes, pour lequel $r = 0{,}068$ et $h = 0^m{,}023$ et donnant différentes valeurs à l'angle i dont il s'agit, l'auteur obtient les résultats suivants : pour

$i =$	$40°$	$45°$	$50°$	$60°$	$85°$;
$\frac{v}{n} =$	0,431	0,381	0,338	0,252	0,087.

Les valeurs de l'angle i inférieures à 40 degrés (nonagésimaux) rendent $\frac{v}{n}$ imaginaire, et l'on voit que la sensibilité de l'instrument augmenterait avec l'angle d'incidence, lors même que celui-ci est déjà très-rapproché de la direction normale aux palettes, résultats qu'on admettra peut-être difficilement. Quoi qu'il en soit, M. Baumgarten a comparé les valeurs de $\frac{v}{n}$ calculées au moyen de sa formule, avec celles qui résultaient des observations qu'il a faites sur le mouvement dans l'eau stagnante, des moulinets qu'il a employés, et ces valeurs ont présenté un accord satisfaisant : mais cette comparaison n'a point été étendue au cas où l'instrument est immergé dans l'eau courante.

On verra, dans le livre VI, que nous avons employé concurremment avec d'autres instruments, un moulinet du système Laignel, rendu très-sensible par un mode de construction analogue, pour la vis et l'écrou curseur, à celui qui est représenté par les *fig.* 54 et 55, *Pl. V*. Les deux ailettes gauches étaient, comme dans cette figure, orientées à 45 degrés relativement à la direction du courant. Elles avaient, parallèlement à cette direction, une longueur de $0^m{,}014$ et, perpendiculairement, une hauteur totale de $0^m{,}029$. Nous avons pu observer les nombres de tours de ce moulinet correspondants à différentes vitesses connues des courants liquides. Voici les résultats de cette opération :

TABLEAU N° LXXI.

NUMÉROS d'ordre.	VITESSE des filets liquides à l'emplacement de l'axe du moulinet. v	NOMBRE de tours des ailettes par seconde. n	RAPPORT ou coefficient de tare. $\frac{v}{n}$
1	m 0,507	3,33	0,1523
2	0,531	4,05	0,1311
3	0,553	4,63	0,1194
4	0,607	5,75	0,1056
5	0,650	6,70	0,0970
6	0,710	7,93	0,0895
7	0,772	9,00	0,0858
8	0,826	9,68	0,0853
9	0,862	10,08	0,0855

La courbe ABC (*fig.* 67, *Pl. V*) dont les coordonnées sont les nombres de tours du moulinet et les vitesses correspondantes du courant fluide, représente la loi qui lie entre elles ces quantités : on peut s'assurer que cette loi n'est point celle qui résulterait de la théorie précitée. Elle n'est point non plus exprimée, comme plusieurs auteurs l'ont admis, par la formule simple

$$v = A + Bn;$$

mais la courbure du lieu géométrique ABC étant peu prononcée, on conçoit que quelques résultats d'expérience isolés compris entre des limites restreintes puissent satisfaire approximativement à cette formule, ou même, pour des appareils très-légers, à la formule plus simple encore

$$v = Bn.$$

On peut maintenant comparer la sensibilité du moulinet que nous avons employé en modifiant, dans les détails seulement, celui de M. Laignel, aux moulinets à engrenages, et beaucoup plus volumineux, du système Woltmann. Les résultats obtenus s'appliqueront au projet de moulinet que nous avons donné plus haut (6), puisque la construction des parties mobiles est celle que nous avions adoptée en 1845. Pour effectuer cette comparaison, nous prendrons sur la courbe ABC construite à une grande

échelle, les nombres de tours de notre moulinet correspondants aux vitesses $0^m,767$ et $0^m,811$ des courants dans les expériences de M. Baumgarten, rapportées page 30 du Mémoire de ce savant ingénieur.

TABLEAU N° LXXII.

		NOMBRE de tours par seconde.
1°. POUR LA VITESSE DU COURANT, $v = 0^m,767$.		
Moulinets du système Woltmann perfectionné par M. Baumgarten.	A palettes planes, n° 3	1,80
	A palettes planes, n° 2	2,02
	A ailettes hélicoïdales, n° 2	6,40
	A ailettes hélicoïdales, n° 1	7,17
Moulinet du système Laignel modifié................................		8,9
2°. POUR LA VITESSE, $v = 0^m,811$.		
Moulinets du système Woltmann perfectionné par M. Baumgarten.	A palettes planes, n° 3	1,89
	A palettes planes, n° 2	1,97
	A ailettes hélicoïdales, n° 1	7,79
Moulinet du système Laignel modifié................................		9,50

Nous regrettons de ne pouvoir étendre cette comparaison à des vitesses plus considérables; mais on voit que pour celles-ci, qui sont les plus ordinaires et très-probablement aussi pour les autres, le dispositif proposé par M. Laignel est susceptible d'acquérir une sensibilité plus grande que les moulinets les plus perfectionnés du système Woltmann. Les résultats précédents sont, d'ailleurs, d'autant plus remarquables que les deux ailettes gauches de notre moulinet n'occupaient ensemble, dans le sens perpendiculaire au courant, qu'une hauteur totale de $0^m,029$, dont il faut retrancher encore $0^m,004$ pour le diamètre de leur arbre de rotation, et que leur longueur était seulement de $0^m,014$; tandis que les autres instruments comparés occupaient dans le courant des hauteurs de $0^m,140$ pour les palettes planes (*) et $0^m,080$ pour les palettes hélicoïdales : dans ces dernières, le pas de l'hélice était de $0^m,12$ pour le n° 2 et de $0^m,08$ pour le n° 1.

(*) L'auteur ne dit pas en quoi différaient les deux moulinets à palettes planes.

17. *Roue hydrométrique.* — On a vu, dans le chapitre précédent, que Dubuat avait employé, pour mesurer des vitesses superficielles, une roue à palettes. Ce moyen étant d'une application plus facile que les flotteurs, surtout lorsque le courant n'est point rectiligne, ou que sa vitesse n'est pas sensiblement constante sur une certaine longueur, j'ai cru devoir l'étudier. A cet effet, j'ai fait construire en 1848 une petite roue dont les palettes, en bois de buis, au lieu d'être planes et rectangulaires comme celles de Dubuat, présentaient au choc de l'eau la section plane d'un demi-ellipsoïde dont le grand axe, horizontal, n'avait que $0^m,020$ de longueur, et le petit $0^m,012$; ces palettes plongeaient de $0^m,010$ au plus dans l'eau; il y en avait toujours deux immergées; elles étaient au nombre de douze fixées à un cercle en cuivre relié par quatre bras à un petit arbre de rotation. La circonférence extérieure de la roue avait un rayon de $0^m,06$. Cet instrument (*fig.* 68, *Pl. V*) était enveloppé par une boîte en cuivre qui laissait dépasser les palettes de la quantité dont elles devaient s'enfoncer au-dessous de la surface liquide : les tourillons de l'axe de rotation étaient portés par les joues de cette boîte, et un petit engrenage plan servait à compter les tours, dont il transmettait le nombre dans le rapport de 4 à 1. On avait soin de renouveler souvent l'huile qui lubrifiait les tourillons et les dents de l'engrenage, de sorte que les frottements étaient réduits à une très-petite valeur. La tare de cet instrument, effectuée au moyen de flotteurs cylindriques en chêne pénétrant, comme les palettes, de $0^m,010$ dans l'eau, et embrassant la même largeur de $0^m,020$, a donné les résultats suivants :

TABLEAU N° LXXIII.

NUMÉROS d'ordre.	VITESSE du courant.	NOMBRE DE TOURS de la roue en 1 seconde.	VITESSE des palettes
	m		m
1	0,2469	0,2612	0,1083
2	0,3226	0,4596	0,1906
3	0,3636	0,5840	0,2422
4	0,3704	0,6060	0,2513
5	0,4255	0,7588	0,3147
6	0,4878	0,9144	0,3782
7	0,5263	1,0000	0,4147
8	0,625	1,1148	0,4623

Jusqu'aux vitesses $0^m,43$ de l'eau et $0^m,32$ des palettes, le nombre de tours de la roue est sensiblement proportionnel à la vitesse du courant, mais le rapport se complique pour les vitesses supérieures.

En définitive, la seule méthode qui nous paraisse sûre, dans l'usage des moulinets et de tout autre instrument hydrométrique dont les indications ne suivent pas une loi simple, générale et bien constatée, consiste à employer des courbes tracées à grande échelle et dont les coordonnées soient les indications de ces instruments et les vitesses des courants. On suppléera ainsi aux formules empiriques, source de nombreuses erreurs.

LIVRE SIXIÈME.

PREMIÈRE SECTION.

RÉSULTATS D'EXPÉRIENCE CONCERNANT LES LOIS DE LA DISTRIBUTION DES VITESSES DANS LES COURANTS LIQUIDES.

§ I.

DISPOSITIONS ADOPTÉES POUR LES EXPÉRIENCES FAITES A METZ EN 1845.

1. La connaissance des lois suivant lesquelles varient, depuis la surface jusqu'au fond du lit, et d'une rive à la rive opposée, les vitesses des particules liquides qui traversent une section déterminée d'un courant régulier, est la base essentielle des solutions exactes d'une quantité de problèmes importants, tels que la détermination de la résistance des parois au mouvement du fluide, la loi des actions impulsives produites sur les corps immergés, etc., et, par-dessus tout, au point de vue de la philosophie naturelle, l'étude des forces qui, liant entre elles les molécules ou groupes de molécules des liquides, président à la constitution de ces corps; car c'est, comme nous l'avons déjà remarqué, dans les mouvements des fluides non élastiques, et surtout de ceux où il ne reste que de faibles traces de viscosité, que les actions mutuelles des molécules s'exercent avec la plus grande indépendance d'influences étrangères.

Les résultats d'expériences relatifs aux lois de la distribution des vitesses dans les cours d'eau sont déjà nombreux, mais peu d'entre eux présentent un caractère de certitude et de constance suffisant pour conduire à des inductions précises, ce qui tient à l'imperfection des moyens d'observation, à l'influence perturbatrice des vents, soit d'amont, soit d'aval, que la plupart des observateurs ont négligée, et à celle des mouvements intérieurs anormaux que renferme le lit des rivières; enfin aux coudes, aux ponts, aux

exhaussements ou approfondissements brusques du fond et aux variations de la pente superficielle, qui produisent dans l'ordre des vitesses des modifications susceptibles d'être transmises, en s'affaiblissant, à d'assez grandes distances en amont et en aval de l'endroit où elles ont pris naissance. C'est ainsi que l'on peut s'expliquer les divergences d'opinions des ingénieurs les plus distingués (*), opinions fondées cependant sur les résultats d'observations directes. Ces résultats sont loin toutefois d'être inutiles, car ils fournissent des indications générales susceptibles d'applications et peuvent guider avantageusement les observateurs futurs dans leurs recherches. Nous ferons donc un exposé succinct de ceux au sujet desquels nous avons pu nous procurer les renseignements nécessaires; mais, auparavant, nous indiquerons les principaux moyens d'observation par lesquels nous avons facilité nos propres expériences.

2. *Premier établissement hydraulique.* — L'observatoire hydraulique construit en 1845 pour ces recherches (**) prenait les eaux dans le fossé du front Saint-Vincent de la place de Metz. Un grand canal les conduisait dans un réservoir rectangulaire en charpente à niveau constant, de 24 mètres carrés de superficie : ce réservoir alimentait le canal d'expériences en bois, à section rectangulaire, long de 46 mètres et large de $0^m,680$, aboutissant à un bassin de jauge en maçonnerie. Le fond de ce canal avait une pente de 1 millimètre par mètre.

Les flotteurs employés pour mesurer les vitesses superficielles étaient de

(*) Le lieu géométrique des points ayant pour coordonnées les distances verticales des filets liquides à la surface du courant et les vitesses respectives de ces filets, c'est-à-dire la représentation graphique de la loi des variations des vitesses sur chaque verticale d'une section, serait, suivant Woltmann, une parabole; d'après Funck, une logarithmique; d'après Gerstner, une ellipse; suivant Eytelwein, une ligne droite; enfin, suivant d'autres auteurs, elle se composerait de deux droites. Ces résultats si divers peuvent, en effet, se rencontrer dans le lit des rivières, mais aucun d'entre eux n'est exempt de causes anormales, et la loi fondamentale qui régit les phénomènes dus aux forces constitutives du liquide combinées avec l'action de la gravité ne peut être trouvée que dans des courants rectilignes dont la pente et les sections soient constantes.

(**) Des circonstances particulières et regrettables m'ont contraint de quitter, l'année suivante, l'emplacement favorable de cet établissement, pour construire plus loin un nouvel observatoire hydraulique décrit dans le XXXIIIe cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, et dans le livre Ier de cet ouvrage.

petits pains à cacheter, moyen exempt de toute cause perturbatrice; ils parcouraient une longueur de 3 mètres. Les vitesses à différentes profondeurs ont été observées en plaçant successivement au milieu de cette longueur, le tube hydrométrique tareur (12, livre V), l'hydrodynamomètre (10), et quelquefois un moulinet du système Laignel (5 et 14), rendu très-sensible par la construction du curseur et des ailettes que nous avons indiquée dans le livre précédent.

Il reste à faire connaître le procédé adopté pour régler le mouvement des courants dans le canal d'expériences.

3. *Établissement du régime permanent dans le canal d'expériences. Assimilation aux cours d'eau naturels réglés.* — J'ai employé tous les moyens compatibles avec les ressources dont je pouvais disposer, pour faire acquérir à ces mouvements le degré de régularité nécessaire au but que je me proposais, et qui était de me placer dans des circonstances telles, qu'il en sortît la certitude que les résultats obtenus seraient directement applicables aux parties régulières et à régime uniforme des cours d'eau naturels. Cette assimilation n'exigeait pas seulement une charge génératrice constante à l'origine du canal, mais encore un débouché convenable. Les hydrauliciens praticiens sont généralement portés à négliger les réactions qui peuvent s'opérer de l'aval à l'amont, et cependant de nombreuses observations m'ont appris que des circonstances, en apparence indifférentes, produisent dans les courants liquides des perturbations qui, loin de rester locales, s'étendent, en s'affaiblissant il est vrai, à des distances considérables vers l'amont; peut-être même au point de vue rigoureux, dans toute l'étendue de ces courants. Or, en considérant la force principale à laquelle est due la vitesse des cours d'eau, c'est-à-dire la pesanteur, on voit qu'elle agit sur toutes les molécules d'une même section avec une intensité égale et proportionnelle à la pente de la surface; mais si l'on vient à supprimer la portion d'aval d'un cours d'eau pour le faire déboucher par un orifice, les molécules de la section d'écoulement prennent nécessairement une accélération croissante avec leur distance à la surface, et il en résulte un véritable renversement de l'ordre naturel des vitesses. On comprend ainsi pourquoi Dubuat n'a obtenu un mouvement suffisamment uniforme que pour de faibles hauteurs d'eau, soit qu'il

produisît l'écoulement par un vannage ordinaire avec charge sur le sommet, soit qu'il dépensât le fluide par un déversoir :

« Enfin, dit-il, comme nous éprouvions toujours les mêmes difficultés à » régler le canal, nous adaptâmes au pertuis deux planches taillées selon » une certaine courbure propre à rendre l'orifice aussi étroit qu'on voulait » par le bas, et large au contraire par le haut : la dépense devenait par là » plus grande par le haut du pertuis que par le bas, à peu près dans » l'ordre naturel des vitesses d'une section libre.... Mais ce moyen » n'était pas encore parfait, parce qu'il aurait fallu faire varier les courbes » pour des expériences différentes. »

Il y a lieu de regretter que Dubuat n'ait point mis à profit, pour la suite de ses expériences, une idée aussi judicieuse, et qu'il n'ait pas cherché à en établir la théorie, ce qui lui aurait permis de « faire varier les courbes » pour des expériences différentes. » Il y a là, pour l'hydraulique pratique, tout un champ de considérations nouvelles et utiles que nous voudrions pouvoir étudier complétement. Disons, en attendant, la solution approximative que nous avons adoptée.

Le problème que l'on doit se proposer de résoudre, dans un appareil d'expérimentation, est de limiter la perturbation des vitesses à une petite étendue du courant liquide : voyons d'abord comment, en général, elle se propage en amont du débouché. Les tranches horizontales inférieures de la section d'écoulement dépensant plus d'eau qu'il n'en passe par les tranches correspondantes de la section voisine dans le canal, s'alimentent nécessairement aux dépens des tranches supérieures de cette section, d'où il résulte une dépression dans la masse, c'est-à-dire une pente à la surface; en vertu de cette pente, les molécules de la section suivante reçoivent une accélération de vitesse; les tranches horizontales de cette seconde section du canal dépensent donc plus que les tranches de même hauteur de la troisième, d'où il résulte une nouvelle dénivellation plus faible que la précédente, parce que la différence de vitesse des tranches de même hauteur n'est due qu'à cette première dénivellation et aux actions mutuelles des particules liquides : c'est ainsi que s'engendre la courbure de la surface et la communication, de proche en proche, des changements de vitesse occasionnés par les orifices d'écoulement. Si donc on fait en sorte que les diverses tranches

horizontales de l'orifice d'aval dépensent la même quantité d'eau qu'il en passe par les tranches de même hauteur dans le canal, les molécules liquides suivront toutes des chemins parallèles entre eux et à la pente naturelle du courant, qui se maintiendra jusqu'au pertuis; quant aux changements de vitesse, ils se produiront brusquement dans le voisinage immédiat de l'orifice, ou au moins dans l'étendue du raccordement de celui-ci avec les parois du canal.

Cela posé, soient :

h la profondeur du courant réglé;
$2l$ sa largeur;
2λ celle de la tranche de l'orifice, qui est située à une hauteur z en dessous de la surface;
u la vitesse moyenne dans cette tranche;
w la vitesse moyenne dans la tranche correspondante du canal;

la condition fondamentale sera, dans l'hypothèse d'un raccordement qui annule la contraction,

$$2\lambda.dz.u = 2l.dz.w$$

ou

$$\lambda = l\frac{w}{u}.$$

Il reste à exprimer la vitesse u en fonction de w et de la charge z sur la tranche considérée; mais ici se présentent plusieurs questions non encore résolues : Quelle est la hauteur due à la vitesse moyenne d'écoulement, quand le fluide arrive vers l'orifice avec une vitesse initiale comparable à la charge statique? Quelles sont les pertes de force vive qui résultent des changements de vitesse aux abords de l'orifice? Comment les diverses tranches horizontales, que nous considérons ici isolément, réagissent-elles les unes sur les autres? On sent que ce sont des questions essentiellement physiques, dans lesquelles l'expérience et l'observation des phénomènes doivent précéder le calcul. Il aurait fallu, pour les résoudre, y consacrer tout le temps disponible de la première année, et j'ai cru devoir marcher directement au but principal de ces recherches. A cet effet, j'ai évalué l'influence de la vitesse w par le principe des forces vives, sauf à tenir compte, en appliquant un coeffi-

cient, des phénomènes particuliers à la question : ainsi j'ai posé

$$u = \sqrt{w^2 + 2gz},$$

d'où

(1)
$$\lambda = l \frac{1}{\sqrt{1 + 2g\frac{z}{w^2}}};$$

et comme les erreurs doivent principalement porter sur le terme relatif à la vitesse w, c'est ce terme que j'ai affecté d'un coefficient de correction $\frac{1}{a^2}$. On voit que la formule (1) introduit, dans le tracé du pertuis régulateur, la loi de variation des vitesses du cours d'eau sur la verticale, et si j'avais connu cette loi, $w = \varphi(z)$, l'équation de la courbe du pertuis eût été

$$\lambda = l \frac{1}{\sqrt{1 + 2g\frac{z}{[a\varphi(z)]^2}}}.$$

Mais, dans l'état de nos connaissances, il fallait procéder par approximations successives. La marche suivie dans ce but consistait à placer un premier pertuis tracé d'après l'hypothèse de la loi parabolique $v = A - Bz^2$ admise par plusieurs auteurs ; les coefficients A et B ont été déterminés en calculant, à priori, la vitesse à la surface et au fond du courant, résultant de la pente et de la section d'après les formules usitées, et en substituant de plus aux vitesses moyennes w dans chaque tranche horizontale, les vitesses v du centre de ces tranches.

Les valeurs de λ, calculées par la formule (1) non corrigée, donnaient un orifice d'écoulement trop étroit, et, par suite, une vitesse trop faible du courant : en agrandissant par tâtonnements cet orifice jusqu'à ce que les flotteurs indiquassent une vitesse superficielle convenable, j'arrivais à un premier règlement du cours d'eau ; ensuite je faisais une série d'expériences avec l'hydrodynamomètre dans la verticale du milieu de ce courant. Cela posé, remarquons que les indications de cet instrument donnaient seulement les quantités $\sqrt{f\frac{l}{L}} = Nv$ (**11**, livre V) ; admettant que les vitesses moyennes w soient dans un rapport constant N′ avec les vitesses v du milieu de

chaque tranche, on a

$$\sqrt{f\frac{l}{L}} = \frac{N}{N'}w = kw,$$

d'où

$$\lambda = l\frac{1}{\sqrt{1+2g\frac{k^2}{a^2}\cdot\frac{z}{f\frac{l}{L}}}}.$$

Il était évident que les valeurs de λ données par cette formule ne seraient pas les mêmes que celles obtenues par le tâtonnement précédent, mais on pouvait admettre que la largeur λ' du fond du pertuis ne changerait que d'une quantité négligeable, attendu que les vitesses de fond d'un cours d'eau ne sont que faiblement influencées par les petites variations de son régime; l'expérience m'a d'ailleurs appris que la portion de la loi $v = \varphi(z)$, à laquelle elles appartiennent, peut être remplacée approximativement par une parabole : j'ai donc pu poser

$$\lambda' = l\frac{1}{\sqrt{1+2g\frac{k^2}{a^2}\frac{h}{f'\frac{l}{L}}}};$$

d'où j'ai déduit le coefficient total $\frac{k^2}{a^2} = m$ et la formule définitive

$$\lambda = l\frac{1}{\sqrt{1+2g.m.\frac{z}{f\frac{l}{L}}}}.$$

Le tracé qui en résultait étant basé sur des valeurs de $f\frac{l}{L}$ obtenues dans un courant imparfaitement réglé, il aurait fallu à la rigueur déterminer une nouvelle série de valeurs de $f\frac{l}{L}$ avec ce second pertuis, et en déduire le tracé définitif; mais j'ai reconnu que celui-ci différait assez peu du précédent pour que cette dernière opération ne fût pas nécessaire. Nous donnerons maintenant le détail des calculs pour un courant de $0^m,348$ de profondeur, qui est le plus important de ceux que nous avons expérimentés. La largeur du canal

étant $0^m,680$, le rayon moyen correspondant à la profondeur $0^m,348$ est $R = 0,172$; avec la pente de 1 millimètre par mètre on $I = 0,001$, on a $RI = 0,000172$; d'où, par la Table de Prony, la vitesse moyenne $U = 0^m,67$, et, par suite, la vitesse au milieu de la surface $V = 0^m,83$; enfin, la vitesse de fond, d'après les expériences de Dubuat, égale $0^m,51$; la loi hypothétique des vitesses de ce courant était donc

$$v = 0^m,83 - 2,64\,z^2,$$

et, par suite, l'équation théorique du profil du pertuis

$$\lambda = 0^m,34 \frac{1}{\sqrt{1 + 19,62 \dfrac{z}{(0,83 - 2,64z^2)^2}}},$$

représentée par la courbe *abcd* (*fig.* 69, *Pl. V*).

Le tâtonnement opéré sur le terrain a conduit à augmenter toutes les valeurs de λ, de façon que la demi-largeur λ' du fond du pertuis a dû être portée à $0^m,126$, ou à peu près doublée. Le second tracé est d'ailleurs représenté par la courbe *ab'c'd'*. Cela fait, et le pertuis étant établi suivant ce second tracé, les indications de l'hydrodynamomètre plongé dans la verticale du milieu du courant ont fait reconnaître que les valeurs de $\sqrt{f\frac{l}{L}}$ obtenues entre le fond et une certaine distance de la surface, pouvaient être regardées comme les ordonnées d'une parabole dont l'équation était

$$\sqrt{f\frac{l}{L}} = 0,0597 - 0,215\,z^2;$$

en faisant dans cette équation $z = 0^m,348$, on obtient, pour la valeur correspondante approximativement à la vitesse de fond,

$$\sqrt{f\frac{l}{L}} = 0,0337 \quad \text{ou} \quad f\frac{l}{L} = 0,00114.$$

On avait donc, pour déterminer le facteur $\frac{k^2}{a^2}$, la relation

$$0^m,126 = 0^m,34 \frac{1}{\sqrt{1 + 19,62 \dfrac{k^2}{a^2} \dfrac{0,348}{0,00114}}},$$

qui donne

$$\frac{k^2}{a^2} = 0,00105.$$

Ainsi, l'équation du tracé du pertuis régulateur était, en définitive,

$$\lambda = 0,34 \frac{1}{\sqrt{1 + 0,0206 \frac{z}{f\frac{l}{L}}}}.$$

Substituant, dans cette équation, les différentes valeurs de $f\frac{l}{L}$ données par l'hydrodynamomètre dans la série d'essais précitée, on a obtenu les valeurs suivantes de λ:

TABLEAU N° LXXIV.

z	$f\frac{l}{L}$	λ
m	m	m
0,000	»	0,340
0,042	0,00317	0,300
0,072	0,00341	0,282
0,142	0,00306	0,242
0,192	0,00262	0,215
0,242	0,00209	0,184
0,292	0,00186	0,165
0,312	0,00176	0,157
0,332	0,00137	0,139
0,348	»	0,126

La courbe $aBcd'$, construite d'après ces valeurs, est le tracé définitif du *pertuis régulateur*. Nous ajouterons que l'orifice ainsi déterminé était relié aux parois du canal en amont par un raccordement arrondi en terre glaise.

§ II.

RECHERCHE DE LA LOI DES VITESSES DANS LA PROFONDEUR DES COURS D'EAU.

1°. *Canaux à régime uniforme.*

4. *Expériences de l'année* 1845. *Première série.* — L'air étant calme (*), sa température étant de 19 degrés centigrades et celle du liquide de 20 degrés; la profondeur du courant étant $0^m,348$ et la vitesse du filet central à la surface $0^m,823$ par seconde, j'ai établi l'hydrodynamomètre dans la verticale du milieu de la largeur $0^m,680$ de ce courant. L'observation des flexions du ressort elliptique pour diverses positions de la palette a conduit aux résultats suivants :

TABLEAU. N° LXXV.

NUMÉROS des expériences.	DISTANCE DU CENTRE de la palette à la surface. z	FLEXION DU DYNAMOMÈTRE rapportée au centre de la palette. $f\frac{l}{L}$	QUANTITÉ proportionnelle à la vitesse. $\sqrt{f\frac{l}{L}}$
	m	m	
1	0,332	0,00140	0,0374
2	0,312	0,00155	0,0392
3	0,292	0,00169	0,0411
4	0,272	0,00185	0,0430
5	0,242	0,00206	0,0454
6	0,192	0,00243	0,0493
7	0,172	0,00258	0,0508
8	0,142	0,00281	0,0530
9	0,092	0,00298	0,0546
10	0,062	0,00305	0,0551
11	0,042	0,00284	0,0533
12	0,032	0,00271	0,0520
13	0,022	0,00249	0,0499
14	0,012	0,00211	0,0459

Avant d'adopter ces résultats, j'ai dû m'assurer de la continuité de la loi

(*) Cette circonstance indispensable s'est présentée très-rarement, en 1845, dans la localité et à l'époque où se faisaient les expériences, ce qui ne nous a point permis de les étendre suivant notre projet.

de résistance $R = k\delta A v^2$ du liquide, car, malgré le silence des différents auteurs à cet égard, il était naturel de penser qu'en approchant du fond et de la surface, le coefficient k et, par suite, la tare de l'hydrodynamomètre seraient sujets à quelques changements.

L'observation attentive des phénomènes m'a conduit à plusieurs conséquences relatives à la question de la résistance des milieux fluides, qui seront développées dans un chapitre spécial; je me borne à énoncer ici celles qui se rapportent directement à l'usage de l'instrument hydrométrique. Lorsque le centre de la palette se trouvait à 0m,032 (expérience n° 12) de la surface du courant, celle-ci était légèrement soulevée par les mouvements moléculaires qui s'effectuaient autour de la palette; cette distance diminuant, la sphère d'activité des mouvements de déviation des molécules émergeait de plus en plus, et l'on pouvait observer la nature de ces mouvements, ainsi que la forme de leur enveloppe. Par un moyen simple qui sera expliqué plus loin, j'ai constaté que l'une et l'autre étaient, dans leur généralité, les mêmes qu'à de plus grandes profondeurs au-dessous de la surface. Il y avait donc lieu de penser que les indications de l'hydrodynamomètre étaient comparables entre elles jusqu'à l'expérience n° 12, et qu'à partir de ce point l'émersion de la sphère d'activité des mouvements moléculaires, bientôt suivie de phénomènes remarquables que nous décrirons, apportait une modification dans la loi de résistance. Quant à ce qui avait lieu aux approches de la paroi inférieure, comme j'ai reconnu que l'amplitude de la sphère des déviations diminuait avec la vitesse du courant, les résultats devaient être continus jusqu'à une très-petite distance du fond, car dans cette région les vitesses décroissent rapidement.

On était donc fondé à adopter les résultats du tableau précédent jusqu'à celui de l'expérience n° 12; il en résultait que la plus grande vitesse du courant, loin d'être à la surface, se trouvait à 0m,064 en dessous, ou à peu près au $\frac{1}{5}$ de la profondeur totale.

Pour vérifier ce résultat et obtenir des points de la courbe plus rapprochés de la surface, j'ai employé le moulinet à vis et à curseur disposé comme il a été dit précédemment. Ayant dû donner à la somme des deux ailettes une longueur de 0m,029 sur 0m,014 de large pour rendre l'instrument suffisamment sensible, je ne pouvais regarder les indications de cet instrument

comme correspondantes, point par point, à celles de l'hydrodynamomètre, dont la palette n'avait que $0^m,020$ horizontalement sur $0^m,010$ de hauteur ; mais la courbe dont les coordonnées représentent le nombre de tours du moulinet par seconde, et les abscisses, la distance de son axe de rotation à la surface, indiquait la marche des vitesses du courant. Cette courbe place le maximum de ces vitesses au même lieu que la précédente et accuse une décroissance assez rapide depuis ce point jusqu'à la surface.

Ces notions étant obtenues, on a procédé à la tare des instruments.

5. *Tare du tube hydrométrique.* — L'appareil était composé d'un simple tube de verre lié par le milieu de sa longueur à une règle verticale en bois amincie dans le sens du courant, et qui ne pouvait troubler la marche des molécules liquides à l'endroit où aboutissait l'entrée effilée du tube. On avait tracé sur la face de cette règle une ligne droite qui se trouvait dans la direction du fil à plomb, lorsque l'axe du tube était horizontal. Le diamètre intérieur de ce tube était de $5^{mm},98$ et celui de son orifice d'entrée $1^{mm},83$ en moyenne. L'effilement d'amont avait une longueur de $0^m,030$, le premier repère se trouvait à $0^m,140$ de l'entrée et le second à $0^m,500$ du premier; ces repères étaient deux fils de soie noire enroulés extérieurement suivant un cercle normal à l'axe du tube; l'observateur se plaçait toujours verticalement au-dessus de chaque repère, le temps était mesuré au moyen d'un chronomètre pointeur à cinquièmes de seconde, appartenant à l'École d'Application. En opérant comme il a été dit dans le livre précédent, à la surface de différents courants, j'ai obtenu les résultats ci-après :

TABLEAU N° LXXVI.

TEMPS EMPLOYÉ par la bulle d'air pour parcourir une longueur de $0^m,50$.	VITESSE DE RÉGIME correspondante dans le tube u	VITESSE CORRESPONDANTE des flotteurs sphériques. v
s	m	m
11,0	0,0454	0,600
9,5	0,0526	0,666
8,4	0,0595	0,731
8,0	0,0625	0,750
7,4	0,0675	0,806
7,2	0,0693	0,833

résultats qui sont représentés, avec une approximation suffisante, par la relation simple

$$v = 0^m,1755 + 9,332\,u.$$

J'ai fait en 1848, dans le second de mes établissements hydrauliques, avec un tube dont le diamètre et celui de l'orifice d'entrée étaient respectivement $6^{mm},0$ et $2^{mm},6$, des expériences dans lesquelles la vitesse v du courant a varié de $0^m,30$ à $0^m,40$. Les résultats satisfont à la relation

$$v = 0^m,1201 + 4.033\,u.$$

6. *Tare de l'hydrodynamomètre.* — Le tube employé en 1845 étant taré pour les vitesses que j'avais à considérer dans les expériences de cette année, je l'ai plongé dans le courant réglé de $0^m,348$ de hauteur, à des profondeurs croissantes sur la verticale du milieu, c'est-à-dire à l'emplacement qu'avait occupé auparavant l'hydrodynamomètre, et j'ai obtenu les résultats suivants :

TABLEAU N° LXXVII.

DISTANCE DE L'AXE DU TUBE à la surface du courant.	VITESSE u de la bulle d'air.	VITESSE v correspondante du courant.
m	m	m
0,004	0,0704	0,832
0,024	0,0725	0,851
0,044	0,0741	0,867
0,064	0,0746	0,871
0,084	0,0743	0,868
0,104	0,0735	0,861

La courbe dont les coordonnées sont les distances à la surface et les vitesses aux points considérés, présente une continuité remarquable. En outre, elle place le maximum de vitesse à la même profondeur que le moulinet et l'hydrodynamomètre, ce qui ne laisse aucun doute sur la position de ce maximum.

Pour achever la tare de l'hydrodynamomètre, j'ai construit à une grande échelle la courbe dont il s'agit, ainsi que celle qui est la traduction des observations précédemment rapportées et faites avec l'instrument à tarer; puis, en ne prenant, dans cette dernière courbe, que la partie correspondante aux expériences où la petite palette était assez éloignée de la surface pour qu'il n'y eût point d'anomalie possible, j'ai comparé, comme il suit, les vitesses de l'eau et les indications de l'instrument correspondantes aux mêmes points du courant :

TABLEAU N° LXXVIII.

DISTANCE DES POINTS considérés du courant à sa surface. z	VALEUR DE $\sqrt{f\frac{l}{L}}$ ou Cv, donnée par l'hydrodynamomètre.	VITESSES OBSERVÉES au moyen du tube hydrométrique. v	RAPPORT de ces quantités. $\frac{1}{C}$
m 0,052	0,0545	0,8700	15,96
0,062	0,0551	0,8710	15,80
0,072	0,0551	0,8700	15,79
0,082	0,0550	0,8685	15,79
0,092	0,0546	0,8655	15,85
0,102	0,0543	0,8620	15,87
	Moyenne..................		15,84

7. *Loi de variation des vitesses sur la verticale du milieu d'un courant réglé.* — En joignant les vitesses fournies par le tube hydrométrique et le flotteur à celles qui résultent, d'après cette tare, des indications de l'hydrodynamomètre à partir du point de la profondeur du courant où la palette cessait d'en soulever la surface, j'ai obtenu la série suivante :

TABLEAU N° LXXIX.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCES à la surface. z	VITESSES du courant. v
1	m 0,000	m 0,823
2	0,052	0,870
3	0,062	0,871
4	0,072	0,870
5	0,082	0,868
6	0,092	0,865
7	0,102	0,862
8	0,142	0,839
9	0,172	0,805
10	0,192	0,781
11	0,242	0,719
12	0,272	0,681
13	0,292	0,651
14	0,312	0,621
15	0,332	0,592

La courbe BMFD (*fig.* 70, *Pl. VII*) représente la loi de ces variations; le maximum de vitesse est en un point M situé à $0^m,065$ en dessous de la surface du courant, c'est-à-dire un peu au-dessus de $\frac{1}{5}$ de sa profondeur $0^m,348$; cette plus grande vitesse est $0^m,872$; celles des points situés entre celui-ci et le fond peuvent être représentées approximativement par la relation

$$v = 0^m,878 - 2,615z^2.$$

Cette parabole est la ligne ponctuée C*a*FD. Entre le point F situé à $0^m,180$ en dessous de la surface, et le point d'intersection *a* des deux courbes, qui est très-voisin de celui où a lieu le maximum de vitesse, les deux lieux géométriques diffèrent sensiblement; toutefois le plus grand écart entre la loi parabolique et la loi observée n'est que de $\frac{1}{85}$.

Avant d'exécuter cette série d'expériences, j'en avais fait une autre dans la verticale du milieu d'un courant réglé, de $0^m,206$ de profondeur; mais l'hydrodynamomètre était armé d'une palette de $0^m,030$ de largeur horizontale sur 0,015 de hauteur : des observations comparatives analogues aux précédentes ont donné, pour la valeur correspondante du rapport $\frac{1}{C}$, 11,487. Le tableau suivant contient les résultats de ces opérations :

TABLEAU N° LXXX.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCES à la surface z	VITESSES v	MOYENS d'observation employés
	m	m	
1	0,000	0,592	Flotteur.
2	0,014	0,600	Tube hydrométrique.
3	0,024	0,604	*Id.*
4	0,034	0,611	*Id.*
5	0,044	0,615	*Id.*
6	0,054	0,615	*Id.*
7	0,064	0,611	*Id.*
8	0,070	0,606	Hydrodynamomètre.
9	0,080	0,600	*Id.*
10	0,100	0,583	*Id.*
11	0,150	0,526	*Id.*
12	0,170	0,508	*Id.*
13	0,190	0,475	*Id.*

En traçant la courbe dont les coordonnées sont v et z, on voit que le maximum de vitesse est situé à $0^m,050$ en dessous de la surface du courant, ou à peu près au quart de sa profondeur; cette vitesse est $0^m,616$, elle peut être représentée approximativement, ainsi que celles des points situés en dessous de celui où elle a lieu, par la relation empirique

$$v = 0^m,627 - 4,283 z^2.$$

Il est donc bien établi que :

1°. Dans le thalweg d'un canal rectangulaire à régime uniforme, le maximum de vitesse est situé, non point à la surface, mais à une profondeur qui est une partie aliquote plus ou moins considérable de la profondeur totale du courant;

2°. En dessous de ce point, les variations des vitesses sont à peu près proportionnelles aux différences des carrés des distances à la surface;

3°. Les décroissements de la vitesse depuis le même point jusqu'à la surface liquide, ne suivant pas la même loi, doivent être attribués à une cause soit nouvelle, soit devenue prépondérante sur celle qui produit les variations des vitesses vers le fond du lit. Cette cause ne saurait être uniquement la résistance de la couche d'air en contact avec la surface liquide, agissant comme la paroi d'un tuyau, car la mobilité de cette couche d'air ne permet pas de lui attribuer une influence retardatrice aussi grande que celle qui est accusée par le décroissement rapide des vitesses dans la partie supérieure du courant (*).

Résultats d'expériences relatifs à divers cours d'eau. — Considérant toujours la variation des vitesses sur les verticales, ou dans la profondeur des courants, nous examinerons maintenant les résultats des observations effectuées en France par divers ingénieurs, en employant des moulinets, résultats qui sont les plus récents et ont d'ailleurs été obtenus avec des instruments d'une construction plus perfectionnée que ceux qui avaient servi pour les observations antérieures, telles que celles de Fünck et de Brünings (**).

(*) On trouvera plus loin des compléments à cette observation.

(**) Nous aurions toutefois étudié avec le plus grand interêt les résultats de ces observations, si

8. M. l'ingénieur Défontaine a effectué des observations de vitesses sur quatre verticales équidistantes dans une section du Rhin, dont la profondeur variait peu à partir du pied du talus des rives, en employant un moulinet de Woltmann à ailettes planes dont le centre décrivait une circonférence de $0^m,137$ de diamètre, ce qui fait supposer un diamètre total de près de $0^m,200$. Les courbes ayant pour coordonnées les distances de l'axe du moulinet à la surface du courant et les vitesses de l'eau aux points correspondants, sont irrégulières pour deux de ces séries; elles témoignent, par leur forme, de l'influence d'un vent soufflant d'amont. La troisième série est plus continue, mais ne présente point de loi bien déterminée; enfin la quatrième, prise comme celle-ci à 15 mètres du milieu du courant, peut être représentée par un arc de parabole dont l'équation est

$$v = 1^m,226 - 0,175 z^2.$$

Mais avant d'adopter avec M. Daubuisson (*) ce résultat comme exprimant la loi approximative de la variation des vitesses, il faut observer que le vent d'amont, quoique son influence se manifeste beaucoup moins que dans deux des séries dues au même ingénieur, a pu encore modifier les vitesses dans la partie supérieure du courant.

De plus, en écartant même cette considération, nous ferons remarquer que la profondeur du courant était de $1^m,50$ seulement, et que, par conséquent, le moulinet embrassait une hauteur égale à $\frac{1}{8}$ au moins de cette profondeur. Il ne pouvait donc accuser les variations des vitesses dans la région voisine de la surface où ces vitesses peuvent décroître, comme nous l'avons vu précédemment. Enfin, dans les expériences de M. Défontaine, les vitesses superficielles ont été obtenues au moyen de flotteurs parcourant une longueur de 60 mètres, d'où il résulte que, très-probablement, ces flotteurs ne fournissaient qu'une sorte de moyenne vitesse et non point, précisément, celle qui avait lieu au sommet de la verticale le long de laquelle on a fait fonc-

---

nous avions pu les connaître dans tous leurs détails. Mais malheureusement les divers auteurs dont nous avons lu les ouvrages n'en donnent que des résumés.

(*) *Traité d'Hydraulique*, 2e édition, 1840, page 178.

tionner le moulinet. Nous ne pouvons donc adopter la relation précédente, avec quelque certitude, que comme représentant le décroissement de la vitesse en dessous du point où elle était la plus grande.

9. *Observation générale.* — Enfin, il est important de remarquer que, si l'on admettait qu'en l'absence de toute cause perturbatrice, ce point pût être rigoureusement à la surface du courant, il faudrait admettre en même temps que la résistance de la couche d'air contiguë n'aurait aucune influence et que, par conséquent, lorsqu'on observe un décroissement de vitesse vers la surface, ce décroissement serait dû à des causes inhérentes à la constitution même du liquide en mouvement.

10. M. le colonel d'artillerie Hennocque a fait également sur un bras du Rhin, près de Strasbourg, pendant l'année 1839, plusieurs séries d'expériences inédites qu'il a bien voulu nous communiquer en 1846. L'appareil hydrométrique employé par cet officier se composait d'un grand châssis vertical de 3 mètres de hauteur, formé de lames minces de fer taillées en biseau vers l'amont et portant cinq axes de rotation horizontaux ; sur chacun de ces axes on avait fixé, en amont du châssis, une hélice en tôle, et en aval une bobine autour de laquelle s'enroulait un fil de soie bien tendu dont l'extrémité opposée faisait tourner une autre bobine située hors de l'eau, sur l'entretoise supérieure du châssis. On comptait le nombre de tours de ces dernières bobines et l'on en déduisait celui des hélices, qui étaient identiques entre elles ; de sorte qu'on obtenait, à chaque station, les vitesses de cinq points de la hauteur du courant liquide.

Les expériences ont été faites à diverses reprises, mais on a noté la direction et indiqué l'intensité du vent.

En construisant des courbes ayant pour coordonnées les hauteurs z et les vitesses v, fournies par les observations de M. Hennocque, faites sur diverses verticales, nous en avons déduit les conséquences suivantes :

	Position du maximum de vitesse
1°. et 2°. Temps calme ou brise légère d'aval.	Environ au cinquième de la profondeur du courant.
3°. Vent fort d'aval....................	Un peu au-dessous du milieu de la profondeur.
4°. Vent fort d'amont..................	A la surface du courant.

11. *Influence de l'intensité et de la direction du vent.* — Les deux pre-

miers de ces résultats s'accordent avec ceux que nous avons obtenus dans notre canal à section rectangulaire; le troisième est conforme à celui des observations du colonel Raucourt sur la Néva, et le quatrième à ceux qu'a obtenus M. l'ingénieur Défontaine sur le Rhin. Ainsi s'expliquent des différences qui paraissaient contradictoires et qui prouvent une fois de plus combien il est important, non-seulement de ne négliger aucune des circonstances dans lesquelles se font les observations, mais encore de s'imposer la loi de les relater avec une scrupuleuse exactitude.

Une circonstance remarquable du tracé des lieux géométriques représentant les expériences faites par M. Hennocque sous l'influence d'un vent violent d'amont, circonstance qui se produit également pour deux des quatre séries de M. Défontaine, c'est que ces lignes, après s'être courbées en un certain point, comme pour placer le maximum de vitesse en dessous de la surface liquide, s'infléchissent en sens contraire pour reporter, sous l'empire du vent, ce maximum à la surface. Voici d'ailleurs les résultats numériques relatifs à ce cas :

TABLEAU N° LXXXI.

z	v
Première série.	
m	m
0,00	0,455
0,20	0,428
0,60	0,410
0,90	0,382
1,50	0,301
Seconde série.	
0,05	0,519
0,45	0,483
0,85	0,483
1,25	0,437
1,75	0,317

En l'absence du vent, la loi parabolique se manifeste encore sur la partie

de la hauteur du courant qui est en dessous du point où la vitesse est la plus grande. L'appareil précité du colonel Hennocque étant placé à peu près au milieu de la largeur du fleuve dont la profondeur, peu variable, était en cet endroit de $2^m,45$, on a obtenu la série suivante, dont le premier terme est donné par les flotteurs :

Tableau N° LXXXII.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCE A LA SURFACE. z	VITESSES OBSERVÉES. v
	m	m
1	0,000	0,675
2	0,150	0,765
3	0,550	0,802
4	0,950	0,747
5	1,350	0,702
6	1,950	0,574

La courbe représentant la loi de variation de ces vitesses indique que la plus grande d'entre elles était à $0^m,400$ en dessous de la surface et avait pour valeur $0^m,809$; la partie de cette courbe qui est située au-dessous de la position du maximum de vitesse peut être représentée approximativement par l'équation

$$v = 0^m,821 - 0,0652\, z^2.$$

12. *Expériences spéciales relatives à l'influence du vent sur les vitesses.* — Reprenant ce qui concerne l'influence du vent, sur laquelle nous croyons devoir insister, nous rapporterons encore une série d'expériences que nous avons faites en 1845 pour constater cette influence, dont les hydrauliciens s'étaient jusqu'alors très-peu préoccupés. Nous avons employé le moulinet à vis et à curseur très-léger dont il a déjà été question. Le vent soufflait d'amont avec une intensité inégale et nous avons dû renoncer à mesurer la vitesse à la surface du courant.

TABLEAU N° LXXXIII.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCE à la surface.	NOMBRE DE TOURS du moulinet par seconde.	INTENSITÉ du vent
1	»	9,13	Moyenne.
2	0,015	9,57	Forte.
3	»	9,70	Très-forte.
4	0,030	9,43	Moyenne.
5	0,045	9,87	Moyenne.
6	0,060	9,62	Moyenne.
7	0,080	9,53	Forte.
8	0,100	9,47	Forte.
9	»	8,17	Moyenne.
10	0,150	8,73	Forte.
11	»	8,60	Forte.
12	»	8,50	Très-forte.
13	0,200	7,80	Faible.
14	»	8,47	Forte.
15	»	7,30	Faible.
16	0,250	7,33	Moyenne.
17	0,300	6,17	Faible.

De ces résultats on peut tirer les conséquences suivantes :

Malgré le trouble apporté, sur toute la profondeur du courant, dans la distribution des vitesses, par l'influence du vent, et proportionnellement à son intensité, il se manifeste encore une tendance très-sensible au décroissement de ces vitesses vers la surface liquide. Cependant la couche d'air contiguë à cette surface, marchant dans le même sens qu'elle, ne pouvait plus opposer à son mouvement qu'une résistance bien faible, sinon nulle ou négative. C'est donc principalement dans les actions mutuelles qui lient entre elles les particules liquides, et dans les mouvements obliques ou rotatoires qui résultent, sous l'influence de ces forces, de la différence des vitesses des particules voisines, qu'il faut surtout chercher l'explication des phénomènes de décroissement de vitesse aux approches de la surface des courants. On conçoit en effet que ces mouvements obliques, produisant des forces vives transversales, diminuent, suivant certaines lois générales, les forces vives de translation que peuvent accuser les instruments hydrométriques.

15. M. Baumgarten a fait, depuis l'année 1837 jusqu'à l'année 1846, dans le lit de la Garonne, près de Marmande, un très-grand nombre d'observations de vitesses d'autant plus difficiles, que le courant était rapide et profond. Les moulinets employés étaient ceux dont nous nous sommes occupé dans le livre précédent (4 et 11). Ces expériences sont rapportées dans le Mémoire de M. Baumgarten, que nous avons plusieurs fois cité. L'auteur a bien voulu nous communiquer tous les détails des résultats obtenus, et nous avons construit les courbes qui relient entre eux ces résultats sur chaque verticale des sections du fleuve, en prenant pour coordonnées les distances z des points considérés de ces verticales à la surface du courant, et les vitesses v correspondantes. Le caractère général de la figure du lit, dans les différentes sections transversales où M. Baumgarten a opéré, est celui d'un triangle dont la base, c'est-à-dire la largeur superficielle du fleuve, serait de 15 à 45 fois la hauteur, et dont les côtés seraient les deux talus des rives, l'un ayant une inclinaison de un de hauteur sur un et demi à trois de base, l'autre présentant une pente très-douce et très-allongée, circonstance qui indique que, dans l'étendue où les observations ont été faites, le cours du fleuve n'était point rectiligne. La plus grande vitesse sur chaque verticale se trouve beaucoup plus souvent à la surface qu'au-dessous. Cependant, dans une des sections où les expériences ont été très-multipliées (*), le maximum de vitesse est presque partout situé en dessous de la surface; et, dans une autre, cette circonstance a lieu sur le tiers environ de la largeur du fleuve, sans qu'il soit possible d'en trouver une explication dans les profondeurs ou les vitesses du courant. Faut-il attribuer les premiers faits à l'influence de vents d'amont, ou les seconds à celles de vents d'aval? Sont-ce les variations de la pente superficielle qui occasionnent les différences de position du maximum de vitesse, de sorte qu'il serait à la surface dans les endroits où la pente augmente, et en dessous lorsqu'elle diminue? C'est ce que les indications fournies par l'auteur des expériences ne permettent pas de décider. En toute hypothèse, on voit que la considé-

(*) Cette section a 99 mètres de largeur superficielle. Dans une partie, de 35 mètres de large, la profondeur, par exception, s'écarte peu de $2^m,80$; le maximum de vitesse est au-dessous de la surface dans la portion variable comme dans celle-ci

ration de la résistance, ou, suivant l'expression usitée, du frottement de la couche d'air en contact avec la surface, est loin de suffire pour déterminer la position du maximum de vitesse.

En examinant les courbes dont il s'agit, j'ai remarqué qu'elles présentent généralement, en un certain point de la profondeur du courant, une inflexion, une sorte de coude, peu prononcé il est vrai, mais évident; de façon qu'on pourrait les comparer, sous ce rapport, à une branche d'hyperbole très-ouverte dont le sommet correspond au maximum de vitesse quand la partie supérieure de cette courbe, au lieu d'être penchée vers l'aval, comme cela a lieu dans la plupart des cas, s'incline au contraire vers l'amont du courant. Quelquefois cette portion supérieure devient verticale en approchant de la surface liquide, de sorte que les vitesses sont à peu près constantes sur une certaine hauteur. Enfin, lorsque la plus grande vitesse se trouve à une certaine distance au-dessous de la surface, le rapport de cette distance à la profondeur totale du courant, sur la verticale considérée, varie peu, de sorte que le maximum de vitesse est tantôt un peu en dessous et tantôt, mais plus souvent, un peu au-dessus du tiers de la hauteur d'eau.

Pour savoir si la loi parabolique approximative

$$v = A - Bz^2 \qquad (1)$$

s'appliquait encore ici, j'ai, de la construction des courbes précitées, déduit les vitesses v, quand celles qui étaient données par le moulinet présentaient des anomalies; puis j'ai construit, pour chaque série, les points ayant pour coordonnées v et z^2. Les lignes géométriques continues qui relient ces points entre eux présentent une courbure très-prononcée à partir de celui qui correspond à la surface liquide, jusqu'à celui qui correspond à l'inflexion que nous venons de signaler; en dessous de ce dernier point jusqu'au fond du lit, le lieu géométrique dont il s'agit actuellement présente encore une légère courbure : ainsi la loi parabolique n'a point lieu exactement, même dans cette région; mais quelquefois, et principalement lorsque le maximum de vitesse est en dessous de la surface, la courbure dont il s'agit est assez peu prononcée pour qu'il soit facile de tracer une ligne droite moyenne s'écartant très-peu des points de la courbe et contenant plusieurs de ces points.

M. Baumgarten a fait encore plusieurs séries inédites d'observation de vitesses sur les verticales d'une section du canal du Rhône au Rhin : la largeur superficielle du courant, dans cette section, était de $14^{m},60$; les talus intérieurs présentent une courbure concave qui les raccorde avec le fond du lit, dont la profondeur varie peu, sur une étendue de 6 à 7 mètres. En soumettant à la loi de continuité, par des constructions graphiques, les résultats qui se rapportent respectivement à chacune des verticales considérées par l'auteur des expériences, on reconnait que le maximum de vitesse était en dessous de la surface sur toute la largeur du courant, à l'exception d'une étendue de 1 mètre au milieu de cette largeur. La distance de ce point à la surface, sur chaque verticale, varie entre un peu moins du tiers et un peu moins du cinquième de la profondeur d'eau ; ce maximum de vitesse est placé relativement plus haut sur les verticales où la profondeur est plus grande, ce qui s'accorde avec nos résultats de l'année 1845.

Quant à la variabilité des vitesses sur une même verticale, plusieurs des séries satisfont à peu près à la relation (1) pour les points situés en dessous de celui où a lieu la plus grande vitesse ; il faut toutefois excepter ceux qui sont très-voisins du fond du canal, soit qu'il y ait eu alors des causes de modification dans le mouvement des moulinets, soit que la loi change réellement dans cette région.

14. *Modules de variabilité des vitesses. Influences de la profondeur et de la rapidité des courants.* — Dans le tableau suivant, j'ai réuni les valeurs du coefficient B résultant des diverses observations précédemment citées, ce coefficient pouvant être regardé comme une indication approximative du *module de variabilité* des vitesses relativement aux profondeurs, dans la partie des sections d'eau où la loi parabolique était approximativement admissible.

Tableau N° LXXXIV.

NUMÉROS d'ordre.	PROFONDEUR d'eau sur la verticale considérée.	PLUS GRANDE VITESSE du courant, sur cette verticale.	VALEUR correspondante du module de variabilité des vitesses.	NOMS des auteurs des expériences.	OBSERVATIONS
	m	m		MM.	
1	0,206	0,616	4,080	Boileau	Canal a section rectangulaire et a régime uniforme.
2	0,348	0,871	2,886	Boileau.	
3	0,82	0,270	0,139	Baumgarten.	Canal du Rhône au Rhin, à section curviligne
4	0,91	0,280	0,136	Baumgarten.	
5	1,98	0,476	0,047	Baumgarten.	
6	1,50	1,226	0,175	Défontaine.	Bras du Rhin ; sections de profondeur a peu près constante entre les talus des rives.
7	2,45	0,800	0,065	Hennocque.	
8	1,50	1,028	0,273	Baumgarten.	Lit a sections triangulaires de la Garonne (dans le tiers environ de la largeur de celles-ci, la profondeur vario peu)
9	1,78	1,000	0,189	Baumgarten	
10	1,95	1,075	0,166	Baumgarten.	
11	2,80	1,451	0,123	Baumgarten.	
12	8,20	3,160	0,021	Baumgarten.	Autre section, tout à fait triangulaire.

Ces résultats doivent être divisés en quatre groupes, selon la forme du lit et le régime du courant. Dans chacun d'entre eux il se manifeste une tendance évidente au décroissement du module de variabilité des vitesses à mesure que la profondeur d'eau augmente : c'est ce que montre encore l'ensemble des courbes dont les coordonnées sont v et z.

Un autre fait qui paraît ressortir de l'ensemble de ces documents, c'est que les valeurs absolues des vitesses influent notablement sur la loi de leurs variations, et en sens inverse de l'influence de la profondeur ; de sorte que, à égalité de hauteur d'eau, les vitesses varieraient d'autant plus sur la verticale, que le courant serait plus rapide. M. Eytelwein admettant, comme nous l'avons déjà mentionné, que la loi des vitesses peut être représentée par une ligne droite, a déduit des observations de Brünings une relation de la forme (*)

$$v = (1 - M.z)\ V,$$

dans laquelle V est la plus grande des vitesses sur la verticale considérée, et

(*) *Voir* l'ouvrage de M. Lahmeyer, intitulé : *Erfahrungs resultate uber die Bewegung des Wassers in Flussbetten und Kanälen*, page 11.

qui, abstraction faite de la loi qu'elle exprime, prouve au moins que les résultats d'expérience sur lesquels elle est fondée conduisent à la même conséquence que les précédents, au sujet de l'influence des valeurs absolues des vitesses sur leur module de variabilité.

§ III.

VARIATIONS DES VITESSES DANS LE SENS DE LA LARGEUR DES COURANTS.

15. J'ai exécuté en 1845, sur mes courants à régime uniforme et à section rectangulaire, deux séries d'observations relatives à la loi de variation des vitesses sur une horizontale perpendiculaire à la direction du canal; dans l'une de ces séries, j'ai employé des flotteurs posés à la surface; dans l'autre, le petit moulinet, immergé à $0^m,050$ en dessous. Toutes deux ont donné des résultats qui satisfont avec une grande approximation à la relation

$$v = V - Cx^2, \qquad (2)$$

dans laquelle on représente par

x la distance d'un point quelconque au milieu de la largeur du courant;
v la vitesse du fluide en ce point;
V la vitesse au milieu de la largeur;
C un coefficient numérique qui est ici *le module de variabilité des vitesses* dans le sens de la largeur.

Pour reconnaître si la relation (2) aurait encore lieu dans un courant à régime non uniforme, j'ai fait en 1848 de nouvelles observations de vitesses superficielles, en employant la petite roue hydrométrique décrite dans le livre précédent (**15**, *fig.* 68, *Pl. V*). La ligne sur laquelle ont été prises les vitesses se trouvait à $4^m,50$ en amont d'un barrage qui, pour l'une des séries, laissait couler l'eau en déversoir, et, pour l'autre, présentait un orifice rectangulaire de même largeur que le canal, mais avec contraction sur le seuil et le côté supérieur. De ces expériences il résulte que la relation (2) peut encore servir à calculer presque toutes les vitesses dont il s'agit, avec une approximation au moins aussi grande que celle qui est fournie par l'observation directe. Nous disons *presque toutes,* parce que le degré de l'approximation paraît s'abaisser notablement pour les points très-rapprochés des bords du canal.

16. M. le colonel Hennocque a joint aux observations qui nous ont précédemment occupé, celle des vitesses superficielles, au moyen de flotteurs, sur toute la largeur du même bras du Rhin, dans un endroit où cette largeur était de 77 mètres; nous citons en détail les résultats que ce savant officier nous a communiqués :

TABLEAU N° LXXXV.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCES des points de la largeur, à la rive gauche du fleuve.	PROFONDEUR du courant aux mêmes points.	VITESSES à la surface en ces points.
	m	m	m
1	0,00	0,00	0,100
2	10,00	1,70	0,468
3	20,00	1,90	0,653
4	30,00	2,00	0,667
5	40,00	2,20	0,667
6	50,00	2,30	0,583
7	60,00	2,20	0,500
8	70,00	2,10	0,289
9	75,00	1,50	0,183

En construisant la courbe dont les coordonnées sont les vitesses aux différents points où elles ont été observées et les distances de ces points à l'une des rives, j'ai reconnu que les deux arcs de cette courbe, de part et d'autre du milieu de la largeur du fleuve, ne sont point symétriques. D'un autre côté, la construction graphique du profil du lit montre que le talus de la rive droite était à trois de hauteur sur quatre de base et n'occupait qu'une largeur de 2 mètres; tandis que celui de la rive opposée avait une pente de $\frac{1}{6}$ environ et occupait 10 mètres de la largeur du fleuve : en outre, les profondeurs varient peu, et peuvent être regardées comme à peu près constantes depuis le pied du talus de droite jusqu'à un point situé à 40 mètres de la rive opposée. J'ai donc considéré d'abord les résultats d'expérience correspondants à cette région, et j'ai reconnu qu'ils peuvent être représentés approximativement par la relation

$$v = 0^{m},667 - 0,00025\,X^2 - 0,0051\,X,$$

en désignant par X la distance d'un point quelconque au point précité,

où la vitesse superficielle se trouve être la plus grande et égale au premier terme du second membre de cette équation.

Le sommet de la parabole serait à $8^m,70$ à gauche du milieu de la rivière.

Quant à l'arc de courbe qui part de la rive gauche, il ne saurait être représenté par une relation analogue; ce qui tient à la longueur du talus et à l'inégalité des hauteurs d'eau.

17. Les quatre observations de vitesses superficielles effectuées par M. Défontaine sur une portion de la largeur du Rhin où la profondeur était sensiblement constante (**8**), satisfont à peu près à la relation

$$v = 1^m,266 - 0,00109x^2,$$

dans laquelle x désigne les distances des points dont la vitesse est v, au milieu de la largeur du fleuve, où cette vitesse était $1^m,266$.

18. *Modules de variabilité des vitesses.* — J'ai réuni dans le tableau suivant les valeurs du module de variabilité des vitesses dans le sens de la largeur des courants, qui résultent de ces diverses expériences :

Tableau N° LXXXVI.

NUMÉROS d'ordre	LARGEUR du courant.	PROFONDEUR du courant	PLUS GRANDE VITESSE du courant sur l'horizontale considérée. V	MODULE de variabilité. C	NOMS des auteurs des expériences.	OBSERVATIONS.
1	$0^m,680$	$0^m,190$	$0^m,528$	2,192	MM. Boileau.	Courant à section rectangulaire et à mouvement libre.
2	0,680	0,348	0,809	2,267	Boileau.	Même cas; vitesses à $0^m,05$ en dessous de la surface, observées à l'aide d'un petit moulinet.
3	0,911	0,550	0,384	0,648	Boileau.	Canal à section rectangulaire; l'eau débouchant par un orifice de même largeur avec contraction sur le seuil et sur le côté supérieur.
4	0,911	0,600	0,351	0,538	Boileau.	Même canal; barrage d'aval en déversoir.
5	30,00	1,500	1,266	0,00109	Defontaine.	Bras du Rhin, de profondeur sensiblement constante entre les talus des rives.
6	77,00	2,200	0,667	0,00025	Hennocque.	Bras du Rhin. La portion de la largeur où la profondeur variait peu était de 37 mètres.

19. *Influences de la largeur et de la vitesse des courants.* — La différence qui se remarque entre les deux premières valeurs de C vient à l'appui d'une de nos précédentes observations, ce qui tend à prouver que les vitesses relatives des filets d'un courant liquide, dans une même section normale à son mouvement, diffèrent d'autant plus que ce mouvement est plus rapide.

Si l'on observe en outre que, la largeur et la pente du courant étant les mêmes dans les deux cas, sa profondeur a varié à peu près du simple au double, on est conduit à penser que le module de variabilité des vitesses dans le sens de la largeur des courants dépend très-peu de leur profondeur. Quant à l'influence de la largeur, on voit avec quelle rapidité l'accroissement de cette dimension fait diminuer la différence entre les vitesses de deux points voisins à la surface, et très-probablement sur une horizontale quelconque en dessous de cette surface, puisque cette loi s'accorde avec celle que nous avons trouvée pour la variation des vitesses dans le sens de la profondeur.

20. *Influence du débouché d'aval.* — La plus grande vitesse V, qui a lieu au milieu du courant quand la profondeur est sensiblement constante dans la section considérée, doit naturellement augmenter comme les autres lorsque, toutes choses étant égales d'ailleurs, cette profondeur augmente. Mais, en comparant entre eux les résultats 3 et 4, on voit que, malgré l'égalité de largeur et de pente du canal, la vitesse V a diminué en même temps que la hauteur d'eau augmentait, circonstance qui ne saurait être attribuée qu'à la nature différente du débouché d'aval, et qui fournit une nouvelle preuve de la solidarité remarquable qui relie, même dans le sens de la longueur des filets, les mouvements de particules liquides séparées par de grandes distances.

Des courbes d'égale vitesse.

21. On nomme ainsi les lignes qui, dans le plan d'une section transversale, réunissent tous les points où la vitesse des molécules fluides est la même. M. Sonnet, dont nous avons déjà cité le savant travail, a déduit de considérations analytiques que, dans le cas de sections rectangulaires et du régime uniforme, la vitesse, en un point quelconque, est représentée, très-approximativement, par une fonction de la forme

$$v = V - Bz^2 - Cx^2,$$

V étant la plus grande vitesse dans la section considérée, z et x les distances verticale et horizontale du point où la vitesse est v à celui où elle est V. Il en résulte que les courbes d'égale vitesse seraient des demi-ellipses semblables entre elles, ayant pour centre commun le point de la section où a lieu la plus grande de toutes les vitesses, c'est-à-dire le milieu de la largeur sur la surface liquide. Or, les résultats de nos expériences prouvent que l'équation précédente n'est applicable, approximativement, qu'à la région comprise en dessous des points où la vitesse est la plus grande sur chaque verticale : il en est de même des courbes d'égale vitesse, qui ne sauraient être approximativement des arcs d'ellipse que dans cette région.

M. Baumgarten, dans les figures de son Mémoire, donne les tracés approximatifs des courbes d'égale vitesse pour quatre sections de la Garonne. Celles de ces courbes qui sont voisines du lit de la rivière en suivent, comme l'auteur le remarque, à peu près les contours ; « cependant, dit-il, vers les » deux rives, à droite et à gauche, il y a toujours des courbes qui vont cou- » per le fond du lit.... » Dans l'intérieur de la section, les lignes dont il s'agit présentent des sinuosités très-variables auxquelles il paraît impossible d'assigner un caractère précis. Il en est de même pour les courbes d'égale vitesse qui résultent des expériences inédites du même ingénieur sur le canal du Rhône au Rhin. Ces lignes, d'ailleurs, à partir d'une certaine hauteur variable dans la section, s'infléchissent, et ont une tangente verticale : elles enveloppent un point situé à la surface, au milieu de la largeur du canal, point qui est celui où a lieu la plus grande de toutes les vitesses qui ont été obtenues dans la section considérée.

22. *Propriété des tangentes.* — Soient APP'A' (*fig.* 71, *Pl. I*) une section transversale d'un courant quelconque, et $baca'b'$ l'une des courbes d'égale vitesse, ayant une tangente verticale DP en a : ce point de contact sera celui du maximum de vitesse sur la verticale DP du courant ; car, si l'on considère la courbe voisine mnn' qui correspond à une vitesse différant de la première d'une quantité infiniment petite, cette courbe coupera la verticale DP en deux points n et n' où les vitesses seront égales entre elles : or il ne peut y avoir de vitesses égales, sur une même verticale, que de part et d'autre du maximum de vitesse, qui est donc le point de tangence a. On verra de même que si la courbe $baca'b'$ a une tangente horizontale en c,

ce point est celui du maximum de vitesse sur l'horizontale HcH' du courant.

Cette propriété générale peut être utilisée pour corriger des erreurs, ou pour suppléer à des observations incomplètes.

DEUXIÈME SECTION.

§ I.

NOTIONS NOUVELLES SUR LES LOIS DE L'IMPULSION DES COURANTS LIQUIDES.

Afin de mettre à profit les propriétés de l'hydrodynamomètre décrit au n° **11** du livre V, j'ai fait une série d'observations simultanées des phénomènes qui accompagnent l'action du liquide sur la palette, et des résultats dynamiques fournis par l'instrument. Dans cette série, la palette avait 0^{m},030 de longueur sur 0^{m},015 de hauteur, et une épaisseur de 0^{m},001 : c'est celle que j'avais d'abord adoptée pour les expériences hydrométriques, et que j'ai réduite ensuite aux dimensions de 0^{m},020 sur 0^{m},010.

Le courant liquide avait une profondeur constante de 0^{m},206; sa température était de 19 degrés centigrades, et celle de l'air de 18 degrés. L'atmosphère étant, par exception, parfaitement calme, j'ai pu approcher la palette très-près de la surface, et même la faire émerger progressivement, sans que l'instabilité qui résultait de cette position rendît les indications de l'instrument incertaines.

1. *Phénomènes observés autour d'un prisme mince exposé au choc d'un courant liquide.* — La palette étant d'abord plongée dans l'intérieur du courant, à une distance des parois et de la surface assez grande pour qu'il n'en pût résulter aucune anomalie dans les observations, j'ai approché de cette palette une petite boule formée de feuille d'étain roulée et fixée à un long fil très-délié que je manœuvrais au moyen d'une tige mince en fil de fer. La matière brillante de cette petite sphère la rendait très-visible jusqu'au fond du courant, et la nature des observations n'exigeait pas qu'on tînt compte de la réfraction.

Lorsqu'on place la petite boule latéralement vers l'un quelconque des côtés de la palette, à une distance de 0^{m},10 environ, elle en est légèrement écartée

par le mouvement du fluide; si, à l'aide de la baguette A (*fig.* 72, *Pl. VII*), on la force à s'approcher d'un des côtés (*c* par exemple), et dans la région postérieure, elle paraît alternativement attirée et repoussée par la palette *ca*, et exécute des oscillations assez rapides dont on augmente l'amplitude en rapprochant la baguette A ou en lâchant du fil. Lorsqu'on permet à la petite sphère *n* d'arriver en un certain point *b* de la tige horizontale *op* qui soutient la palette, et, par conséquent, à hauteur de son centre, elle s'y fixe, et si on la remplace par un morceau de feuille métallique très-mince, cette feuille s'applique et s'enroule en ce point sur la tige; enfin, au delà du point *b*, les corps précités sont entraînés comme l'indique la flèche. Ces divers mouvements décèlent la formation, sur les arêtes de la palette et du côté de sa face postérieure, de tourbillons ou de remous enveloppés par une surface liquide qui se prolonge en aval, et qui est le siége de vibrations ayant un nœud sur la tige qui soutient la palette; la vitesse de ces vibrations augmente avec celle du courant, comme je l'ai constaté en plongeant l'hydrodynamomètre dans une veine jaillissant d'un orifice: alors les oscillations du levier se changent en de véritables frémissements rapides et courts, analogues à ceux d'une corde de harpe.

Lorsqu'on fait remonter graduellement la palette, elle atteint bientôt une position pour laquelle la surface du courant qui, jusqu'alors, était restée plane, commence à se soulever; puis la sphère d'activité des mouvements des molécules émerge de plus en plus, et bientôt elle se dessine parfaitement au milieu du fluide ambiant; on reconnaît alors que le profil de la surface enveloppe de ces mouvements est une courbe *deflg*, du genre de celles qu'a observées F. Savart dans ses belles expériences sur le choc d'une veine liquide contre un disque mince (*), mais présentant de plus un raccordement allongé avec la surface du courant. Le point *b*, dont il a été question précédemment, correspond au minimum *l* de la courbe *flg*, et le jeu des rayons lumineux met en évidence les oscillations dont la surface nodale passe par ce point.

Remarquons, avant d'aller plus loin, que, jusqu'ici, ces phénomènes s'accordent avec les mouvements de la petite boule antérieurement décrits, et sont, par conséquent, les mêmes dans leur généralité qu'à une plus grande

(*) *Annales de Chimie et de Physique*, tome LIV, année 1833.

profondeur d'immersion; résultat conforme à l'opinion de M. Poncelet, et qui explique pourquoi les expérimentateurs qui se sont occupés de la résistance des fluides l'ont trouvée indépendante de la pression du milieu, au point où cette résistance s'exerce. Continuons l'examen des phénomènes.

Tant qu'il reste une certaine épaisseur d'eau au-dessus du point *b*, on ne remarque aucune modification bien sensible dans les mouvements du fluide; seulement la portion de courbe *fl* se rapproche de la palette, et présente un talus de plus en plus rapide : mais au moment où l'eau en *l* arrive à hauteur du centre de la palette, il se produit un changement notable dans les mouvements apparents des deux nappes *fl* et *lg*; ces mouvements perdent le caractère d'oscillations brusques qu'ils avaient auparavant, et ressemblent assez à l'écoulement par le col d'une bouteille quand celui-ci est étranglé. Un peu plus tard, le bord supérieur *c* de la palette se trouve, quoique couvert d'eau, au-dessus de la surface naturelle ou du niveau du courant; en même temps le point *l* de la surface *flg* passe en dessous du centre de la palette, et il se produit alors une nouvelle série de phénomènes qui consistent surtout dans la formation, le long de l'arête supérieure et postérieure *c* de la palette, d'une bulle d'air occupant toute la longueur de cette arête, et dont la *fig.* 73 représente la projection horizontale; quelquefois, mais très-rarement, cette bulle se divise en deux; lorsqu'on enfonce un peu la palette, elle s'étire en arrière, lutte quelques instants pour conserver sa position, puis s'évanouit brusquement en sortant par le point *l*, qui est aussi celui par où elle entre.

La palette continuant à s'élever, la bulle d'air continue à se produire, mais en changeant de forme (*fig.* 74). Enfin, lorsque l'arête supérieure *cc* de la palette était parvenue à $0^m,010$ au-dessus de la surface naturelle du courant, la masse d'eau soulevée par la rencontre de celui-ci avec sa face antérieure, ne passant plus par-dessus cette arête, la bulle cessait de se former, les mouvements du liquide autour de la palette changeaient complétement de nature (*fig.* 75), et l'action impulsive du courant subissait une réduction considérable.

Dans cette position et les suivantes, jusqu'à l'entière émersion de la palette, le remous produit en amont se compose d'une portion *mn* à l'aspect trouble, et qui paraît être le siége de mouvements irréguliers, suivie d'une

partie *ni* à surface polie, brillante et tranquille, composée de rides minces admirablement nettes et fines, dont la hauteur et la largeur décroissent jusqu'à ce qu'elles disparaissent en se confondant, par un raccordement continu, avec la surface du courant en amont. Enfin j'ajouterai une observation importante d'un autre genre, faite quand la palette et la sphère d'activité des déviations moléculaires se trouvaient complétement immergées. Ayant attaché à un long fil, au lieu de la petite boule dont il a été question, une feuille métallique mince et allongée, et l'ayant forcée à s'approcher latéralement à $0^{m},080$ environ de la palette, cette feuille a pris un mouvement de rotation lent et uniforme autour de la palette, dans un plan perpendiculaire au courant, mouvement qui ne paraît d'ailleurs avoir lieu que pour une certaine position initiale du corps qui l'exécute.

2. *Données relatives à l'amplitude de la sphère d'activité des mouvements moléculaires autour d'un prisme mince immergé.* — C'est à Dubuat que l'on doit les premières notions positives sur les proportions des masses fluides qui accompagnent les corps solides dans le mouvement relatif; mais il n'en a laissé aucune sur la forme et les mouvements intérieurs de ces masses. M. Poncelet, joignant à l'examen des résultats obtenus par cet auteur, ceux de ses propres observations (*), en a fait ressortir des conséquences fort utiles relativement à la question de la résistance des milieux fluides.

Dubuat, en faisant osciller des corps de diverses formes et dimensions à l'extrémité d'un pendule, a été conduit à assigner un certain rapport entre le volume du fluide entraîné et la section, ainsi que la longueur de ces corps; mais la nature même de ces expériences ne permettait pas de reconnaître l'influence de la vitesse sur cette proportion. Or, sans accorder aux observations trop peu nombreuses que j'ai pu faire à ce sujet, une plus grande importance qu'il ne convient, on en doit au moins conclure que cet élément a une influence notable. En effet, au moment où la palette de l'hydrodynamomètre commençait à faire soulever la surface, son centre se trouvait évidemment à une distance de cette surface égale au plus grand rayon vertical de la sphère d'activité des mouvements moléculaires de déviation. En rassemblant, d'après cette base, mes observations, et les comparant entre

(*) *Introduction à la Mécanique industrielle, physique et expérimentale*; 1839.

elles, j'ai obtenu les quantités inscrites dans le tableau suivant, où le millimètre est pris pour unité :

Tableau N° LXXXVII.

DIMENSION verticale du prisme mince immergé. C	AIRE du plan frappé par le courant.	VITESSE du courant au centre de ce plan v	RAYON VERTICAL de la sphère d'activité des déplacements moléculaires ρ	RAPPORT $\frac{\rho}{\frac{1}{2}C}$
15	450	612	60,0	8,00
15	450	832	63,0	8,40
10	200	860	42,3	8,46
10	200	889	42,8	8,56

Ces résultats montrent que, toutes choses étant égales d'ailleurs, l'étendue de la sphère d'activité des phénomènes de déviations moléculaires qui s'accomplissent autour d'un corps exposé au repos à l'action d'un courant fluide, augmente avec la vitesse de ce courant. En outre, on peut s'assurer, par la construction d'une courbe ayant pour coordonnées les quatre valeurs de v et du rapport $\frac{\rho}{\frac{1}{2}C}$, que ce rapport varie d'une manière continue avec la vitesse du fluide; cependant, pour les deux premiers résultats, l'aire du plan frappé est plus que double de sa valeur dans les deux autres, ce qui paraît indiquer que, dans le cas qui nous occupe, la propagation latérale du mouvement dans un sens déterminé dépend très-peu, si elle n'est entièrement indépendante, de la dimension du plan choqué, prise dans le sens perpendiculaire à celui que l'on considère. Nous remarquerons encore que les accroissements du rayon ρ s'expliquent facilement en considérant que les filets liquides de masse μ venant frapper le plan avec une vitesse v, s'épanouissent dans tous les sens sur ce plan, et se précipitent, animés d'une force vive $k''\mu v^2$, sur les filets environnants, dans une direction sensiblement perpendiculaire à celle du mouvement de ces derniers. Les déviations latérales qu'ils leur impriment doivent donc se propager d'autant plus loin que la force vive d'incidence est plus considérable : mais cette propagation est affaiblie et limitée par les forces vives longitunadiles des filets

déviés; de sorte que, si l'étendue de sa sphère d'activité augmente en valeur absolue avec la vitesse v, le rapport de cette étendue à la même vitesse doit diminuer à mesure que le courant devient plus rapide.

3. *Variations du coefficient de résistance des milieux liquides, suivant la position du prisme mince par rapport à la surface libre de ce milieu.* — Les phénomènes décrits précédemment montrent la nécessité de distinguer, dans l'action dynamique des courants liquides sur les corps immergés en tout ou en partie, plusieurs périodes de variation. L'influence de la proximité des parois solides qui limitent le courant a été signalée et étudiée par plusieurs auteurs : nous nous occuperons donc particulièrement des changements qui s'opèrent lorsque le corps solide se rapproche de la surface.

On voit d'abord qu'il ne suffit pas de distinguer, comme on l'a fait jusqu'ici, le cas d'un corps entièrement plongé de celui où il ne l'est que partiellement, mais que c'est surtout l'immersion de la sphère d'activité des mouvements moléculaires qu'il importe de considérer. En effet, à mesure que celle-ci s'élève au-dessus de la surface du courant, une portion de plus en plus considérable des molécules déviées, au lieu d'être en contact avec un milieu liquide en mouvement, se meuvent dans l'air, c'est-à-dire dans un milieu en repos d'une densité beaucoup plus faible, et d'une viscosité différente. Les circonstances sont donc changées, et une variation correspondante doit se manifester dans la valeur de la résistance du liquide.

Cette période de variations se prolonge jusqu'à ce que le corps solide lui-même s'élève au-dessus de la surface naturelle du courant : mais, dans cet état des choses, il faut encore distinguer la période pendant laquelle ce corps est couvert par le liquide qui monte contre sa face antérieure, de celle qui s'étend depuis le moment où cette circonstance cesse d'avoir lieu, jusqu'à celui où le corps solide, entièrement émergé, échappe à l'action impulsive du courant.

Quelque limitée que puisse être l'importance de données relatives seulement à un prisme mince en cuivre, de $0^m,030$ sur $0^m,015$ et $0^m,001$ d'épaisseur, je rapporterai ici, à titre de renseignement, les variations du coefficient de résistance k de la loi empirique

$$(a) \qquad R = k\delta AV^2,$$

correspondantes aux phénomènes précités, et déduites des indications de l'hydrodynamomètre. Dans le tableau de ces variations, j'ai pris pour unité la valeur de *k* correspondante à l'immersion complète de la sphère d'activité des mouvements moléculaires.

TABLEAU N° LXXXVIII.

NUMÉROS d'ordre.	DISTANCE de l'arête supérieure du prisme à la surface	VALEUR relative du coefficient de résistance.	PHÉNOMÈNES CORRESPONDANTS.
	m		
1	0,053	1,032	Période d'émersion de la sphère d'activité des mouvements moléculaires.
2	0,043	1,053	
3	0,033	1,083	
4	0,023	1,123	
5	0,013	1,168	
6	0,008	1,191	Cessation des oscillations brusques de la nappe enveloppe des mouvements moléculaires.
7	0,003	1,215	
8	0,000	1,230	Formation des bulles d'air (première partie de la période d'émersion du prisme).
9	0,002	1,240	
10	0,004	1,262	
11	0,009	1,440	Deuxième partie de la période d'émersion du prisme (le liquide n'en couvre plus le bord supérieur).
12	0,011	1,630	
13	0,012	1,900	

N. B. — Dans la période d'émersion du prisme on a calculé les coefficients par rapport à l'aire de la portion plongée en dessous de la surface naturelle du courant.

La loi de ces variations est représentée par la courbe ABDC (*fig.* 76), dont les abscisses sont les distances du bord supérieur du prisme à la surface du courant, et dont les ordonnées sont les valeurs relatives du coefficient de résistance. Cette courbe est composée de trois parties distinctes dont la première, AB, correspond à la période d'émersion de la sphère d'activité des mouvements moléculaires, et la troisième, DC, à la période d'émersion du prisme; la seconde partie, BD, qui raccorde entre elles les deux autres, correspond à la formation des bulles d'air (n°s 8, 9 et 10 du tableau précédent).

On nous permettra maintenant quelques réflexions sur ces résultats.

4. *Conséquences des observations de phénomènes, et des résultats précédents.* — Dubuat a fait ressortir l'influence de la pression que les molécules déviées autour d'un corps solide immergé exercent sur la portion postérieure de ce corps en sens contraire de l'action dynamique principale. Les observations rapportées précédemment paraissent propres à jeter quelque jour sur la nature et les variations de cette pression postérieure, à laquelle l'illustre ingénieur donne la dénomination de *non-pression.*

Nature de la pression postérieure. — Nous remarquerons d'abord que le mouvement du fluide sur la partie antérieure du prisme mince présente le caractère d'un écoulement continu et que, par suite, les oscillations de ce corps, mises en évidence par celles du levier de l'hydrodynamomètre, proviennent des mouvements d'aval. De plus, les vibrations de la surface enveloppe de ces mouvements, celles d'un corps léger plongé derrière la palette, manifestent des variations alternatives dans la non-pression. Il y a donc, entre cette dernière force et la pression antérieure, cette différence essentielle, que la pression antérieure agit avec continuité, tandis que la pression postérieure est un agent mécanique intermittent ou plutôt périodique : c'est une sorte d'échange de force vive sans cesse renouvelé, entre le bief liquide d'aval et la masse des molécules déviées derrière le corps immergé. Nous ajouterons enfin, pour exprimer l'impression laissée dans notre esprit par le spectacle des phénomènes, qu'il semble que ces déviations aient, en quelque sorte, dépolarisé les molécules et qu'elles ne puissent reprendre l'état constitutif, la marche par filets du cours d'eau, qu'en passant par une série de mouvements intérieurs caractéristiques des liquides. C'est par là surtout que le cas des corps rigides mus dans les milieux fluides en repos doit différer de celui qui nous occupe.

5. *Explication de l'accroissement continu du coefficient de résistance.* — Les variations du coefficient de résistance dans les différentes périodes précitées sont une nouvelle preuve que l'application de la loi empirique $R = k\delta A v^2$ doit être renfermée dans d'étroites limites : elles montrent en outre que la relation à deux termes $R = k'\delta A + k\delta A v^2$ par laquelle on a représenté des résultats d'expérience obtenus dans un fluide indéfini, en repos, n'offre pas, sous ce rapport, un degré de généralité plus élevé.

Il vaut donc mieux employer la plus simple de ces relations; mais on voit qu'il faudrait en même temps posséder, pour chaque espèce de corps immergé, des Tables de coefficients analogues à ceux que MM. Poncelet et Lesbros ont déduites de leurs expériences sur l'écoulement par les orifices en minces parois.

Les variations qui nous occupent peuvent d'ailleurs s'expliquer en considérant que, dans la période d'émersion de la sphère d'activité des déviations moléculaires, la portion de la force vive du courant qui doit être employée à vaincre la viscosité du milieu ambiant, diminue à mesure qu'une plus grande partie de cette sphère s'élève dans l'atmosphère, et surtout en tenant compte de la diminution graduelle de la pression postérieure. Ce décroissement est une conséquence naturelle de l'augmentation de la dépression d'aval de la nappe liquide, et l'on conçoit facilement pourquoi, lorsque l'eau, en s'élevant contre la face antérieure du corps, cesse de passer par-dessus son arête supérieure, il se produit une augmentation beaucoup plus rapide du coefficient de résistance; car alors la pression postérieure est devenue entièrement nulle. Quant à la formation des bulles d'air et à quelques autres circonstances mentionnées précédemment, l'explication qu'on en donnerait maintenant ne pourrait être que prématurée.

6. *Observation relative à l'influence de l'étendue de la surface d'impression et de la vitesse du mouvement.* — Les expériences effectuées par MM. les officiers d'artillerie Piobert, Morin et Didion (*) sur des plans nus dans l'air, ont montré que le coefficient k de la formule (a) augmente avec la surface d'impression A; et M. le général Poncelet, dans l'examen qu'il a fait des résultats obtenus par divers auteurs, observe que des variations analogues doivent avoir lieu pour le cas inverse d'un plan au repos frappé par un courant fluide. Cette opinion se trouve confirmée par le résultat suivant.

L'hydrodynamomètre précédemment décrit étant établi dans notre courant réglé de $0^m,348$ de profondeur, nous l'avons armé successivement de la palette de $0^m,020$ de longueur sur $0^m,010$ de hauteur, et de celle de

(*) *Mémorial de l'Artillerie*, n° V, année 1842.

$0^m,030$ sur $0^m,015$: les flexions du ressort elliptique ont été respectivement, pour la même vitesse, de $0^m,0093$ et $0^m,028$, d'où il suit que la valeur du coefficient k, correspondante au premier de ces plans, était les 0,856 seulement de celle qui convenait au second.

Quant à la vitesse du mouvement, on admet généralement que le coefficient k en est indépendant lorsqu'il s'agit d'un courant liquide; il paraît cependant plus probable, d'après ce que nous venons de rapporter au sujet de la sphère d'activité des déviations moléculaires, que ce coefficient varie avec la vitesse; mais les expériences connues ne peuvent fournir de renseignements suffisants à cet égard, par suite de la différence essentielle qui existe entre le cas qui nous occupe et le cas inverse des corps mis en mouvement dans les milieux fluides. On est même porté à penser qu'il ne peut exister, pour le premier de ces cas, de loi générale simple et exacte, puisque les vitesses de choc dépendent, dans un même courant, de l'étendue de la surface d'impression, et, pour une même surface, de la loi de distribution des vitesses dans le courant considéré. Enfin, pour une même surface, une même vitesse des filets correspondants au centre de cette surface et un même courant, l'impulsion produite sera différente, selon l'endroit de la section liquide où le corps solide sera immergé.

Phénomène des oscillations transversales.

7. Ayant, à la partie supérieure de courants à petite vitesse, plongé tantôt un cylindre, tantôt une sphère métallique assez lourds pour ne céder que très-peu à l'impulsion longitudinale du courant, et suspendus à un point fixe par un long fil mince, j'ai constaté que ces corps prenaient spontanément un mouvement transversal d'oscillation; la ligne qu'ils décrivent est légèrement incurvée par les vitesses différentes des filets liquides qu'ils traversent dans chaque oscillation, mais d'autant moins que le corps oscillant est plus pesant, et la courbure de cette ligne peut devenir tout à fait insensible. Ces oscillations sont isochrones, leur amplitude est de plusieurs centimètres; de chaque côté du corps oscillant part une série de très-petits tourbillons rangés sur deux lignes divergentes, qui suivent ce corps et se transportent avec lui dans ses mouvements.

Ce phénomène remarquable pourrait, au premier abord, être attribué à l'inégalité des vitesses des filets liquides déviés de chaque côté du corps immergé, mais il est facile de voir que cette explication serait insuffisante. En effet, l'un des corps que j'ai employés, en 1847, était un cylindre en cuivre de $0^m,018$ de diamètre, c'est-à-dire occupant seulement $\frac{1}{50}$ de la largeur du courant; or, dans cette faible étendue, les vitesses ne pouvaient différer assez entre elles pour déplacer latéralement un corps pesant environ 90 grammes, d'autant plus que ce déplacement n'eût été dû qu'à la différence de leurs composantes transversales; d'ailleurs, en plaçant le pendule au milieu du courant on faisait disparaître l'inégalité des vitesses. On se rendrait plus facilement compte des oscillations observées, en admettant une sorte de périodicité dans l'écoulement qui se produisait autour du corps immergé, mais cette périodicité elle-même exigerait une explication. Quoi qu'il en soit, le phénomène dont il s'agit mérite l'attention des physiciens, et paraît propre à mettre sur la voie de notions importantes concernant les actions mutuelles des molécules des fluides.

§ II.

DES ONDES FLUIDES ET DES MOUVEMENTS DE FOND.

Je rapporterai, dans ce chapitre, des observations que j'ai faites sur quelques circonstances particulières du mouvement dans les courants fluides, circonstances dont plusieurs ont pu être remarquées par beaucoup d'autres personnes, mais qu'il était utile de grouper de manière à en faire ressortir la dépendance mutuelle.

8. *Propagation des courants atmosphériques par ondes distinctes.* — Ayant observé, dans mes expériences de l'année 1845, par un vent fort d'amont, les vitesses superficielles à l'aide de petits pains à cacheter qui ne donnaient aucune prise à son action, je fus surpris d'obtenir, pour la représentation graphique de la loi de variations de ces vitesses, deux courbes différentes se rencontrant un peu au delà du milieu de la largeur du canal, de manière à signaler l'existence de deux maximums de vitesse : d'autres fois il n'y en avait qu'un, mais il était situé à droite ou à gauche du milieu.

On est porté à penser que, dans le premier cas, les vitesses du fluide atmo-

sphérique formaient deux groupes dans chacun desquels ces vitesses avaient des intensités croissantes depuis l'un des bords du canal jusqu'à une certaine distance, à partir de laquelle elles diminuaient. Ce résultat pourrait être attribué à l'influence des parois ; mais d'autres faits observés dans de grands espaces libres semblent indiquer une division analogue et spontanée des masses atmosphériques en mouvement. Ainsi les vagues de la mer, sous l'influence d'un vent modéré et régulier, soufflant du large, ont, dans le sens parallèle au rivage, une hauteur qui, maxima vers le milieu, varie peu sur une certaine longueur, puis décroît assez rapidement jusqu'à devenir nulle aux extrémités, de manière à présenter comme deux talus curvilignes à faible pente. La longueur et la hauteur de ces vagues augmentent avec l'intensité du vent ; mais, lorsqu'à une agitation prolongée de l'atmosphère succèdent des heures de calme, les élévations partielles de la surface liquide sont remplacées par des rides continues qui occupent une très-grande longueur, ont une saillie sensiblement uniforme, et se propagent parallèlement aux côtes.

J'ai observé des phénomènes de même nature dans l'action du vent sur des couches de sable fin ou de neige : il s'y produit un système d'ondulations présentant une courbure horizontale et une saillie verticale variable qui est à son maximum dans les points les plus avancés de ces ondulations, dont le tracé et les reliefs représentent la loi de variation des vitesses dans les courants fluides qui les ont respectivement produites. Lorsque la direction du vent change, les rides correspondantes recoupent les premières, et détachent ainsi de petits monticules isolés.

9. *Surfaces de calme.* — Lorsqu'une neige fine et peu abondante commence à tomber sur une surface dure et unie, telle que celle de la glace, on peut voir se former, sous l'influence du vent, des taches blanches composées de neige déposée, et des espaces complétement nets : les unes et les autres s'entremêlent et se succèdent avec une certaine régularité.

A la surface des eaux, soit stagnantes, soit en mouvement, mais agitées par un courant d'air rasant et vif, on peut également remarquer des places brillantes et polies dans lesquelles le liquide est relativement calme.

Il se forme donc, entre les ondes du vent, des espaces dans l'intérieur desquels le fluide atmosphérique ne participe point au mouvement général de

translation, on n'a qu'un mouvement relativement faible. On pourrait se rendre compte de ce phénomène en admettant la périodicité de l'écoulement de l'air, périodicité dont les effets se combineraient avec ceux de l'élasticité du fluide.

10. *Phénomènes observés dans le tir des bouches à feu*. — J'ai observé en 1837, étant attaché à la Commission *de l'établissement des principes du tir*, un phénomène très-remarquable qui me paraît offrir une preuve de cette périodicité d'écoulement. Lorsque la charge de poudre, enflammée dans une bouche à feu en bronze, était très-forte, la paroi cylindrique de l'âme se couvrait, dans sa moitié antérieure, de couronnes sulfureuses séparées par des intervalles sans dépôt, résultat analogue à ceux que je viens de citer. Les bouches à feu étaient suspendues à un pendule balistique; dans les moins pesantes d'entre elles, les anneaux colorés, au lieu d'avoir une direction perpendiculaire à l'axe, étaient légèrement inclinés par rapport à cette ligne, ce qui m'a conduit à penser que leur formation était due à la rentrée de l'air extérieur, qui doit se précipiter parallèlement à la direction du tir.

Passons maintenant aux observations qui concernent les formes diverses et les mouvements du fond du lit des cours d'eau.

11. *Mouvements de fond et dépôts dans les courants liquides*. — Lorsque j'ai entrepris mes expériences hydrauliques, j'avais, depuis plusieurs années, remarqué dans les ruisseaux à fond de sable, la division de ce fond en couches limitées par des courbes partant des bords du canal, courbes dont les ordonnées longitudinales croissent depuis ces bords jusqu'à un point maximum, et présentent quelquefois une ou plusieurs inflexions. Entre deux de ces courbes, qui se succèdent dans le sens de la longueur du courant, est comprise une surface à contre-pente très-douce *ab* (*fig.* 77, *Pl. VII*), et au delà on remarque un talus *bc* beaucoup plus raide, formant comme un ressaut tout le long de chaque courbe. Plus tard, préparant mes recherches par des études préliminaires, je trouvai, dans le bel ouvrage de Dubuat (*), des observations analogues à ces dernières, et la description suivante des mouvements de fond... : « Un grain de sable, poussé par le courant, monte la

(*) *Principes d'Hydraulique*, partie I, section II, chapitre III; 1786.

» pente douce du premier talus, et, étant arrivé au sommet, il roule par son » propre poids du haut en bas du talus opposé; là il demeure en repos, à » l'abri de l'action du fluide, et il est recouvert par d'autres grains qui » viennent à leur tour. Ce travail ressemble assez à celui des terrassiers qui » roulent la bronette, en montant avec leur charge la rampe du remblai pour » la verser au sommet, et en faire rouler les terres du haut en bas : ces grains » de sable, ainsi enterrés, restent en repos, chargés et recouverts par les » derniers venus, jusqu'à ce que toute la masse du sillon, qu'ils avaient laissée » en arrière, ait passé en détail au-dessus d'eux. C'est ainsi que le sillon tout » entier se déplace en détail, en avançant peu à peu d'un espace égal à sa » largeur : alors, le grain dont je parle se trouve au pied du nouveau glacis » qui s'est formé en avant de lui; et, comme il s'y trouve de nouveau exposé » à l'action de l'eau, il monte ce glacis et se précipite de nouveau, comme la » première fois, en bas du remblai. Tandis qu'un sillon chemine ainsi fort » lentement, tous les autres en font autant; et si la vitesse de l'eau est » modérée, il ne faut pas moins d'une demi-heure pour que chacun fasse ce » pas progressif, qui est de 4 à 5 pouces. Si la vitesse de l'eau augmente, » l'ouvrage se fait avec plus de diligence, et il se ralentit, au contraire, quand » elle diminue. Ainsi, dans un travail moyen, il faut environ deux ans pour » qu'un grain de sable parcoure une lieue de 2400 toises. »

L'intérêt qui s'attache à de semblables faits m'engagea à répéter l'observation; aussi, pendant que les ouvriers construisaient l'établissement hydraulique, je fis creuser dans le terrain sablonneux où il était situé une tranchée dont le fond présentait : 1° une pente douce; 2° un talus A très-raide; 3° une pente très-allongée et concave raccordant ce talus avec un palier horizontal qui lui-même était suivi d'une légère contre-pente. Après que l'eau eut coulé assez longtemps dans ce petit canal pour qu'elle fût devenue bien transparente par le dépôt du limon, et que le régime s'y fût établi, je remarquai que les courbes précitées telles que *efk* (*fig.* 78) étaient d'autant plus allongées que la pente du fond était plus rapide; dans le passage d'une pente à une autre, ces courbes (*mnn'p*) étaient très-irrégulières, très-peu allongées et présentaient un grand nombre de points d'inflexion. Au pied du talus A, le sable formait un amoncellement comme s'il eût été jeté à la pelle pour exhausser le fond du lit; cependant, ce talus étant suivi

d'une autre rampe inclinée, l'eau avait encore, dans sa partie inférieure, une vitesse absolue plus grande que sur le palier horizontal d'aval et surtout sur la faible contre-pente qui suivait ce palier ; mais ces dernières parties étaient raccordées entre elles et avec l'amont par des surfaces qui établissaient une transition progressive, tandis qu'au pied du talus A, les vitesses de fond devaient varier brusquement. Nous en avons tiré cette conclusion que : les dépôts de fond, dans les cours d'eau, dépendent beaucoup moins de la vitesse absolue du liquide que des variations de cette vitesse, et qu'ils sont d'autant plus considérables que ces variations sont plus brusques (*). Ainsi, partout où les biefs de toute nature doivent présenter des changements de pente ou des ressauts, il faut avoir soin d'y établir des raccordements. Il en doit être de même, en amont et en aval des digues ou barrages, dans les rélargissements horizontaux et les changements de direction.

En observant comment se mouvaient et s'entretenaient les couches à contours curvilignes de Dubuat, j'ai remarqué, outre le roulement des grains fins de sable le long des surfaces en contre-pente ab (*fig.* 77) signalé par cet illustre ingénieur, que d'autres grains i, plus gros, viennent se placer au pied du petit talus bc, quoiqu'ils se meuvent sans toucher la rampe ab ; ces grains, maintenus par l'eau à une certaine hauteur au-dessus de cette dernière surface, dépassent le point b' qui correspond verticalement à son sommet b, puis, malgré leur force vive acquise, ils reviennent en arrière vers c en suivant une trajectoire indiquée par la figure ; ce qui tend à prouver que, dans cet angle, la pression du fluide est moindre que dans la région avoisinante d'aval.

12. *Persistance des dépôts, lorsque le régime du courant ne se modifie pas. Application aux reconnaissances militaires.* — Le régime du courant liquide étant établi, si l'on détruit en un endroit quelconque du fond le tra-

(*) M. Dupuit, dans ses *Études théoriques sur le mouvement des eaux courantes*, attribue la puissance de suspension des courants fluides à la différence des vitesses de leurs filets, d'où il résulte, sur les faces opposées des corps solides immergés, une différence de pression qui tend à les porter du côté où la vitesse du fluide est plus grande. Ainsi, suivant cet ingénieur, les matières divisées et mobiles du fond seraient élevées jusqu'à ce qu'elles rencontrassent une couche supérieure de fluide dans laquelle les différences de vitesse ne seraient plus assez grandes pour vaincre l'action de la pesanteur.

vail de la nature en pratiquant un sillon, soit transversal, soit longitudinal, alors un spectacle remarquable se produit : on croirait assister au travail intelligent et varié d'un grand atelier, il se forme, dans le sens vertical et dans le sens horizontal, des tourbillons qui attaquent les contours du sillon artificiel, désagrégent et isolent les grains de sable : ceux-ci, livrés au courant, viennent se ranger en ordre, d'abord de juxtaposition pour fonder la base du dépôt qu'ils rétablissent, puis de superposition pour élever l'édifice; en quelques minutes tout est réparé, et il ne reste plus de traces de l'action perturbatrice.

Dans les rivières à fond mobile, les ingénieurs ont depuis longtemps remarqué la division du lit en longs biefs relativement profonds, séparés par des hauts-fonds ou barrages naturels d'une faible étendue. Cette disposition est permanente, elle résiste à l'action des plus grandes crues, ou plutôt elle se rétablit après leur écoulement ; de sorte que les hauts-fonds restent toujours à la même place, comme l'atteste le témoignage unanime des riverains (*). Ainsi les cours d'eau à fond de gravier présentent généralement, dans certaines saisons, des gués espacés suivant des lois naturelles qu'il serait très-important de connaître, et cette remarque mérite d'être signalée aux officiers chargés des reconnaissances militaires.

En résumé, les observations qui précèdent prouvent qu'il y a, entre la configuration du lit des cours d'eau, leur régime d'écoulement et la distribution des vitesses dans les couches inférieures, une dépendance mutuelle dont les lois, encore inconnues, seraient de la plus haute importance pour la pratique, puisque, d'une part, elles pourraient faire éviter des travaux dispendieux dont la nature se joue, et que, d'un autre côté, elles indiqueraient aux ingénieurs la marche à suivre pour rendre navigables beaucoup de courants qui ne le sont que passagèrement; pour empêcher des ensablements nuisibles et pour prévoir les conséquences des constructions que l'art établit dans le lit des rivières.

13. *Nature particulière du mouvement des molécules fluides contiguës aux parois des canaux et conduites.* — Reprenant maintenant les observa-

(*) Des observations de ce genre ont été faites, en 1833, par M. Lejoindre sur le cours de la Moselle, et en 1835 par M. Boret dans la Garonne

tions faites par Dubuat sur le mouvement de translation des grains de sable qui suivent le fond des canaux, nous comparerons ces mouvements à ceux du liquide au même endroit. D'après l'estimation de cet ingénieur, la vitesse d'entraînement ne serait que de $0^m,00008$ environ par seconde dans un courant où celle de la couche d'eau inférieure avait été trouvée de $0^m,325$, résultat qui paraît inexplicable au premier abord; car, en admettant même une erreur notable de mesure, ces vitesses différeraient encore énormément entre elles. Or, nous remarquerons en premier lieu que Dubuat estimait les vitesses du liquide au fond de son canal d'expériences en y faisant mouvoir de petites sphères de $0^m,006$ au moins de diamètre, tandis que les grains de sable fin pouvaient avoir une épaisseur environ dix fois plus petite : il semble donc que les molécules liquides très-voisines du fond aient un mouvement très-faible, et que, dans une zone ou couche inférieure mince, les vitesses croissent très-rapidement jusqu'à une certaine hauteur à partir de laquelle cet accroissement suit les lois accusées par les instruments hydrométriques. Cette conséquence semble venir à l'appui de l'opinion de Dubuat et de la plupart des ingénieurs, qui admettent que les molécules fluides en contact immédiat avec les parois des canaux sont rendues immobiles par leur adhérence; mais il nous paraît plus rationnel et plus conforme à l'expérience de considérer les parois comme occasionnant, par leurs aspérités, des tourbillonnements qui consomment presque entièrement le travail des forces motrices de manière à ne laisser qu'une valeur extrêmement faible à la force vive de translation. D'un autre côté, on sait que chaque tourbillon excité dans un courant fluide, en engendre, par la communication latérale du mouvement, un second d'une amplitude un peu plus grande et animé d'une force vive de rotation plus faible; celui-ci en fait naître un troisième, encore plus affaibli, et ainsi de suite, jusqu'à ce que les mouvements gyratoires soient devenus insensibles. Ainsi, dans cette hypothèse, les parois de tout genre qui contiennent et dirigent les courants fluides seraient recouvertes d'une couche remplie de tourbillons dans l'épaisseur de laquelle l'accroissement rapide des vitesses de translation suivrait la loi même de décroissement des forces vives de rotation.

TROISIÈME SECTION.

Cette section a pour objet de compléter les notions relatives au jaugeage des cours d'eau. Nous nous occuperons, en premier lieu, de la méthode des vitesses moyennes qui n'est qu'indiquée dans le livre I, et qui exige un examen très-circonstancié, à cause des grandes facilités qu'elle semble offrir aux ingénieurs, de l'emploi fréquent qui en a été fait, et des erreurs qu'elle peut occasionner.

§ I.

JAUGEAGE PAR LA VITESSE MOYENNE.

1. *Formule de Prony.* — On sait que Dubuat, opérant sur un canal à régime sensiblement uniforme dont la section, tantôt rectangulaire et tantôt trapézoïdale, avait $0^m,487$ pour plus grande largeur, et dans lequel la profondeur d'eau a varié de $0^m,08$ à $0^m,27$, a comparé les vitesses moyennes déduites de la mesure directe du volume débité, aux vitesses qui avaient lieu au milieu de la surface liquide, c'est-à-dire ici dans le *thalweg*. Prony a représenté les résultats de cette comparaison par la formule empirique

$$U = \frac{V(V + 2,37187)}{V + 3,15312},$$

dans laquelle V est la vitesse au thalweg et U la vitesse moyenne qui, multipliée par la section liquide transversale, fournit le débit du courant liquide.

Prony remarque en même temps que l'on peut, avec une approximation suffisante, et pour des vitesses superficielles inférieures à 3 mètres, prendre simplement

$$U = 0,816\,V.$$

Il observe toutefois que l'on ne doit regarder ces formules « que comme » une simple règle de calcul empirique... », attendu qu'elles sont indépendantes de la figure du canal, de sa pente, etc. (*). On conçoit d'ailleurs

(*) *Recherches physico-mathematiques sur la théorie des eaux courantes,* page 79.

que les ingénieurs aient été disposés à accepter une donnée qui, parmi des moyens de jaugeage imparfaits et pleins d'incertitude, présentait au moins l'avantage d'une extrême simplicité. Mais de nouvelles recherches permettant d'apporter une plus grande rigueur dans l'opération la plus importante de l'hydraulique pratique, il devient nécessaire de soumettre la méthode dont il s'agit à un nouvel examen.

2. *Examen de la question.* — Nous remarquerons d'abord qu'en principe, il paraît impossible d'établir une relation simple entre la vitesse moyenne ou le débit d'un cours d'eau et l'une quelconque des vitesses à la surface. En effet, le volume liquide qui traverse dans l'unité de temps une section du courant, est égal à la somme des produits de chaque élément superficiel de celle-ci, multiplié par la vitesse au point considéré, ce qui introduit nécessairement, dans l'expression de ce volume, la loi de variation des vitesses dans le sens horizontal et sur les verticales de la section; de sorte que, pour calculer exactement la vitesse moyenne à l'aide de l'une des vitesses à la surface, il faudrait d'abord pouvoir exprimer la loi dont il s'agit en fonction de cette vitesse. Or, s'il est permis d'espérer que les formules générales du mouvement des cours d'eau seront un jour découvertes par suite des progrès simultanés de la physique et de l'analyse, on ne saurait admettre que ces formules seront d'une simplicité pratique.

Il paraît donc rationnel d'abandonner l'espoir de rendre exacte la méthode de jaugeage par les vitesses superficielles, tout en lui conservant cette simplicité qui l'a fait employer jusqu'ici. Mais on peut se demander si, en divisant les courants liquides par catégories, suivant la figure de leur lit, et en convenant de n'employer que des vitesses superficielles observées dans leurs portions régulières et rectilignes, il ne serait pas possible de dresser des Tables numériques approximatives donnant, pour chacune de ces catégories, la vitesse moyenne ou le débit par unité de surface de la section, en regard de la vitesse superficielle. Ici se présente dès l'abord une difficulté d'application, à savoir le choix du point de la surface du courant où l'on jettera le flotteur : en effet, dans une rivière ou un cours d'eau naturel quelconque, la plus grande vitesse superficielle n'est pas nécessairement, ni au milieu de la largeur, ni au point où la profondeur d'eau est la plus

grande ; de sorte que, si l'on convient de prendre la vitesse au milieu pour base des calculs, comme cette vitesse, dans les cours d'eau dont il s'agit, n'a rien de caractéristique, ne joue aucun rôle qui la distingue nécessairement des autres, on tombera, quant à sa relation avec la vitesse moyenne, dans une complète indétermination. Si l'on se règle sur la plus grande vitesse superficielle, il faudra, pour la connaître, en observer un certain nombre d'autres sur toute la largeur de la rivière ; or, outre que la simplicité de la méthode se trouverait notablement diminuée, il est facile de voir que la plus grande vitesse dont il s'agit, quoique présentant, par rapport aux autres vitesses superficielles, un caractère physique bien déterminé, perd ce caractère lorsque l'on embrasse l'ensemble des vitesses qui ont lieu dans une même section du courant ; car, s'il y a dans les cours d'eau des sections où la plus grande des vitesses est à la surface, il arrive souvent aussi que ce maximum se trouve à une certaine profondeur en dessous. On voit donc que, si l'on dressait des Tables de la vitesse moyenne correspondante à la plus grande vitesse superficielle, il faudrait au moins deux séries de ces Tables, l'une convenant au cas où cette dernière vitesse est la plus grande de toutes celles de la section transversale, et l'autre correspondant au cas contraire. Enfin, ces Tables étant acquises, on ne pourrait s'en servir avant d'avoir exploré toute la section du cours d'eau.

3. *Vitesse moyenne sur chaque verticale.* — Cela posé, pour abréger les longueurs et les difficultés de la mesure des vitesses dans les cours d'eau larges et surtout profonds, il nous reste la possibilité d'une dernière ressource, que nous allons examiner. En considérant ce qui se passe sur une verticale d'une section et représentant par

x sa distance à l'une des rives ;
z la hauteur, au-dessous de la surface, d'un point où la vitesse est v ;
h la hauteur totale de la verticale considérée ;
w la vitesse moyenne qui va être définie :

Le volume d'eau qui passe dans l'unité de temps par une tranche verticale de largeur dx et de hauteur h est

$$dx \int_0^h v\,dz = wh\,dx;$$

de sorte que la quantité que nous désignons par *vitesse moyenne sur la verticale* est égale à

$$\frac{\int_0^h v dz}{h},$$

tandis que la vitesse moyenne générale de la section est, en désignant par L la largeur de celle-ci, et par y les hauteurs des différentes verticales,

$$\frac{\int_0^L dx \int_0^y v dz}{\int_0^L y dx}.$$

Il paraît donc évident que la relation entre la vitesse moyenne et la vitesse à la surface doit être beaucoup plus simple pour chaque verticale en particulier que pour tout l'ensemble de la section transversale. Or si, des vitesses superficielles, on pouvait conclure les vitesses moyennes sur un certain nombre de verticales, il ne resterait plus qu'à tracer une courbe dont les ordonnées seraient dans un rapport déterminé avec les produits tels que wy, et dont les abscisses seraient les distances x de chaque verticale à l'une des rives : l'aire de cette courbe serait, en effet, dans un rapport connu avec le débit du cours d'eau ; de sorte que l'on pourrait éviter toute observation hydrométrique autre que celle du mouvement des flotteurs en quelques points, convenablement choisis, de la surface des courants. Il était donc intéressant d'étudier la question sous ce point de vue.

A cet effet, nous avons calculé les aires des courbes $v = f(z)$ précédemment décrites, et composé un tableau des vitesses superficielles et des vitesses moyennes correspondantes, sur chaque verticale ; en outre, afin de nous éclairer complétement, nous avons, dans une Table à double entrée, ordonné les valeurs très-différentes du rapport de ces deux vitesses par rapport aux profondeurs du courant et par rapport aux vitesses superficielles (*). De ces opérations nous avons conclu :

(*) Les observations de M. Baumgarten ne fournissant pas directement les vitesses superficielles, nous les avons deduites du tracé des courbes $v = f(z)$.

1°. Que le rapport dont il s'agit peut varier considérablement dans une section transversale donnée d'un cours d'eau, même régulier; ainsi, pour le canal du Rhône au Rhin, il variait de 0,85 à 1,41, c'est-à-dire de 3 à 5;

2°. Que, en considérant des sections à très-peu près semblables d'une même rivière (expériences sur la Garonne), ce rapport ne présente aucune loi régulière de variation, ni relativement à la profondeur, ni relativement à la vitesse superficielle. Ainsi, l'on ne parviendrait à établir des valeurs approximatives constantes du rapport dont il s'agit, qu'en prenant des moyennes entre des nombres très-différents, ou en regardant comme des anomalies ceux qui s'écartent notablement de ces valeurs moyennes. Ces résultats nous ont confirmé dans l'opinion que, s'il y avait quelque chance de rendre possible la méthode de jaugeage qui nous occupe, même en ne considérant que les vitesses moyennes sur chaque verticale, c'était par la comparaison de celles-ci, non plus avec la vitesse superficielle, mais avec la vitesse maxima, qui en diffère souvent. De cette comparaison, nous avons déduit les résultats inscrits dans le tableau suivant :

TABLEAU N° LXXXIX.

NUMÉROS d'ordre.	PROFONDEUR d'eau sur chaque verticale.	PLUS GRANDE VITESSE sur chaque verticale. V	VITESSE MOYENNE pour chaque verticale w	RAPPORT $\frac{w}{V}$.	OBSERVATIONS.
	m	m	m		
1	0,206	0,616	0,565	0,917	Canal à section rectangulaire et à régime uniforme.
2	0,348	0,872	0,772	0,885	
3	0,820	0,270	0,242	0,912	Canal du Rhône au Rhin.
4	0,910	0,280	0,258	0,921	
5	1,390	0,332	0,301	0,906	
6	1,700	0,408	0,371	0,898	
7	1,980	0,476	0,418	0,878	
8	1,500	1,028	0,874	0,850	Lit à sections triangulaires, de la Garonne.
9	1,780	1,000	0,903	0,903	
10	1,950	1,075	0,936	0,870	
11	2,800	1,451	1,234	0,851	
12	8,200	3,160	2,717	0,860	

Dans les résultats relatifs au fleuve de Garonne, je n'ai compris que

ceux qui sont fournis par des séries de vitesses suivant, à peu près, sur une partie de la profondeur du courant, la loi parabolique. Les autres séries donnent lieu à des valeurs beaucoup plus variables du rapport $\frac{w}{V}$ et laissent, à cet égard, dans une grande incertitude.

Il est facile d'apercevoir, dans chacun des deux premiers groupes du tableau précédent, correspondants à des courants réguliers, l'influence de la profondeur d'eau et celle de la rapidité du courant. Cela devait être, puisque de ces deux éléments dépend, comme je l'ai montré précédemment, le *module de variabilité* des vitesses sur une même verticale; mais on voit en même temps que ces deux influences et celle de la forme du lit sont peu considérables : ainsi les profondeurs du courant, dans l'ensemble de ce tableau, varient entre les limites très-étendues de 1 à 40, et les vitesses de 1 à 11,70, tandis que la différence entre la plus grande et la plus petite valeur du rapport $\frac{w}{V}$ est inférieure à $\frac{1}{13}$ de la première de ces valeurs.

En se bornant à ce qui concerne les deux premiers groupes, on obtient :

	VALEUR MOYENNE du rapport $\frac{w}{V}$	MAXIMUM des différences proportionnelles.
1°. Pour un canal à section rectangulaire..........	0,901	$\frac{1}{12}$
2°. Pour un canal de navigation avec talus en terre...	0,903	$\frac{1}{14}$

Ces deux valeurs moyennes du rapport qui nous occupe sont presque identiques, quoique, dans l'ensemble des deux séries de résultats auxquels elles correspondent, les vitesses varient de 1 à 3,23, et les hauteurs d'eau de 1 à 9,61 ; il paraît donc que l'on peut adopter, pour les canaux de tout genre à régime sensiblement uniforme, la moyenne 0,902 ou, plus simplement, $\frac{9}{10}$. On voit en même temps que l'application de cette donnée expérimentale suppose la connaissance du maximum de vitesse sur chacune des verticales considérées; elle ne dispense donc point de l'emploi des instruments hydrométriques, mais diminue beaucoup le nombre des observations à effectuer dans les canaux profonds.

4. *Vitesse moyenne des sections transversales.* — Nous nous occuperons maintenant des vitesses moyennes des sections entières, vitesses qui, multipliées par l'aire de la section liquide correspondante, fournissent le débit du cours d'eau.

Dans mes expériences de l'année 1845, j'ai obtenu directement, dans le bassin de jauge de l'observatoire hydraulique, le débit des deux courants précédemment cités, et d'un troisième qui avait $0^m,190$ de profondeur, mais dont le régime n'avait point été rendu aussi uniforme, ce qui m'a fourni les vitesses moyennes effectives que j'ai comparées, ainsi qu'il suit, à celles qui résulteraient de la formule précitée de Prony, et aux vitesses superficielles :

Tableau N° XC.

		m	m	m
Profondeur d'eau		0,190	0,206	0,348
Vitesse moyenne	calculée par la formule de Prony	0,235	0,469	0,663
	déduite de l'expérience	0,238	0,462	0,712
Rapport de la vitesse moyenne à la vitesse au milieu de la surface du courant		0,785	0,786	0,865

Ces résultats tendent à prouver que la formule de Prony peut s'appliquer à des canaux dont la largeur est double de celle qui avait lieu dans les expériences de Dubuat, mais seulement pour des hauteurs d'eau qui ne dépassent point les limites de ces expériences. Il est vrai qu'une seule observation ne saurait être regardée comme décisive, puisqu'il peut y avoir eu erreur dans notre jaugeage du courant de $0^m,348$ de profondeur; mais comme, en même temps, la loi de distribution des vitesses dans les cours d'eau paraît trop compliquée pour qu'il existe un rapport simple entre la vitesse moyenne U et la vitesse superficielle au thalweg, il en ressortait au moins des doutes assez bien fondés pour qu'il ne fût plus permis d'employer ce moyen de jaugeage au delà des limites fort restreintes des expériences qui ont donné lieu à la formule de Prony, jusqu'à ce que de nouvelles recherches eussent fourni les moyens de prononcer définitivement.

Dans le Mémoire que nous avons plusieurs fois cité (*), M. Baumgarten

(*) *Annales des Ponts et Chaussées*, année 1848.

donne un tableau des vitesses moyennes résultant de l'observation, à l'aide de ses moulinets, des vitesses effectives en différents points de vingt-deux sections de la Garonne. L'auteur compare les valeurs de ces vitesses moyennes à celles qu'il a calculées par la formule de Prony, et trouve que ces dernières sont trop grandes, résultat contraire à celui que nous avons obtenu pour notre canal à section rectangulaire et à régime uniforme ; ce qui tend à montrer que la formule dont il s'agit peut donner des vitesses moyennes trop faibles dans certains cas, et trop grandes dans d'autres, selon la forme du lit et la distribution des vitesses. M. Baumgarten pense qu'en regardant comme des anomalies deux valeurs de la vitesse moyenne expérimentale U, on peut conclure des vingt autres que cette vitesse est, avec une approximation suffisante, égale aux $\frac{8}{10}$ de celle qui se calcule par la formule de Prony ; de sorte que cette formule, affectée du coefficient de correction 0,80, pourrait être appliquée aux grands cours d'eau. Or, en écartant, avec l'auteur, les deux valeurs 0,687 et 0,917 de ce coefficient, on voit que les autres varient encore de 0,728 à 0,843 ; c'est-à-dire qu'entre la moyenne générale 0,80 et les valeurs particulières qui s'en écartent le plus parmi celles que l'auteur conserve, il y a une différence proportionnelle de $\frac{1}{11}$.

5. *Nouvelles expériences.* — Les canaux des usines amenant leurs eaux à des pertuis d'écoulement pratiqués dans des barrages, et ces pertuis se trouvant fréquemment dans des conditions qui ne permettent guère d'appliquer avec exactitude les données numériques expérimentales au calcul direct de leur débit, il serait important d'avoir un moyen simple de jaugeage qui n'exigeât pas l'interruption du travail de l'usine. Comme, d'un autre côté, le mouvement est lent et assez régulier dans ces canaux, il paraissait que, s'il y avait possibilité de tirer parti de la méthode de jaugeage par la vitesse superficielle, c'était surtout dans de telles circonstances. J'ai donc, en août 1848, vers l'extrémité du canal à section rectangulaire de mon second observatoire hydraulique, canal qui a 70 mètres de longueur (*), établi un barrage vertical en planches, faisant couler l'eau en déversoir par-dessus

(*) A l'époque où ont été faites les expériences dont il s'agit, le canal s'était un peu évasé par le haut, de sorte que la largeur moyenne des sections était $0^m,905$; il y avait, en outre, une légère correction due à l'incurvation des parois dans celle où l'on prenait les vitesses.

sa crête (*). En amont de ce barrage, j'ai observé, au moyen de flotteurs qui parcouraient un chemin de 2 mètres, les vitesses V au milieu de la surface. Le débit du canal a été obtenu directement dans le bassin de jauge en maçonnerie; enfin, en divisant le volume écoulé dans chaque seconde par l'aire de la section d'eau prise au milieu des 2 mètres parcourus par les flotteurs, c'est-à-dire à $4^{m},50$ en amont du déversoir, j'ai déterminé les valeurs exactes de la vitesse moyenne U pour chaque expérience.

Le tableau suivant contient les résultats obtenus et leur comparaison avec la vitesse moyenne calculée par la formule de Prony :

(*) Afin d'opérer tout à fait dans les circonstances ordinaires de la pratique, on n'a point mastiqué les joints du barrage.

TABLEAU N° XCI.

NUMÉROS d'ordre des séries.	NUMÉROS d'ordre des expériences.	HAUTEUR du barrage. S	PROFONDEUR d'eau dans la section du canal d'amont où l'on a mesuré les vitesses. h	VITESSE au milieu de la surface dans le canal d'amont. V	DÉBIT expérimental du canal. D	VITESSE MOYENNE expérimentale. U	VITESSE MOYENNE calculée par la formule de Prony. U'	COEFFICIENT de correction de la formule de Prony. $\frac{U}{U'}$	RAPPORT de la vitesse moyenne effective à la vitesse superficielle. $\frac{U}{V}$	HAUTEUR de la surface liquide dans le canal, au-dessus du sommet du barrage.
			m	m	litres	m	m			m
I.	1	m 0,160	0,217	0,216	34,417	0,173	0,166	1,042	0,798	0,060
	2		0,266	0,385	77,559	0,318	0,300	1,060	0,826	0,109
	3		0,321	0,541	138,373	0,471	0,426	1,106	0,871	0,164
	4		0,379	0,667	211,004	0,609	0,530	1,149	0,914	0,222
II.	1	0,271	0,335	0,156	36,981	0,121	0,119	1,017	0,775	0,067
	2		0,372	0,228	67,439	0,198	0,176	1,125	0,869	0,104
	3		0,431	0,357	124,166	0,315	0,278	1,133	0,883	0,163
	4		0,510	0,526	226,137	0,486	0,415	1,171	0,925	0,242
III.	1	0,371	0,426	0,094	29,937	0,0768	0,0714	1,075	0,819	0,058
	2		0,507	0,247	97,900	0,212	0,190	1,116	0,857	0,139
	3		0,549	0,323	142,763	0,285	0,250	1,140	0,882	0,181
	4		0,583	0,370	181,672	0,341	0,288	1,184	0,921	0,215
IV.	1	0,476	0,497	0,0274	9,928	0,0219	0,0207	1,058	0,815	0,024
	2		0,556	0,105	48,705	0,096	0,080	1,200	0,914	0,083
	3		0,581	0,139	67,357	0,127	0,106	1,198	0,914	0,108
	4		0,611	0,183	95,231	0,170	0,140	1,214	0,929	0,138

On peut déduire de ces résultats et de l'ensemble des précédents, des conséquences utiles; car il est presque aussi important de prévenir des erreurs que de trouver des bases de calcul :

1°. Dans le cas des canaux aboutissant à un déversoir, la formule de Prony donne, comme nous l'avions trouvé en 1845 pour un canal rectangulaire à mouvements libres et uniformes, des valeurs trop petites de la vitesse moyenne;

2°. Ces valeurs sont d'autant plus inexactes que la surface liquide dans le canal est plus élevée par rapport au seuil de l'orifice. Or les circonstances générales du mouvement de l'eau étaient toujours les mêmes dans ces expériences; donc la loi de la distribution des vitesses dans le canal était également constante : ce qui variait, c'étaient les coefficients des termes de cette loi, par suite de l'influence de l'orifice d'écoulement, influence qui se prolongeait au delà des sections où elle se manifeste extérieurement par les dépressions de la surface liquide. La relation qui peut exister entre la vitesse moyenne d'un cours d'eau et la plus grande vitesse superficielle est donc, conformément aux considérations précédemment exposées, soumise à toutes les modifications de la loi qui relie entre elles les différentes vitesses des particules liquides dans une même section transversale, et, par conséquent, ni la formule de Prony, ni aucune autre relation simple du même genre, ne sauraient, dans l'état actuel de nos connaissances, présenter une généralité peut-être impossible : bien plus, on voit que, même en divisant les cours d'eau par catégories, on ne saurait employer la formule de Prony qu'en l'affectant de coefficients tout aussi variables, dans chacun des cas d'application, que le simple rapport $\frac{U}{V}$ de la vitesse moyenne à la vitesse superficielle.

Au reste, dans le cas particulier des expériences précédentes, on peut, avec une approximation suffisante pour la pratique ordinaire, en représenter les résultats par la formule empirique

$$D = mV^2 + n;$$

mais il faut donner aux coefficients m et n de cette formule des valeurs différentes pour chacune des quatre séries. Or, en exceptant les deux

premiers résultats de la quatrième, ces valeurs satisfont assez bien aux relations

$$m = 3,175\,S - 0,0789,$$
$$n = 0,0892\,S;$$

de sorte que le débit d'un canal alimentant un déversoir de hauteur S pourrait être calculé approximativement par la formule

$$D = (3,175\,S - 0,079)\,V^2 + 0,09\,S.$$

§ II.

PROCÉDÉ DES ÉCRANS-FLOTTEURS.

6. Dans l'énumération des moyens en usage pour le jaugeage des cours d'eau (livre I), nous n'avons pas compris celui qui va nous occuper, parce que l'emploi n'en a point encore été suffisamment étudié pour prendre rang parmi les procédés pratiques; mais il nous paraît utile de l'indiquer ici, et de le recommander à l'attention des hydrauliciens.

Ce procédé ingénieux et simple, dû à M. Hirn qui l'a employé dans des expériences sur de grands déversoirs avec contraction latérale (*), consiste à immerger verticalement, dans le courant que l'on veut jauger, et perpendiculairement à sa direction, un écran en bois lesté à sa partie inférieure, et occupant la plus grande portion possible de la section liquide. M. Hirn adopte, pour valeur de la vitesse moyenne du courant, le chemin parcouru par cet appareil dans l'unité de temps. La vérification expérimentale que cite l'auteur ne saurait suffire pour un procédé nouveau, mais on peut, à priori, apprécier celui-ci sous certains rapports.

A cet effet, nous remarquerons d'abord que la condition fondamentale d'exactitude est qu'il ne s'écoule point d'eau, de l'amont à l'aval, par le jeu que l'écran doit nécessairement laisser entre ses côtés et les parois correspondantes du canal. Il sera facile, dans l'application, de s'assurer que cette condition est satisfaite, en employant, comme nous l'avons fait en d'autres circonstances, une petite boule lestée, liée à un fil mince et manœuvrée au

(*) *Voir* le *Bulletin* n° 94 *de la Société industrielle de Mulhouse*, année 1846.

moyen d'une tige (livre II, page 48), et l'on pourra, en même temps, déterminer la limite supérieure du jeu à laisser autour de l'écran. Si ce jeu doit être faible, ce qui paraît très-probable, l'emploi du procédé dont il s'agit sera restreint aux courants dont le lit présente un profil transversal constant sur toute la longueur que doit parcourir l'écran-flotteur. De plus, la largeur du lit et la vitesse du courant ne sauraient dépasser certaines limites sans qu'il en résultât des difficultés considérables d'exécution.

En second lieu, il est essentiel de distinguer le cas où il s'agit de jauger un courant libre, de celui où le canal aboutit à un orifice par lequel tout son volume se débite. Remarquons, à cet égard, que l'immersion de l'écran a pour effet de rendre égales entre elles les vitesses des molécules liquides en contact avec sa surface, et, par conséquent, de modifier beaucoup les mouvements de ces molécules : cette perturbation se transmettra progressivement jusqu'à une grande distance en amont, de sorte que le régime du courant se trouvera modifié. La conséquence immédiate de cette circonstance est que, l'établissement d'un nouveau régime ne pouvant s'effectuer rapidement, on sera, dans tous les cas, obligé de laisser l'écran-flotteur parcourir une grande longueur avant de compter sa vitesse. Une autre conséquence, qui paraît très-probable, est que le débit du courant, sous l'influence de cet obstacle, ne sera point exactement le même qu'avant l'immersion de l'écran : nous pensons donc qu'en attendant des études expérimentales, il convient de restreindre l'emploi du procédé dont il s'agit au cas où l'on veut déterminer les éléments du calcul de la dépense d'un ou de plusieurs orifices barrant entièrement un canal dont le profil transversal est constant. Dans ce cas, si l'on constate qu'aucune portion du courant d'amont ne s'écoule par le jeu laissé autour de l'écran, il paraît certain que le volume liquide qui arrivera dans les orifices à jauger sera égal au produit de la vitesse, supposée uniforme, de ce flotteur, multipliée par l'aire de la section liquide en contact avec sa face d'aval, section dont le profil supérieur sera probablement ondulé. Au moyen d'une série d'expériences, on déterminera les coefficients de correction applicables à la dépense théorique des orifices considérés, suivant les proportions de ces orifices, les charges statiques d'eau et l'aire de la section initiale des veines liquides (livres II et III). Enfin, il sera nécessaire de mesurer ces divers éléments du calcul pendant que l'écran-flotteur sera en

marche, et avant qu'il soit arrivé à une distance des orifices qui ne doit pas être inférieure à 5 mètres.

§ III.

DÉTAILS D'EXÉCUTION.

Les opérations relatives au jaugeage des cours d'eau exigent des soins multipliés sans lesquels elles peuvent conduire à des résultats inexacts : en outre, ces opérations étant souvent très-longues, il est essentiel d'adopter dans leur exécution la marche la plus propre à éviter des pertes de temps. Nous donnons dans ce chapitre quelques indications que l'habileté des praticiens complétera.

Emploi des barrages-déversoirs.

7. On choisira autant que possible une portion rectiligne et régulière du cours d'eau, puis, dans cette portion, l'on déterminera par des jalons la section transversale que devra occuper le barrage. Avant de construire celui-ci, on se donnera un aperçu du débit à jauger en observant, avec les précautions indiquées dans le livre V, le mouvement d'un flotteur au milieu de la surface liquide sur une longueur répartie également en amont et en aval de la section précitée. Soient A l'aire de cette section et v la vitesse du flotteur; on calculera le débit approximatif Q′ par la formule

$$Q' = 0{,}82\,Av.$$

Pour obtenir avec une exactitude suffisante l'aire A, on posera sur les rives du canal et l'on y arrêtera solidement une pièce de bois CB (*fig.* 79, *Pl. V*), ayant deux de ses faces d'équerre et bien dressées de manière à déterminer une arête vive rectiligne *bc*; cette arête sera établie horizontalement, et la face CB verticalement au-dessus de la section (A) : enfin, parallèlement à cette pièce, et à une distance convenable, on placera un madrier destiné à servir de pont pour l'observateur. Celui-ci, au moyen d'une équerre de menuisier, tracera sur la face CB au moins six traits verticaux ao, $a'o'$, etc., correspondant respectivement aux extrémités m et e de la surface liquide me, aux pieds p et p' des talus des rives, et à des points intermédiaires entre ces derniers. Ces dispositions serviront à obtenir les coordonnées rectangulaires

du profil *mpp'e* de la section d'eau, en prenant pour base l'arête horizontale *bc* : on emploiera à cet effet une règle *sp* dont l'extrémité *p*, équarrie, servira pour relever les ordonnées verticales *ap* du lit, et dont l'extrémité opposée sera armée d'une pointe métallique *s* que l'on amènera lentement en affleurement avec la surface liquide pour déterminer les ordonnées *an* de cette surface : on fera d'ailleurs, comme l'indique la figure, glisser cette règle le long du côté vertical de l'équerre de menuisier, en l'appuyant également contre la face CB de la pièce fixe. Si l'on éprouvait quelque difficulté pour maintenir la règle *sp* verticalement à cause de la rapidité du courant, on pourrait clouer sur la face CB, en chaque point de division, une coulisse à feuillures.

Après avoir calculé le volume Q', on procédera à la construction du barrage dont nous désignerons la hauteur par S. Pour déterminer cette dimension, il faut remarquer que le niveau en amont du barrage s'élèvera à une hauteur S + H au-dessus du fond du canal (H étant la charge du déversoir), et que cette hauteur ne doit pas dépasser celle des rives au-dessus du même fond : désignant donc par P cette dernière hauteur diminuée d'environ $0^m,10$, on posera d'abord

$$S + H = P,$$

puis, comme il ne s'agit ici que d'un calcul approximatif, on adoptera la relation simple

$$Q' = 0,42\, LH\sqrt{2gH},$$

L étant la largeur *em* (*fig.* 79) de la surface liquide.

De ces deux relations il résulte

$$S = P - \sqrt[3]{\frac{Q'^2}{3,46L^2}}.$$

Le barrage sera d'ailleurs construit, comme nous l'avons indiqué au n° 1 du livre II (p. 40), en madriers de $0^m,05$ environ d'épaisseur avec rainures et languettes rapportées : le bois doit être très-sec, et les languettes seront chassées avec force : on clouera en outre, sur la face d'aval, des traverses verticales destinées à relier les madriers entre eux, et dont les extrémités supérieures resteront à $0^m,10$ environ au-dessous de la partie inférieure du glacis SO (*fig.* 80) du barrage. Si le canal est en charpente ou en maçonnerie, on fixera

sur ses bajoyers des liteaux destinés à soutenir ce panneau contre la poussée de l'eau ; si le lit du cours d'eau est en terre, on enfoncera dans son fond une série de gros piquets verticaux PQ, destinés au même objet et dont la tête, taillée en talus, devra rester au-dessous du glacis du barrage comme les traverses verticales précitées. Dans ce cas, il sera avantageux de pouvoir donner au barrage une longueur plus grande que la largeur du canal et pratiquer un sillon dans les parois latérales de celui-ci. Ces dispositions étant prises, on immergera le barrage : pour ne pas être exposé à détériorer son arête culminante S, on peut la remplacer par un méplat de $0^{m},005$ de largeur, et l'on coiffera le biseau SO avec une pièce à entaille s'y adaptant, que l'on enlèvera quand le barrage sera entièrement enfoncé et établi. Une précaution nécessaire est d'empêcher les fuites d'eau autour du barrage et surtout en dessous ; à cet effet, on remplira les angles d'amont avec de la terre glaise battue : à défaut de cette substance, on pourra employer de larges bandes d'étoffe grossière serrées à l'aide d'un châssis en bois et trempées dans du goudron liquide.

Les Tables du livre II (pages 70 et suivantes) permettent de mesurer seulement, ou la charge du déversoir, ou l'épaisseur de la nappe liquide; mais on fera bien d'observer ces deux quantités, et alors les Tables fourniront un moyen de vérification. Ces mesures doivent être prises, autant que possible, vers le milieu de la largeur du courant. Pour obtenir l'épaisseur S*e* de la nappe, il faut avoir le prolongement de la face verticale d'amont du barrage, ce qui sera facile si l'on a soin, avant de l'immerger, d'y clouer une tige mince et large *h'h* bien dressée. La face antérieure de la pièce BC devra porter une coulisse dans laquelle glissera la règle *sp* : lorsque le barrage sera resté assez longtemps sous la pression de l'eau pour qu'on soit sûr qu'il a pris sa position de stabilité, on placera cette règle, la pointe en bas, dans la coulisse, puis on fixera la pièce BC en la maintenant dans les mêmes conditions que précédemment, et à une distance telle, que, la règle *ps* se mouvant dans la coulisse, sa pointe *s* reste en coïncidence avec l'arête d'aval *he*S (*fig.* 80) de la tige *h'h* que l'on arrachera ensuite. L'extrémité équarrie *p* de la règle *ps* servira pour prendre la hauteur BS, et la pointe *s* pour obtenir la hauteur B*e* (*). Quant à la charge H du déversoir, pour

(*) La hauteur d'une surface liquide en mouvement peut être obtenue exactement si l'on a soin

manœuvrer facilement le tube en verre qui doit l'indiquer, il suffit de fixer à l'avance sur la face d'amont du barrage deux liteaux qui serviront de guides verticaux. On trouve communément dans le commerce des tubes de $0^m,015$ environ de diamètre extérieur, et il faut retrancher $0^m,0023$ de la hauteur de la colonne liquide au-dessus du sommet S du barrage : si l'on emploie un tube de petit calibre dans lequel la surface supérieure de la colonne liquide soit concave jusqu'au centre, la hauteur à retrancher sera donnée, en millimètres, par la formule

$$\frac{29,8}{d},$$

d étant en millimètres le diamètre intérieur du tube. Dans tous les cas, il faut avoir soin de laver préalablement ce tube et de s'assurer que l'eau en mouille facilement toute la surface intérieure.

L'arête culminante du barrage doit être horizontale, c'est-à-dire à une hauteur constante au-dessous de la pièce BC, condition qu'il sera facile de réaliser si l'on forme cette arête avec une bande de tôle bien dressée de $0^m,002$ à $0^m,003$ d'épaisseur, fixée contre la face d'amont du barrage par des vis à bois passant dans des trous allongés. Si l'on ne veut prendre ce soin, et qu'on n'obtienne pas l'horizontalité exacte, il faudra observer les épaisseurs de la nappe et les charges en un certain nombre de points de la largeur du déversoir, et prendre une moyenne.

Enfin, une condition fondamentale d'exactitude que l'on néglige trop souvent, est d'attendre, pour faire les observations, que le régime d'écoulement soit bien établi. Si l'on réfléchit au trouble qu'apporte dans un cours d'eau quelconque l'établissement d'un barrage, aux ondes qu'il excite, au remous qu'il fait naître, on se convaincra que ce n'est point avant deux heures d'écoulement continu que l'on pourra obtenir des valeurs normales des éléments du calcul. Pour que ce délai ne paraisse pas exagéré, il me suffira d'observer que dans mes expériences, où les déversoirs et l'écoulement de l'eau demeuraient permanents pendant une journée entière, il ne fallait pas moins de trente minutes pour l'établissement du régime, chaque

de faire approcher très-lentement la pointe métallique qui doit venir l'affleurer; car, dès qu'il y a contact, il se forme des rides que le jeu de la lumière rend apparentes : lorsque ces rides ne sont pas très-fines, on peut être sûr que la pointe pénètre au lieu d'affleurer.

fois que je faisais varier notablement la charge; et encore, me suis-je aperçu, par quelques anomalies dans les résultats, que ce temps n'était pas toujours assez long.

Telles sont les indications qui paraissent les plus importantes pour le jaugeage par les déversoirs. Quant au cas où l'on emploiera des orifices avec charge sur le sommet pratiqués dans un barrage, les indications contenues dans le livre III, jointes à quelques-unes de celles-ci, paraissent suffisantes.

Jaugeage par les instruments hydrométriques.

8. Toutes les opérations de jaugeage, quel que soit le procédé employé, doivent être faites par un temps calme; cette condition est surtout importante pour celui qui va nous occuper. En outre, il faut choisir des époques où les vitesses et le niveau du courant ne varient pas sensiblement dans l'espace d'une journée, temps qui sera suffisant pour les observations hydrométriques, si l'on a soin de prendre toutes les dispositions préliminaires dans la journée précédente. Ces dispositions consistent : 1° à choisir autant que possible une portion rectiligne et régulière du cours d'eau, éloignée des ponts, des hauts-fonds, etc.; 2° débarrasser la section adoptée pour les observations, et les voisines sur une étendue de plusieurs mètres, en amont surtout, des plantes fluviales ou des autres obstacles que le fond du lit pourrait porter; 3° déterminer la direction générale du mouvement à l'aide d'un gros flotteur attaché à une corde mince dont l'extrémité opposée sera tenue par un aide placé dans une nacelle ancrée vers le milieu de la rivière; 4° jalonner sur chaque rive, au moyen de l'équerre d'arpenteur, un plan perpendiculaire à cette direction; 5° enfin établir dans ce plan, d'un côté de forts piquets, de l'autre un cabestan solidement fixé sur le sol. Au commencement de la journée où se feront les observations, on tendra aussi fortement que possible, d'une rive à l'autre, un gros cordage ou *cinquenelle* (*) destiné à déterminer

(*) Il faut prendre garde d'exciter des vibrations dans ce cordage, car elles se prolongeraient pendant longtemps et seraient très-incommodes. Ces oscillations, que j'ai observées étant élève à l'École de Metz, sont de trois genres et combinées entre elles suivant des lois compliquées : les premières sont dues à ce que l'on a écarté la corde de sa position d'équilibre; les secondes proviennent de l'élasticité des corps auxquels ses extrémités sont fixées; enfin elles sont modifiées par une troisième cause, la résistance de l'air.

la section transversale dans laquelle on devra opérer. Ce cordage prenant, dans le plan vertical, la courbure d'une chaînette, ne doit point servir de base pour la mesure des profondeurs d'eau, mais on pourra généralement regarder la surface liquide comme horizontale, dans le sens perpendiculaire au courant; cependant, si l'on voulait vérifier ce fait, on suspendrait à la cinquenelle une série de règles lourdes déterminant une ligne de niveau. A l'aide de ces dispositions, on obtiendra le profil de la section liquide par abscisses et ordonnées, en ayant soin de prendre les dernières suivant les verticales le long de la hauteur desquelles devront être observées les vitesses; ces verticales seront d'autant plus rapprochées entre elles, que le cours d'eau sera moins large et son lit plus accidenté.

Ayant obtenu de cette manière les coordonnées du fond et de la surface, que l'on multipliera dans la partie correspondante aux talus des rives, on procédera à l'emploi des instruments hydrométriques pour obtenir, sur un certain nombre de verticales de la section liquide, les différentes vitesses du courant. Lorsqu'on opère sur un cours d'eau trop large pour pouvoir poser d'une rive à l'autre des poutrelles servant de pont, on doit employer deux nacelles étroites et allongées, les retenir par deux ancres dont les cordages soient divergents, jetées à une grande distance en amont, et les lier entre elles par quelques madriers qui les maintiennent à 3 mètres au moins de distance réciproque, formant ainsi une sorte de pontage placé à l'extrémité d'amont de ces nacelles; enfin, immerger l'instrument hydrométrique au milieu de la distance précitée : la série d'observations étant terminée sur une verticale, on lèvera les ancres et on les reportera, ainsi que l'axe du pontage, dans le plan passant par la seconde verticale et la direction du courant. D'autres soins de détail peuvent encore être nécessaires, mais ils ressortiront naturellement de la présence des faits : le but qu'on doit atteindre dans cette installation, est d'éviter les causes qui troubleraient les vitesses dans la verticale où l'on veut les mesurer, et de donner au pontage qui supporte les observateurs la plus grande stabilité possible.

Lorsque le courant est très-profond, il est avantageux de pouvoir se dispenser d'explorer toute la hauteur des verticales, non-seulement sous le rapport de l'économie du temps, mais encore à cause de la difficulté de mettre exactement en station les instruments à une grande profondeur en

dessous de la surface, et surtout de les y maintenir sans vibrations. Cette abréviation sera possible si la loi parabolique approximative

$$v = A - Bz^2$$

se manifeste sans incertitude à partir d'un certain point de la verticale, ce qu'on reconnaîtra en construisant géométriquement, pour chaque observation de vitesse, le point dont les coordonnées sont v et z^2. Lorsque la ligne qui relie ces points deviendra droite, on pourra se contenter de trois ou quatre observations à partir de celui où cette loi commence à avoir lieu.

Quant à la détermination des vitesses superficielles, si l'on emploie un flotteur, on le fera poser à la surface au moyen d'une nacelle mobile, à quelques mètres en amont de l'avant du pontage, et de manière à lui faire parcourir une ligne droite passant par le milieu de la largeur de celui-ci. La longueur des nacelles soutenant ce pontage suffira généralement pour les observations si l'on est muni d'un chronomètre à fractions de seconde.

Il sera généralement plus exact et plus facile d'obtenir les vitesses dont il s'agit, au moyen d'une petite roue hydrométrique analogue à celle que nous avons décrite (n° 15 du livre V); car, outre la difficulté pratique de faire parcourir à un flotteur une ligne droite déterminée, on pourra éviter l'emploi d'un chronomètre, instrument dispendieux que l'on n'a pas toujours à sa disposition. En effet, cette roue, qui donne la vitesse au point même où elle doit être déterminée, peut être laissée en station aussi longtemps que l'on veut, et, dès lors, un pendule battant les secondes suffira pour l'observation du temps : on construira celui-ci en choisissant une balle de fusil bien sphérique, que l'on suspendra par son centre à un cordon mince de soie ; l'extrémité opposée de ce cordon sera engagée et pincée dans un prisme de bois dur ou une lame métallique, de sorte que la partie libre du pendule, comprise entre le point inférieur d'encastrement et le centre de la sphère, ait une longueur de $0^m,994$: l'amplitude des oscillations devra être réduite à la valeur strictement nécessaire pour pouvoir en compter le nombre. Enfin, le pouls d'un homme en bonne santé et reposé, peut encore suffire pour l'observation du temps, lorsque la durée en est convenablement prolongée. Les vitesses superficielles, ou au sommet de chaque verticale, doivent être

observées au commencement et à la fin de la série des opérations hydrométriques effectuées sur cette verticale.

Méthode de calcul.

9. Ayant obtenu, dans la section déterminée, autant de vitesse qu'on le juge nécessaire, il reste à en déduire, par une méthode exacte de calcul, le débit du cours d'eau. Lorsque nous avons entrepris en 1845 l'étude de ces questions, nous avons cherché, dans divers Cours ou Traités d'hydraulique, des règles relatives au jaugeage des rivières, et nous n'en avons trouvé d'explicites que dans l'ouvrage estimé de M. d'Aubuisson (*), dont nous transcrivons ici le passage relatif à l'objet qui nous occupe : « Pour opérer d'une » manière convenable sur la largeur de la rivière, à la station choisie, on » jette plusieurs sondes : elles divisent la section en trapèzes, et l'on calcule » l'aire de chacun d'eux. Puis, à peu près à égale distance entre les points » de sondage, on conduit et fixe successivement la nacelle ou le ponton » portant le moulinet de Woltmann, ou tout autre instrument : avec son » secours on détermine cinq, six, sept vitesses sur la même verticale; on » en prend la moyenne et on la multiplie par l'aire du trapèze respectif. » La somme de tous ces produits est évidemment la dépense de la ri- » vière; elle équivaut à l'aire totale de la section multipliée par la moyenne » générale. »

Cette méthode ne pouvant conduire à un résultat suffisamment approximatif qu'à l'aide d'un grand nombre d'observations exécutées sur un nombre plus considérable encore de verticales, c'est-à-dire en multipliant les opérations longues et difficiles à effectuer dans le lit du cours d'eau, nous avons cru devoir en chercher une nouvelle qui introduisît dans les calculs la *loi de continuité* que suivent les variations des vitesses, et nous nous sommes arrêté à la suivante (**) :

(*) *Traité d'Hydraulique à l'usage des ingénieurs*, 2e édition; Paris, 1840.

(**) Ce mode de procéder est si naturel, qu'il a dû nécessairement être employé ou connu avant l'époque où nous l'avons déterminé; aussi nous en laissons la priorité à qui de droit, et regrettons seulement de ne pouvoir en citer le premier auteur.

Soient :

z la distance verticale d'un point quelconque de la section du cours d'eau à sa surface ;

x la distance horizontale du même point à l'une des rives ;

v la vitesse de ce point, fournie par l'observation directe.

Le volume liquide qui passe dans l'unité de temps par le point considéré peut être regardé comme égal à un prisme dont la longueur est v et la base $dx\,dz$; ainsi, le débit qui se fait par une tranche verticale perpendiculaire au courant et de largeur dx est

$$dx \int_{z=0}^{z=h} v\,dz,$$

h étant la hauteur de la verticale considérée.

Or, l'observation d'un certain nombre de vitesses sur cette verticale permettra de tracer une courbe dont les coordonnées seront v et z, et de calculer, par conséquent, l'aire $\int_0^h v\,dz$ de cette courbe, aire que nous désignerons par Y.

Cela posé, au moyen d'une série d'opérations analogues à la précédente, on calculera un certain nombre d'aires Y′, Y″, Y‴, etc., et le débit total du cours d'eau sera

$$\int_{x=0}^{x=L} Y\,dx = Q,$$

L étant la largeur totale de la rivière au sommet de la section transversale considérée.

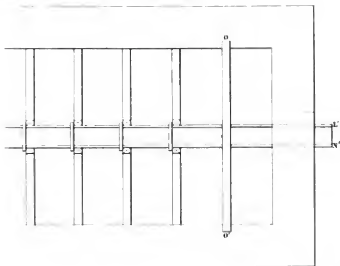
Connaissant les aires Y′, Y″, Y‴, etc., on calculera facilement la quantité Q, en traçant une courbe plane dont les coordonnées seront Y et x.

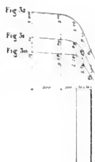
On voit que les observations de vitesse sur chaque verticale et le nombre des verticales sur lesquelles on opère peuvent être réduits, par cette méthode de calcul, au nombre des points nécessaires pour tracer les courbes précitées.

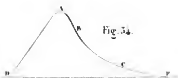
FIN.



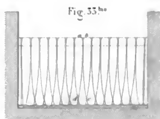

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI

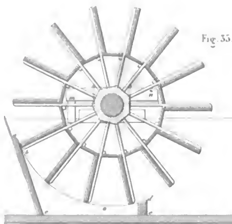


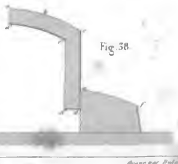














Gravé par Dulos

Fig. 10

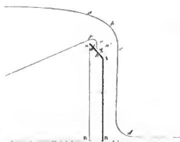


Fig. 12

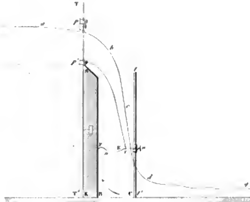


Fig. 17



Fig. 27



Fig. 28



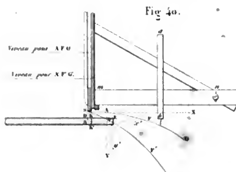
Fig. 25 et 26

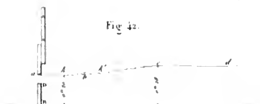


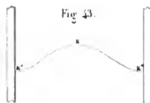
Fig. 29

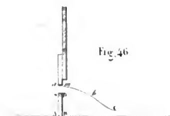


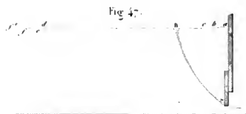


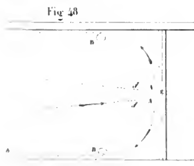
















Gravé par F. Wormser

Fig. 53.



Fig. 67

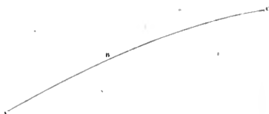


Fig. 79.

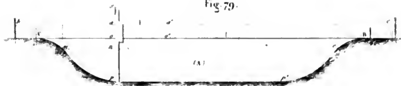
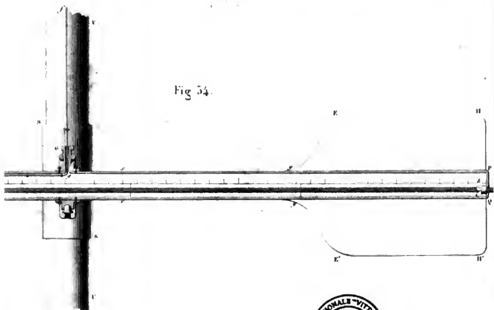


Fig. 54.



Gravé par Dulos



Fig. 60.



Plan.

Fig. 61.

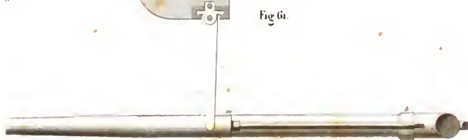




Fig. 65.

Fig. 66.

Coupe suivant a b

Coupe suiv.t c d

Fig. 73.

Fig. 74.

Fig. 78.

Fig. 75.

76.

Fig. 77.

Gravé par Halas







